

Le leggi di Keplero

Utilizzando il modello cosmologico di Aristotele e di Tolomeo, fino al 1600 si pensava che la Terra fosse al centro dell'Universo con il Sole, la Luna e i pianeti che le orbitavano intorno.

A ciò si univa la convinzione che le leggi della fisica terrestre fossero del tutto diverse dalle leggi che regolano il moto dei corpi celesti: questi ultimi erano considerati eterni e perfetti e i loro movimenti dovevano essere circolari. La circonferenza era infatti la linea perfetta perché simmetrica e priva di inizio e di fine.

Ben diverso è il comportamento dei corpi terrestri, che sono imperfetti e si deteriorano, i loro moti hanno un inizio e una fine, e tendono a essere più o meno rettilinei.

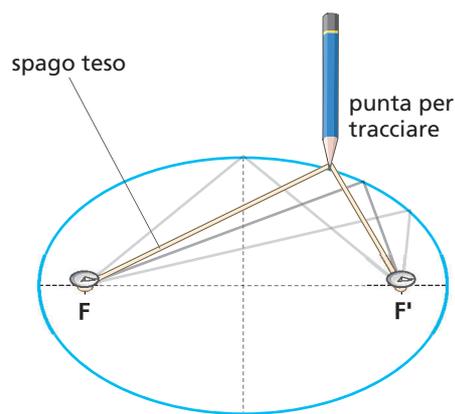
Anche il primo modello *eliocentrico* (cioè, con il Sole al centro del Sistema Solare), proposto da Copernico, faceva l'ipotesi che le orbite dei pianeti attorno al Sole fossero circolari. Questo modello è in grado di spiegare, nelle loro caratteristiche generali, i moti osservati dei corpi del Sistema Solare. Però lo stesso Copernico si accorse che rimanevano problemi di tipo *quantitativo*, nel senso che diverse quantità, calcolate secondo il suo modello, non erano in accordo con le osservazioni astronomiche (che avevano raggiunto un buon livello di precisione).

Questi problemi furono risolti da Giovanni Keplero, un astronomo tedesco che perfezionò il modello eliocentrico rinunciando all'idea che le orbite dei pianeti dovessero essere per forza circolari.

Secondo Keplero, infatti, le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole non sono circonferenze ma *ellissi*.

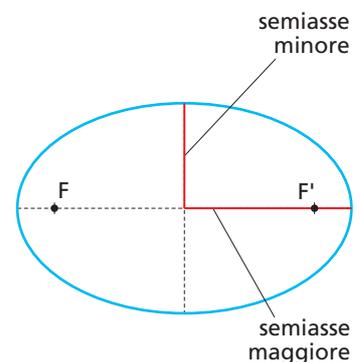
L'ellisse è una figura piana definita dalla seguente proprietà: la somma delle distanze dei punti dell'ellisse da due punti fissi (detti **fuochi** dell'ellisse) è costante. Ciò consente di disegnare un'ellisse su un foglio da disegno usando due puntine, uno spago e una matita: come si vede nella ➔ figura sotto,

1. si fissano i capi dello spago sopra al foglio da disegno, nei due punti che si sono scelti come fuochi, con le puntine;
2. tenendo lo spago sempre ben teso con la punta della matita, si disegna l'ellisse.



L'ellisse è come un cerchio «schiacciato», il cui «raggio» non ha sempre lo stesso valore. Il valore massimo della distanza tra il centro dell'ellisse e uno dei suoi punti si chiama «semiasse maggiore», quello minimo si chiama «semiasse minore» (➔ figura a lato).

Niccolò Copernico, cioè Nikolas Koppernigk (1473-1543) astronomo polacco. Approfondì studi di teologia, astronomia, matematica e medicina. È il fondatore del modello astronomico eliocentrico, anche se la sua opera principale, intitolata *De Revolutionibus Orbium Coelestium*, fu pubblicata dopo la sua morte.





Giovanni Keplero, cioè Johannes Kepler (1571-1630) astronomo tedesco. Oltre a scoprire le leggi che portano il suo

nome, studiò le leggi dell'ottica e diede per primo una spiegazione corretta del perché le lenti riescano a correggere i difetti di vista.

