I calcoli con i dati sperimentali

Le cifre significative

Le proprietà di un sistema che possono essere misurate si chiamano **grandezze**.

Il valore di una grandezza misurata è il risultato di un confronto con una opportuna unità di misura e proprio per questo motivo il risultato di una misurazione è rappresentato da un numero seguito da una unità di misura. Infatti scrivere, per esempio, «3,14» significa scrivere solo un numero mentre la scrittura «3,14 m» esprime il risultato di una misurazione di una grandezza, la lunghezza di un corpo, per esempio la parete di una stanza. Quando rivestono questo significato, i numeri prendono il nome di **dati**.

Naturalmente i dati si possono ottenere con strumenti diversi, per cui è normale attendersi anche valori diversi della stessa grandezza: come si può osservare nella figura seguente, tre diverse bilance forniscono tre diversi dati che esprimono la massa dello stesso oggetto.

bilancia commerciale
sensibilità 1 g

bilancia di laboratorio
sensibilità 0,01 g

bilancia per uso analitico
sensibilità 0,0001 g

Si potrebbe dire per assurdo che il **valore vero** della massa non esiste, o perlomeno che noi non siamo in grado di conoscerlo perché quello che possiamo conoscere è solo il valore misurato che dipende, come abbiamo visto, dallo strumento utilizzato. I tre dati forniti dalle bilance sono tutti e tre «giusti» ma tuttavia rappresentano tutti un valore approssimato.

Dalla figura si osserva anche che i diversi valori sono caratterizzati da un diverso numero di cifre, quelle registrate dallo strumento. Tutte queste cifre (compresa l'ultima, che esprime l'incertezza del dato) danno significato alla misura e sono per questo chiamate **cifre significative** (**c.s.**).

Considerando i dati riportati nella figura, si può dire che il primo dato è formato soltanto da 2 c.s., il secondo da 4 c.s. e il terzo addirittura da 6 c.s.

Riassumiamo ora le regole che consentono di stabilire con certezza quante sono le cifre significative che costituiscono un dato.

- Le cifre diverse da zero sono sempre significative.
  Per esempio, il dato 1,37 g ha 3 c.s.
- Gli zeri compresi tra cifre diverse da zero sono sempre significativi.
  Per esempio, il dato 1,302 kg ha 4 c.s.
- Gli zeri iniziali non sono mai significativi.
  Per esempio, il dato 0,0052 km ha 2 c.s.
- Gli zeri terminali di un numero decimale sono sempre significativi.
  Per esempio, il dato 12,00 mL ha 4 c.s.

Le regole di approssimazione dei dati

I dati possono essere ottenuti con misure dirette oppure attraverso calcoli matematici; in questo caso è necessario esprimere il risultato in modo che esso tenga conto dell'incertezza che caratterizza i dati stessi. Molto spesso si presenta la necessità di dover approssimare i risultati dei calcoli con un'operazione che prende il nome di *approssimazione* o *arrotondamento*.

Vi presentiamo ora le regole generali per approssimare un numero.

Anzitutto occorre individuare qual è l'ultima cifra a destra (che indichiamo con X) che deve restare dopo l'arrotondamento. Consideriamo poi la cifra che viene immediatamente dopo (che indichiamo con Y) e procediamo come segue.

- Se Y è minore di 5 ($Y < 5$), si elimina Y (insieme a tutte le cifre che eventualmente la seguono) lasciando invariata la cifra X; questa operazione viene detta *approssimazione per difetto*.

- Se Y è maggiore o uguale a 5 ($Y \geq 5$), si elimina Y (insieme a tutte le cifre che eventualmente la seguono) ricordando però di aumentare di una unità la cifra X; questa operazione viene detta *approssimazione per eccesso*.

La notazione scientifica

In certi casi è conveniente esprimere i numeri molto grandi o molto piccoli con la cosiddetta **notazione scientifica** (o **notazione esponenziale**).

