

INTRODUZIONE A GEOGEBRA

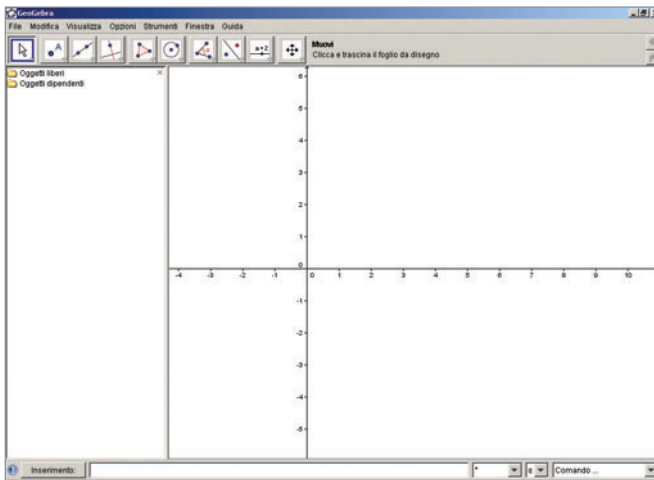
■ L'ambiente di lavoro

GeoGebra è un programma interattivo costruito per affrontare problemi di geometria euclidea, di geometria analitica e di analisi matematica.

Attivando GeoGebra con un doppio clic sulla relativa icona, il suo ambiente di lavoro appare come vediamo nella figura 2.



▲ Figura 1 L'icona di GeoGebra.



◀ Figura 2 L'ambiente di lavoro del programma GeoGebra.

Partendo dall'alto, possiamo notare:

- la riga di intestazione con il logo di GeoGebra;
- la barra dei menu;
- la barra degli strumenti geometrici;
- l'area di lavoro con
 - a sinistra la finestra algebrica, con le indicazioni *Oggetti liberi* e *Oggetti dipendenti*;
 - a destra l'area geometrica, rappresentata da una porzione di piano che a scelta può rappresentare o il piano euclideo o il piano cartesiano con i relativi assi coordinati;
- la riga di inserimento dei dati algebrici e a destra una tendina con i caratteri matematici notevoli, un'altra con le lettere greche e, ancora più a destra, un'altra con i numerosi comandi matematici.

■ L'inserimento degli oggetti geometrici

Per inserire un oggetto nell'area del disegno, utilizziamo le caselle che si trovano nella relativa barra (figura 3).



▲ Figura 3 La barra degli strumenti geometrici di GeoGebra.

Per esempio, disegniamo una retta.

Spostiamo con il mouse il puntatore, dalla forma di una freccia bianca, sulla casella *Retta per due punti*, la terza da sinistra della figura 3.

Facciamo clic su di essa. Vediamo che GeoGebra mostra il nome e la modalità di applicazione alla destra delle caselle.

Trasferiamo nell'area di lavoro il puntatore, che prende la forma di una croce coi bracci uguali e, quando facciamo clic su un primo punto, quella di una mano che indica. Il sistema istantaneamente evidenzia il punto e gli assegna il nome *A* (figura 4).

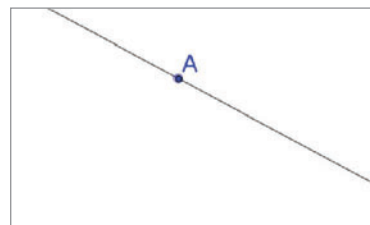
Nel dare i nomi, che si chiamano anche *etichette*, GeoGebra segue l'ordine alfabetico, indicando i punti con lettere maiuscole, le rette, le semirette e i segmenti con lettere minuscole (i segmenti a volte con la coppia dei nomi degli estremi) e gli angoli con lettere greche.

Spostiamo poi il puntatore: esso riprende la forma di una croce e poi, quando facciamo clic su un secondo punto, quella di una mano che indica. Il sistema istantaneamente evidenzia il punto, gli assegna il nome *B*, mostra la retta *AB* e le assegna il nome *a* (figura 5).

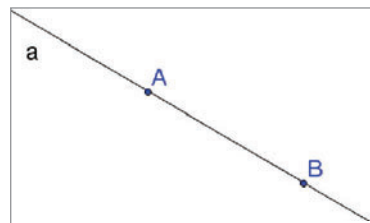
Mentre inseriamo gli oggetti geometrici nel piano, nella finestra algebrica compaiono le coordinate cartesiane dei punti e le equazioni delle rette; per ora, nello studio della geometria euclidea, ignoriamo questa parte.