La prima legge di Keplero

La forma dell'orbita è l'argomento della *prima legge di Keplero*.

Prima legge di Keplero. Le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei fuochi.

La posizione in cui un pianeta è più vicino al Sole si chiama **perielio**; quella di massimo allontanamento si chiama **afelio**.

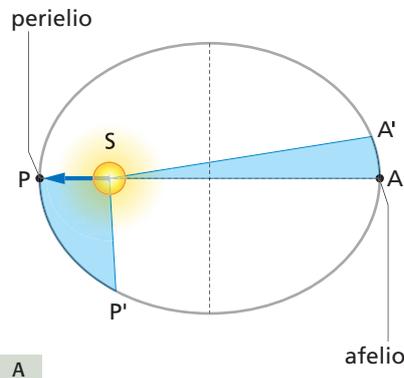
Se si disegnano le orbite dei pianeti si vede che esse sono quasi circolari; per questo motivo nello studio del moto dei corpi celesti spesso si approssimano le ellissi con delle circonferenze.

La seconda legge di Keplero

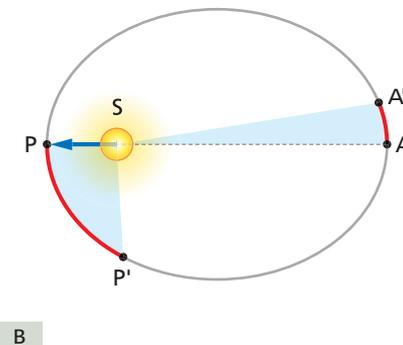
La *seconda legge di Keplero* stabilisce come varia la velocità di un pianeta mentre si sposta lungo la sua orbita.

Seconda legge di Keplero. Il raggio vettore che va dal Sole a un pianeta spazza aree uguali in intervalli di tempo uguali.

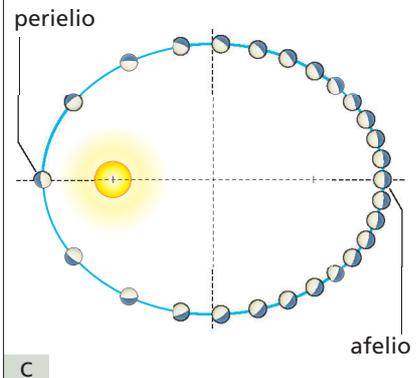
► Nella figura sotto (dove l'ellisse è deformata per chiarezza) i due triangoli SPP' e SAA' hanno la stessa area a , quindi, sono spazzati nello stesso tempo.



► Ciò significa che gli archi PP' e AA' sono percorsi nello stesso tempo. Quindi il pianeta è più veloce nel tratto PP' e più lento in AA' .



► Così, il pianeta è più veloce al perielio e più lento all'afelio. La figura mostra la variazione di velocità indicando le distanze percorse in tempi uguali.



Come conseguenza di questa legge, nel nostro emisfero la primavera e l'estate (quando il Sole è più lontano) sono più lunghe dell'autunno e dell'inverno. Se la Terra percorresse un'orbita circolare con una velocità di valore costante, le quattro stagioni avrebbero la stessa durata.

La terza legge di Keplero

La *terza legge di Keplero* mette in relazione le distanze dei pianeti dal Sole con le rispettive durate di un'orbita completa.

Terza legge di Keplero. Il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore dell'orbita e il quadrato del periodo di rivoluzione è lo stesso per tutti i pianeti.

Se indichiamo con a il semiasse maggiore e con T il periodo, questa legge è espressa dalla formula

$$\frac{a^3}{T^2} = K \quad (1)$$

semiasse maggiore (m) costante (m³/s²)
 periodo (s)

Da questa si ottiene la relazione

$$T^2 = \frac{a^3}{K},$$

che mostra che il periodo di rivoluzione T aumenta al crescere di a : più un pianeta è lontano dal Sole, più tempo impiega a circumnavigarlo.

Il valore della costante K dipende dal corpo celeste attorno a cui avviene l'orbita. Per esempio, il moto orbitale dei satelliti di Giove fornisce una costante K uguale per tutti; essa, però, ha un valore diverso da quella che si ottiene per i pianeti che orbitano attorno al Sole.

