

## Moto di una carica in un campo elettrico uniforme

Il moto di una particella carica in un campo elettrico è in generale molto complesso; il problema risulta più semplice se il campo elettrico è uniforme, come quello che si trova tra due lastre piane che portano cariche uguali e opposte.

In un campo elettrico  $\vec{E}$  uniforme una carica  $q$  risente di una forza  $\vec{F} = q\vec{E}$  costante.

Questa forza ha proprietà simili a quelle della forza-peso, che agisce su ciascun corpo in modo costante.

### ■ Moto della direzione del campo elettrico

Se una particella di carica  $q$  e massa  $m$  parte da ferma, oppure ha una velocità iniziale parallela alle linee del campo elettrico, il suo moto è analogo a quello di un corpo soggetto alla forza-peso, perché su di essa agisce un'accelerazione costante che, per la seconda legge della dinamica, vale

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$$

Così:

- se la sua velocità iniziale è nulla il suo moto è uniformemente accelerato con partenza da fermo, come quello di un sasso lasciato cadere;
- se la sua velocità iniziale è rivolta nel verso opposto a quello della forza elettrica, il suo moto è simile a quello di un sasso lanciato verso l'alto: la velocità diminuisce fino ad annullarsi, poi la particella inverte il moto e da quel momento il valore della velocità aumenta in modo continuo;
- se la sua velocità iniziale è rivolta nello stesso verso della forza, il moto della particella risulta analogo a quello di un sasso scagliato verso il basso.

### ■ Velocità finale con partenza da fermo

Un caso importante è quello di una particella di carica  $q$  e massa  $m$  che si trova in un campo elettrico uniforme con velocità iniziale nulla. In questo caso essa si sposta dal punto iniziale  $A$  a un punto finale  $B$  posto sulla stessa linea di campo su cui si trova  $A$  (figura sotto). Vogliamo trovare la velocità finale  $v$  acquistata in questo modo dalla carica.



Se la particella si muove nel vuoto, su di essa non agiscono attriti; inoltre, supponiamo che l'effetto della forza-peso sia trascurabile, in modo da poterci concentrare sugli effetti della forza elettrica.

Il teorema dell'energia cinetica, enunciato nel capitolo «L'energia e la quantità di moto», stabilisce che per la particella vale la relazione

$$K_f = K_i + W_{A \rightarrow B},$$

dove  $K_f$  è l'energia cinetica finale,  $K_i$  è quella iniziale e  $W$  è il lavoro fatto dalla forza che agisce sulla particella (in questo caso la forza elettrica). Nel problema che stiamo esaminando si ha  $K_i = 0$  J (la particella parte da ferma) e  $K_f = \frac{1}{2}mv^2$ , per cui il teorema dell'energia cinetica diventa

$$\frac{1}{2}mv^2 = W_{A \rightarrow B}.$$

Dalla definizione di differenza di potenziale si ottiene  $W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$ ; per cui l'equazione precedente diventa