Il numero deve essere scritto con una sola cifra diversa da zero prima della virgola e va moltiplicato per una potenza del 10 tale da riprodurre il numero originale.

Per esempio, nel numero 128 359 la virgola deve essere spostata *a sinistra* di cinque posti, quindi la potenza del 10 dovrà avere esponente positivo, esattamente 5. Il risultato è il seguente:

$$128\,359 = 1{,}28359 \cdot 10^5$$

Invece, nel numero 0,000654 la virgola deve essere spostata *a destra* di quattro posti, quindi la potenza del 10 dovrà avere esponente negativo, più esattamente – 4.
Il risultato è il seguente:

$$0{,}000654 = 6{,}54 \cdot 10^{-4}$$

I calcoli con i dati sperimentali

Quando si effettuano moltiplicazioni o divisioni tra dati si ottiene spesso un risultato con più cifre significative dei dati di partenza. Occorre dunque approssimare il risultato per assegnare il numero corretto di c.s. (figura ▶1). La regola da applicare è la seguente:

> Il risultato di una moltiplicazione o di una divisione tra dati sperimentali deve avere un numero di *cifre significative* uguale a quello del dato che ne ha di meno.

Per esemplificare, vediamo ora come si applica la regola in alcune diverse situazioni.

a) Nella seguente divisione il numero di cifre del risultato è maggiore di quello delle c.s.:
   36,58 m : 20,4 s = (1,793137) = 1,79 m/s
   4 c.s. **3** c.s. **3** c.s.

b) Nella seguente moltiplicazione il numero di cifre del risultato è minore di quello delle c.s.:
   1,20 m · 0,50 m = (0,6) = 0,60 m^2
   3 c.s. **2** c.s. **2** c.s.

▲ **Figura 1** Nel fare i calcoli, le calcolatrici non tengono conto del numero di cifre significative dei dati; quindi, anche se dopo la virgola vi sono zeri significativi, questi non vengono riportati. Il valore giusto da trascrivere è 20,0.

c) Nelle moltiplicazioni in cui il risultato contiene un numero di cifre a sinistra della virgola maggiore del numero di c.s. è necessario esprimere il risultato utilizzando la notazione scientifica:
   $25{,}1\ \text{m} \cdot 36\ \text{m} = (903{,}6) = 9{,}0 \cdot 10^2\ \text{m}^2$
   3 c.s. **2** c.s. **2** c.s.
d) Nelle equivalenze il numero di c.s. non può cambiare; per questo in alcuni casi è indispensabile scrivere il risultato con la notazione scientifica:
   $2{,}0\ \text{m} \rightarrow (200\ \text{cm}) \rightarrow 2{,}0 \cdot 10^2\ \text{cm}$
   2 c.s. **2** c.s.
e) I numeri esatti non soggetti a misura non influenzano il risultato di calcoli. Il valore ½ nella formula ½ mv^2 non reca alcuna incertezza.

Ora prendiamo in considerazione le cifre significative nelle addizioni e nelle sottrazioni.

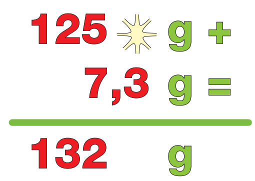
Supponiamo di eseguire la seguente addizione:

$$125\ \text{g} + 7{,}3\ \text{g}$$

Il primo dato è stato ottenuto con una bilancia con sensibilità un grammo e quindi non conosciamo quanto valgono i decigrammi. Pertanto non ha significato riportare la cifra dei decigrammi nel risultato (figura ►2).

La regola che determina il risultato è la seguente.

Il risultato di un'addizione o di una sottrazione tra dati sperimentali deve avere un numero di *cifre decimali* uguale a quello del dato che ne ha di meno.



▲ **Figura 2** Mettendo gli addendi in colonna, si nota che la cifra 3 non si può sommare perché manca la cifra corrispondente.