DOMANDA

La distanza media Terra-Sole vale $1,50 \times 10^{11}$ m e una rivoluzione della Terra attorno al Sole dura 365,26 d.

- Calcola il valore della costante K , che compare nella terza legge di Keplero, per i pianeti che ruotano attorno al Sole.

Approssimazione di orbita circolare

Visto che le orbite dei pianeti sono quasi circolari, questa legge si applica con buona approssimazione anche se si sostituisce al semiasse maggiore a la distanza media pianeta-Sole r .

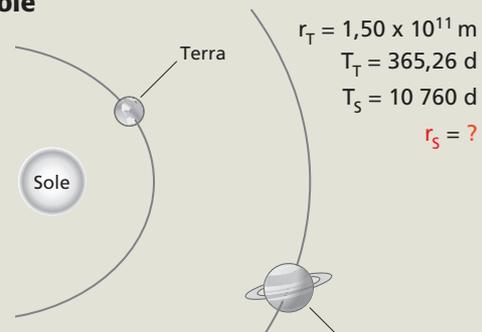
ESERCIZI

- 1** Completa la seguente frase:
«Secondo Aristotele le leggi che governano la fisica terrestre sono completamente da quelle che regolano il moto dei pianeti. I corpi celesti si muovono con traiettoria; la traiettoria dei moti terrestri tende ad essere»
- 2** Secondo la prima legge di Keplero le orbite dei pianeti attorno al Sole hanno forma:
 A circolare.
 B parabolica.
 C ellittica.
 D causale.
- 3** Per la seconda legge di Keplero la Terra si muove rapidamente quando si trova:
 A in perielio.
 B in afelio.
 C a metà tra perielio e afelio.
 D in nessuno dei precedenti casi.
- 4** La Terra ha una distanza media dal Sole di $1,50 \times 10^{11}$ m e il suo periodo di rivoluzione vale 365,25 d.
 ► Approssimando l'orbita della Terra con una circonferenza, calcola il valore della velocità media di rivoluzione della Terra intorno al Sole in m/s.
 [2,99 × 10⁴ m/s]

5 PROBLEMA Calcolo della distanza di un pianeta dal Sole

La distanza media Terra-Sole è $r_T = 1,50 \times 10^{11}$ m e il periodo orbitale della Terra è $T_T = 365,26$ d. Invece la lunghezza di un «anno» di Saturno è di $T_S = 10\,760$ d.

- Calcola la distanza media Saturno-Sole r_S .

**Dati e incognite**

	Grandezze	Simboli	Valori	Commenti
Dati	Distanza media Terra-Sole	r_T	$1,50 \times 10^{11}$ m	
	Periodo orbitale della Terra	T_T	365,26 d	
	Periodo orbitale di Saturno	T_S	10 760 d	
Incognite	Distanza media Saturno-Sole	r_S	?	

Ragionamento

- La terza legge di Keplero può essere scritta come: $\frac{r_S^3}{T_S^2} = K = \frac{r_T^3}{T_T^2}$.
- Dal primo e ultimo termine della formula precedente possiamo ricavare: $r_S^3 = \frac{T_S^2}{T_T^2} r_T^3$.
- Ora si può estrarre la radice cubica di entrambi i membri e ottenere la formula che fornisce la distanza Saturno-Sole: $r_S = \sqrt[3]{\frac{T_S^2}{T_T^2}} r_T$.

Risoluzione

- Sostituiamo i dati numerici nella formula per r_S .

$$r_S = \sqrt[3]{\frac{T_S^2}{T_T^2}} r_T = \sqrt[3]{\frac{(10\,760 \text{ d})^2}{(365,26 \text{ d})^2}} \times (1,50 \times 10^{11} \text{ m}) = 1,43 \times 10^{12} \text{ m}.$$

Controllo del risultato

Come puoi verificare nella tabella in fondo al libro, il valore trovato per la distanza media Saturno-Sole è corretto.

- 6** Considera i dati dell'esercizio 4 relativi al periodo orbitale della Terra e alla sua distanza dal Sole. Il periodo orbitale di Marte è pari a 686,98 d.
 ► Calcola la distanza media di Marte dal Sole e confronta il risultato con quello contenuto nella tabella in fondo al libro.
 [2,99 × 10¹¹ m]