Nascondiamo gli assi cartesiani (utili, invece, quando studieremo la geometria analitica) con un clic sui segni di spunta a fianco di *Assi* e di *Griglia* nel menu *Visualizza*.

Nella finestra algebrica appaiono anche le misure delle lunghezze dei segmenti e le aree dei poligoni. Possono servirci per la soluzione di problemi.



▲ Figura 4 Il primo punto della retta.



▲ Figura 5 Il secondo punto.

■ Le caselle degli strumenti

Le caselle degli strumenti sono disposte in dieci raggruppamenti.

Se la casella dello strumento che ci interessa è immediatamente disponibile nella barra degli strumenti, facciamo clic su di essa, passiamo nel piano geometrico e l'applichiamo secondo le sue modalità.

Se la casella dello strumento non si trova nella barra, facciamo clic nella piccola freccia in basso a destra della casella in vista, poi nella tendina che scende sulla casella desiderata e infine operiamo come prima.

Vediamo i raggruppamenti degli strumenti geometrici di GeoGebra.

IL PUNTATORE	I PUNTI	LE LINEE RETTE	LE RETTE NOTEVOLI
Muovi	Nuovo punto	Retta per due punti Segmento tra due punti	Retta perpendicolare Retta parallela
Ruota attorno a un punto	Intersezione di due oggetti	Segmento di data lunghezza da un punto Semiretta per due punti	Asse di un segmento Bisettrice Tangenti
	Punto medio o centro	Vettore tra due punti Vettore da un punto	Polare o diametro Luogo

I POLIGONI	LE CIRCONFERENZE E LE CONICHE	LE RETTE NOTEVOLI
Poligono	Circonferenza di dato centro Circonferenza di dato centro e di dato raggio	Angolo Angolo di data misura
Poligono regolare	Circonferenza per tre punti Semicirconferenza per due punti Arco di circonferenza di dato centro per due punti Arco di circonferenza per tre punti Settore circolare di dato centro per due punti Settore circolare per tre punti Conica per cinque punti	Distanza o lunghezza Pendenza Area

LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

Simmetrico rispetto a una retta
 Trasla di un vettore
 Ruota attorno a un punto di un angolo
 Dilatazione rispetto a un punto di un fattore (omotetia)

LA SLIDER E ALTRE

Slider
 Casella di controllo per mostra/nascondi
 Testo
 Immagine
 Relazione fra due oggetti

LA SISTEMAZIONE DEL DISEGNO

Muovi il foglio da disegno
 Zoom avanti
 Zoom indietro
 Mostra/nascondi oggetto
 Mostra/nascondi etichetta
 Copia stile
 Cancella

Nello svolgimento delle esercitazioni, quando incontriamo il nome di uno strumento scritto in corsivo, intendiamo che con esso si carichi il mouse e lo si attivi nel piano secondo la sua modalità.

Per esempio, alla descrizione prolungata fatta precedentemente per la costruzione della retta avremmo potuto sostituire la dicitura: «applichiamo *Retta per due punti*».

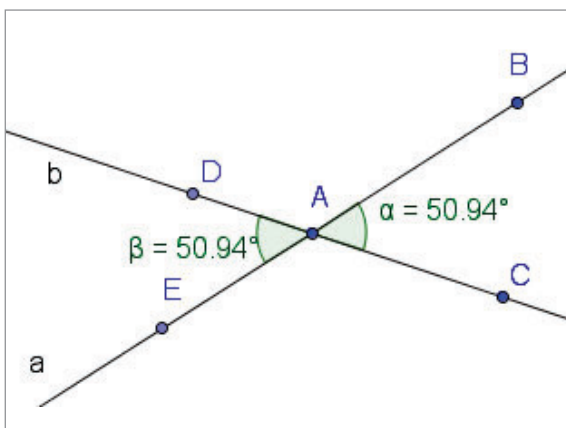
Il protocollo di costruzione

Se attiviamo *Protocollo di Costruzione* del menu *Visualizza*, apriamo una finestra che mostra una tabella con tutti i passi della costruzione che abbiamo effettuato.

Per esempio, realizziamo con gli strumenti di GeoGebra un disegno con due angoli opposti al vertice (figura 6).

Apriamo la finestra *Protocollo di Costruzione* (figura 7) e in essa vediamo tutti i comandi usati per costruire il disegno.

Utilizzando la *barra di navigazione*, presente sul fondo della finestra, come vediamo nella figura 7, possiamo rivisitare tutti i passi della costruzione, inserirne altri, cambiarne l'ordine o cancellarne alcuni.