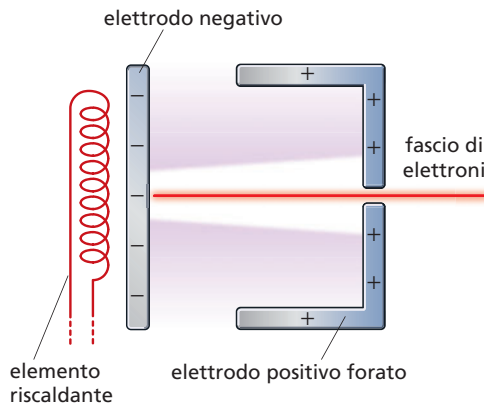
$$\frac{1}{2}mv^2 = q(V_A - V_B).$$

Da questa si ricava  $v$ , che risulta

$$v = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m}}$$

### ■ Il cannone elettronico

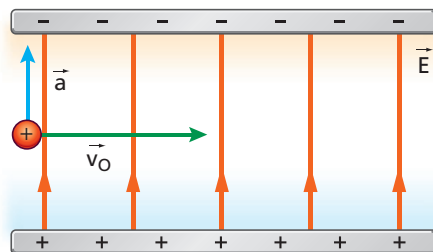
Un'importante applicazione tecnologica del moto di una particella in un campo elettrico è il cannone elettronico, che è schematizzato nella figura seguente: un elettrodo carico negativamente è riscaldato ad alta temperatura ed emette elettroni per un fenomeno chiamato **effetto termoionico**. Una volta emessi, gli elettroni sono attirati dall'elettrodo positivo, che è forato al centro in modo da lasciarne passare un fascio rettilineo, detto per ragioni storiche **fascio catodico**.



Il cannone elettronico è un elemento fondamentale per il funzionamento dei televisori e dei monitor non a schermo piatto. Anche se è sempre meno usato per gli schermi, rimane indispensabile per il funzionamento di dispositivi come i microscopi elettronici e gli spettrometri di massa, che hanno grande importanza per l'industria di alto livello tecnologico e per la ricerca.

### ■ Moto parabolico

Consideriamo una particella di carica  $q$  e di massa  $m$  che entra tra due armature caricate di segni opposti, con il vettore velocità  $\vec{v}_0$  parallelo alle armature stesse. Per fissare le idee, nella figura le armature sono orizzontali e la particella si muove verso destra.



Una volta che si trova tra le armature, sulla carica agisce una forza  $\vec{F} = q\vec{E}$  rivolta verso l'alto della figura, e quindi perpendicolare a  $\vec{v}_0$ . Per il secondo principio della dinamica, su di essa è quindi impressa un'accelerazione costante  $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ , che è anch'essa perpendicolare a  $\vec{v}_0$ .

Ciò significa che la particella è soggetta a due moti simultanei; infatti, la particella si muove:

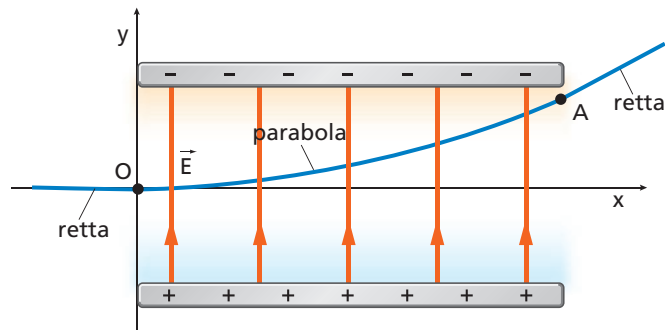
1. di moto uniforme nella direzione e nel verso di  $\vec{v}_0$  per il principio d'inerzia, visto che non ci sono forze parallele a  $\vec{v}_0$ ;
2. di moto uniformemente accelerato nella direzione e nel verso di  $\vec{a}$ .

Si tratta di una situazione fisicamente identica a quella di un sasso lanciato in orizzontale vicino alla superficie terrestre. Come è spiegato nel capitolo «Le forze e il movimento», in quel caso il sasso segue una traiettoria parabolica; quindi, in modo corrispondente, una carica che si muove in un campo elettrico uniforme (con una velocità iniziale obliqua rispetto a  $\vec{E}$ ) descrive una parabola.

In particolare, se scegliamo un sistema di riferimento cartesiano come quello della figura seguente, con l'origine nel punto in cui la carica entra nel campo elettrico, e chiamiamo  $t = 0$  s l'istante in cui essa è nell'origine, le leggi del moto per le coordinate  $x$  e  $y$  della particella sono:

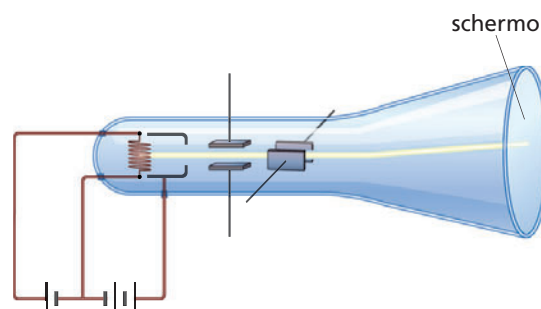
$$\begin{cases} x = v_0 t & \text{moto uniforme orizzontale} \\ y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 & \text{moto uniformemente accelerato verticale} \end{cases}$$