▲ Figura 6 Un disegno con due angoli opposti al vertice.

No.	Nome	Definizione	Comando
1	Punto A		
2	Punto B		
3	Retta a	Retta per A, B	Retta[A, B]
4	Punto C		
5	Retta b	Retta per A, C	Retta[A, C]
6	Punto D	Punto su b	Punto[b]
7	Punto E	Punto su a	Punto[a]
8	Angolo α	Angolo tra C, A, B	Angolo[C, A, B]
9	Angolo β	Angolo tra D, A, E	Angolo[D, A, E]

▲ Figura 7 La finestra del *Protocollo di Costruzione*.

L'inserimento di dati algebrici

GeoGebra oltre che un programma per la geometria è anche un notevole strumento di calcolo algebrico. Attraverso la riga di inserimento permette di immettere:

- dati numerici, ai quali possiamo dare un nome o lasciare la scelta dell'assegnazione al sistema;
- espressioni matematiche articolate, digitandole dalla tastiera ed eventualmente importando nomi di operatori matematici, lettere greche e comandi vari dalle tendine che si trovano a fianco della riga di inserimento;
- equazioni di rette e di funzioni, che saranno esaminate più avanti.

Ricordiamo che GeoGebra trasforma tutte le espressioni immesse e quelle elaborate in formato decimale approssimato e richiede che le ampiezze degli angoli siano date o in gradi ($^{\circ}$) o in radianti (rad).

Possiamo inoltre utilizzare dati già inseriti; per esempio, dopo aver effettuato le assegnazioni $b = 4$ e $h = 2$, possiamo immettere l'espressione $S = b * h$.

■ Il trascinamento

Le figure che poniamo liberamente nel piano si dicono *oggetti liberi*, quelle che rappresentiamo correlate alle prime si dicono *oggetti dipendenti*.

Per esempio, se inseriamo la retta a con lo strumento *Retta per due punti* cliccando nel piano i punti A e B e poi con *Retta perpendicolare* la retta b perpendicolare alla a e passante per il punto B , allora la retta a è un oggetto libero e la retta b è un oggetto dipendente.

GeoGebra permette di trascinare nel piano gli oggetti liberi.

Per effettuare un trascinamento portiamo il puntatore su un oggetto di un disegno: GeoGebra trasforma il puntatore in una freccia e segnala il nome dell'oggetto; premiamo il tasto del mouse e, tenendolo premuto, spostiamo l'oggetto.

Osserviamo che lo spostamento degli oggetti liberi rispetta le relazioni con gli altri oggetti che abbiamo imposto loro all'atto della costruzione (come congruenza, equidistanza, parallelismo ecc.) ed evidenzia o confuta altre relazioni non imposte.

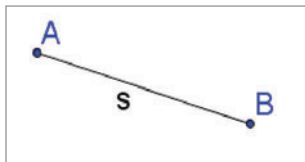
Se l'oggetto è dipendente, GeoGebra non ne permette il trascinamento.

È possibile spostare le etichette nelle «vicinanze» del relativo oggetto.

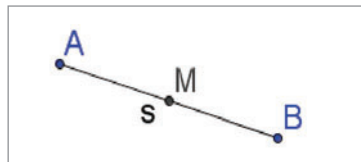
ESERCITAZIONE GUIDATA

Rappresentiamo il punto medio di un segmento e spostiamo uno degli estremi del segmento.

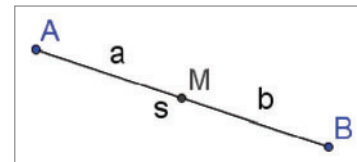
- Applichiamo il modo *Segmento tra due punti* e costruiamo il segmento AB , al quale diamo il nome s (figura 8). Se vogliamo cambiare il nome di un oggetto proposto da GeoGebra, possiamo farlo subito dopo l'inserimento, digitandolo dalla tastiera.
- Attiviamo *Punto medio* e lo applichiamo al segmento AB . GeoGebra lo evidenzia con il nome C e noi lo cambiamo in M (figura 9).



▲ Figura 8 Il segmento.



▲ Figura 9 Il punto medio.



▲ Figura 10 Il segmento e il suo punto medio dopo il trascinamento.