La traiettoria che ne risulta è quella rappresentata nella figura. Prima di entrare nello spazio tra le armature cariche nel punto  $O$  e dopo essere uscita da esso nel punto  $A$ , la particella non risente di alcuna forza e quindi ha un moto rettilineo uniforme. Una volta terminato il moto parabolico, la particella segue la retta tangente alla parabola nel punto  $A$  in cui la forza elettrica si annulla.

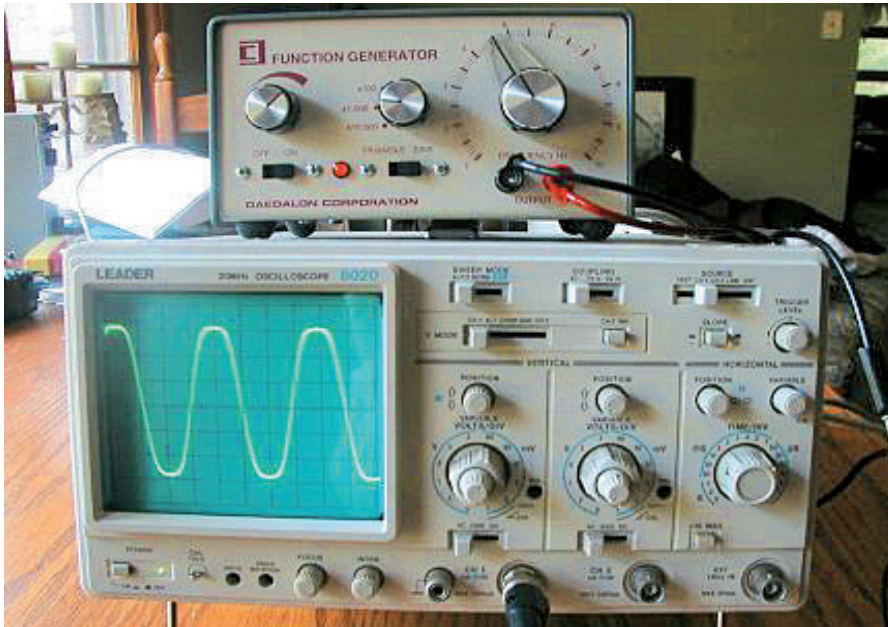


La parabola ha la concavità verso l'alto perché la carica in moto è positiva e, delle due armature, quella in alto è caricata negativamente; cambiando questi segni la forma della traiettoria può cambiare.

In questo modo è possibile spostare il fascio catodico verso l'alto oppure (scambiando i segni delle cariche) verso il basso. Con un'altra coppia di armature verticali è possibile spostarlo anche verso destra o sinistra; in questo modo il fascio catodico può giungere in qualunque punto di uno schermo fluorescente (figura seguente).



Questo sistema è utilizzato negli **oscilloscopi**, strumenti in grado di mostrare sullo schermo un grafico che illustra la variazione di una grandezza fisica al passare del tempo.



#### DOMANDA

Un elettrone entra con velocità orizzontale tra le armature cariche delle figure precedenti.

- ▶ Ricopia le armature sul tuo quaderno e disegna la forma della traiettoria dell'elettrone.

## ESERCIZI

**1 Test.** Una particella carica si muove in un campo elettrico uniforme  $\vec{E}$ . La forma della traiettoria della particella è parabolica se la velocità iniziale della particella:

- A è uguale a zero.
- B è parallela a  $\vec{E}$ .
- C è perpendicolare a  $\vec{E}$ .
- D in tutti i casi.