- GeoGebra non riconosce un elemento fino a quando non viene espressamente definito: due linee che si intersecano non individuano un punto, se non evidenziamo il punto; due punti su una retta non rappresentano un segmento, se non definiamo il segmento; due rette che si incontrano non formano automaticamente un angolo.
- Rendiamo noti al sistema i segmenti AM e MB applicando *Segmento tra due punti* rispettivamente ai punti A e M e ai punti M e B , che ricevono automaticamente i nomi a e b (figura 10).
- Afferriamo e trasciniamo l'estremo B , che è un oggetto libero, facendo allungare il segmento AB .
- Attiviamo lo strumento *Relazione fra due oggetti* (la quinta casella del nono raggruppamento) e lo applichiamo ai due segmenti a e b , il sistema risponde con il messaggio: «Segmenti a e segmento b : diversi; lunghezza segmento a e segmento b : uguale».
- Se portiamo il puntatore sul punto M , un oggetto dipendente, il sistema non ne permette lo spostamento. Volendo potremmo spostare tutto il segmento.

■ La slider

La slider è un corsoio (a forma di piccolo segmento, con un indicatore a forma di punto ingrandito) con sopra il suo nome e opzionalmente il suo valore attuale. Se spostiamo l'indicatore sul corsoio per mezzo del mouse, notiamo che il valore della slider cambia, così come le grandezze a essa collegate.

Per creare una slider, facciamo clic sulla terza casella del nono raggruppamento. Nella finestra di dialogo che appare specificiamo il suo nome, l'intervallo di variazione, l'incremento e usciamo con *Chiudi*.

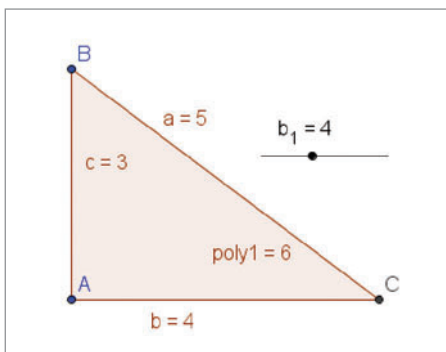
Per esempio, attiviamo una slider dandole il nome b , con l'intervallo di variazione da 1 a 10 e con passo 0.5.

Costruiamo poi un triangolo rettangolo ABC (figura 11) tracciando:

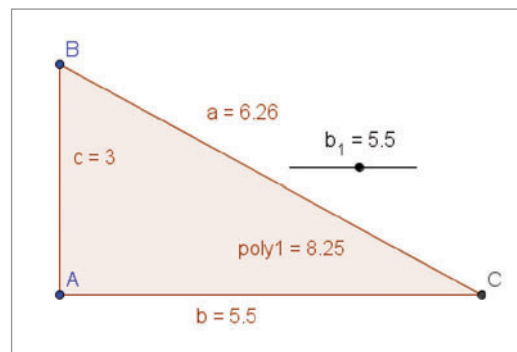
- il cateto AC , con *Segmento di data lunghezza da un punto*, assegnandogli come misura b il valore della slider (quando diamo il nome b al cateto AC , GeoGebra cambia la b della slider in b_1);
- il cateto AB lungo 3, con *Retta perpendicolare* dal punto A al cateto AC , *Circonferenza di dato centro e di dato raggio* di centro A e raggio 3, *Intersezione di due oggetti* fra la retta AB e la circonferenza, *Segmento tra due punti* di estremi A e B (con *Mostra/nascondi oggetto* nascondiamo la retta AB e la circonferenza usate per ottenere il cateto AB);
- l'ipotenusa BC , con *Segmento tra due punti* di estremi B e C ;
- il triangolo ABC con *Poligono* per i tre vertici A , B e C .

Poniamo con il mouse l'indicatore della slider al valore 4 e vediamo il triangolo della figura 11.

Spostiamo poi con il mouse l'indicatore della slider fino a raggiungere il valore per b di 5.5 e vediamo nel disegno tutte le variazioni indotte nel triangolo (figura 12).



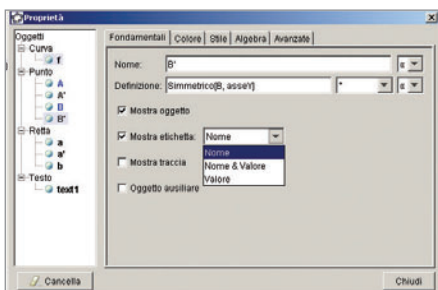
▲ Figura 11 La slider con $b_1 = 4$.



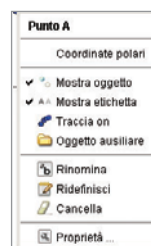
▲ Figura 12 La slider con $b_1 = 5.5$.