**2 Test.** Una particella carica entra in un campo elettrico uniforme  $\vec{E}$  con una velocità iniziale perpendicolare a  $\vec{E}$ . Il moto successivo della particella è la sovrapposizione:

- A di un moto uniforme parallelo a  $\vec{E}$  e un moto uniforme perpendicolare a  $\vec{E}$ .
- B di un moto uniformemente accelerato parallelo a  $\vec{E}$  e un moto uniforme perpendicolare a  $\vec{E}$ .
- C di un moto uniforme parallelo a  $\vec{E}$  e un moto uniformemente accelerato perpendicolare a  $\vec{E}$ .
- D di un moto uniformemente accelerato parallelo a  $\vec{E}$  e un moto uniformemente accelerato perpendicolare a  $\vec{E}$ .

**3** Un protone (carica  $+e$  e massa  $m = 1,67 \times 10^{-27}$  kg) si trova in un campo elettrico di intensità 350 N/C.

- Calcola il valore dell'accelerazione  $a$  che la forza elettrica imprime al protone.
- Di quante volte  $a$  è superiore all'accelerazione di gravità  $g$ ?
- Perché in questo fenomeno l'effetto della forza peso è trascurabile?

[ $3,35 \times 10^{10}$  m/s<sup>2</sup>; 3,42 miliardi di volte]

**4** Un elettrone è accelerato (partendo da fermo) in un cannone elettronico ai cui estremi è applicata una differenza di potenziale  $V_A - V_B = 1,02$  kV.

- Calcola la velocità finale dell'elettrone.

[ $2,06 \times 10^{-7}$  m/s]

**5** Una particella alfa (carica  $+2e$  e massa  $6,64 \times 10^{-27}$  kg) è posta in un campo elettrico uniforme di modulo  $E = 86,9$  N/C. Il vettore velocità iniziale della particella è parallelo a  $\vec{E}$  con verso opposto a esso e ha un modulo di  $1,83 \times 10^4$  m/s.

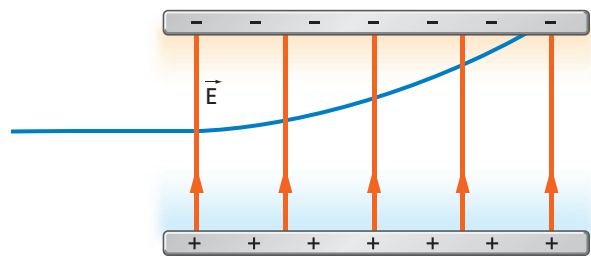
- Quale distanza è percorsa dalla particella alfa prima che la sua velocità si annulli a causa della forza elettrica?
- Qual è il moto successivo della particella?

[8,00 cm]

**6** Due armature metalliche piane e parallele distano 4,0 mm tra loro; il campo elettrico tra di esse ha un modulo di 50 kN/C. Un protone entra tra le armature in un punto equidistante da esse, con una velocità iniziale parallela alle armature e di modulo  $1,7 \times 10^6$  m/s. La forza dovuta al campo elettrico porta il protone a collidere con l'armatura carica negativamente (per chiarezza, la figura non è realistica).

- Calcola il tempo che trascorre tra l'istante in cui il protone entra nel campo elettrico e quello in cui collide con l'armatura.
- Calcola a quale distanza dall'estremo sinistro dell'armatura avviene la collisione.

[ $2,9 \times 10^{-8}$  s; 4,9 cm]



**7** Un elettrone entra nello spazio tra due armature metalliche piane e parallele, disposte come quelle dell'esercizio precedente. Le armature distano 5,0 mm e sono lunghe 10 cm; tra di esse c'è un campo elettrico uniforme di modulo 400 N/C. Nel momento in cui entra nel campo elettrico, l'elettrone dista 3,5 mm dall'armatura positiva e ha il vettore velocità orizzontale, di modulo pari a  $7,5 \times 10^6$  m/s.

- Calcola il tempo che l'elettrone impiegherebbe per arrivare a collidere con l'armatura positiva.
- Calcola a quale distanza dall'estremo sinistro dell'armatura avverrebbe la collisione.
- L'elettrone colpisce l'armatura positiva o esce senza colpirla? In base ai risultati ottenuti, disegna in modo approssimato la traiettoria dell'elettrone.

[10 ns; 7,5 cm]