■ La finestra di dialogo di *Proprietà*

Se desideriamo modificare le caratteristiche di un oggetto presente nel disegno, come nome, colore, stile della linea e altre, apriamo la finestra di dialogo di *Proprietà* (figura 13), che si trova nel menu *Modifica*. Operiamo quindi le variazioni desiderate e usciamo con *Chiudi*.



▲ Figura 13 La finestra di dialogo di *Proprietà*.



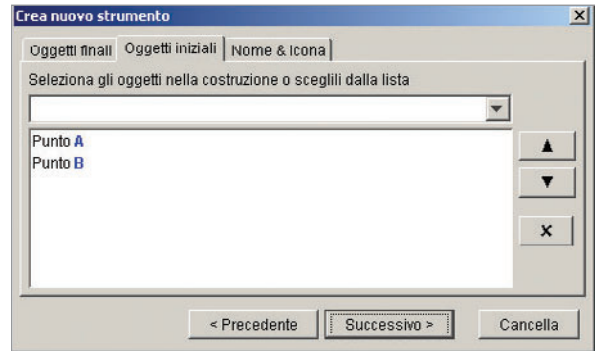
▲ Figura 14 La tendina di un oggetto grafico.

Possiamo attivare la finestra di dialogo di *Proprietà* anche con un clic con il tasto destro del mouse sull'oggetto e poi, nella tendina che scende (figura 14), su *Proprietà*.

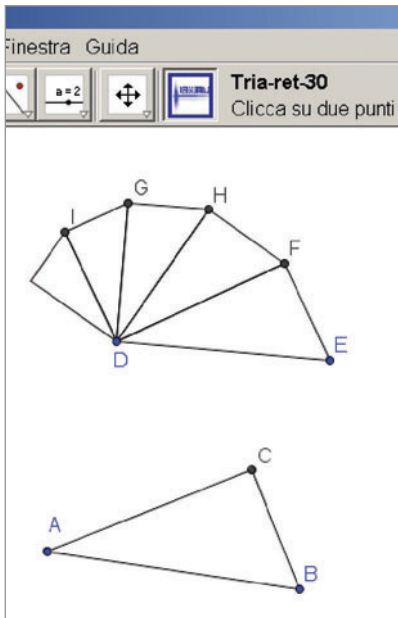
■ Gli strumenti definiti dall'utente

Quando riteniamo di dover ripetere spesso la medesima sequenza di operazioni geometriche, possiamo preparare e poi usare uno strumento personale.

Per realizzarlo eseguiamo la sequenza di operazioni che pensiamo di dover svolgere. Scegliamo quindi *Crea nuovo strumento* nel menu *Strumenti* e nella corrispondente finestra di dialogo (figura 15) indichiamo a GeoGebra quali sono gli oggetti iniziali (quelli ai quali possiamo poi applicare il nostro strumento) e gli oggetti finali (quelli che vogliamo ottenere dall'uso del nostro strumento), stabiliamo il nome dello strumento, l'icona da mettere nella barra degli strumenti e la frase di aiuto.



▲ Figura 15 La finestra di *Crea nuovo strumento*.



▲ Figura 16 L'applicazione di uno strumento personale.

Per esempio, dati due punti desideriamo tracciare più volte una figura a forma di triangolo rettangolo avente un angolo di 30° .

Per costruire lo strumento personale partiamo da due punti, A e B , e tracciamo il triangolo ABC con le caratteristiche desiderate (figura 16); selezioniamo *Crea nuovo strumento* nel menu *Strumenti*; specifichiamo gli *Oggetti finali*, facendo clic sui segmenti AB , BC e AC e gli *Oggetti iniziali*, facendo clic sui punti A e B ; diamo il nome allo strumento **Tria-ret-30**; scegliamo un'immagine per l'icona, che GeoGebra inserisce nella barra degli strumenti, e scriviamo la frase d'aiuto.

Per applicare lo strumento, immettiamo i punti D ed E , attiviamo il nuovo strumento con un clic sulla sua casella e poi sui due punti, ottenendo il triangolo DEF . Proseguiamo nell'uso dello strumento, facendo clic di seguito sugli estremi dei segmenti DF , DH , DG e DI , vedendo apparire il disegno della figura 16.

■ La barra dei menu

I menu che troviamo nella relativa barra assomigliano a quelli delle altre applicazioni di Windows. Nell'ambiente GeoGebra essi sono: *File*, *Modifica*, *Visualizza*, *Opzioni*, *Strumenti*, *Finestra* e *Guida*. Ricordiamo alcune delle loro potenzialità.

Il menu *File* permette di salvare, aprire e stampare le sessioni di lavoro di GeoGebra.

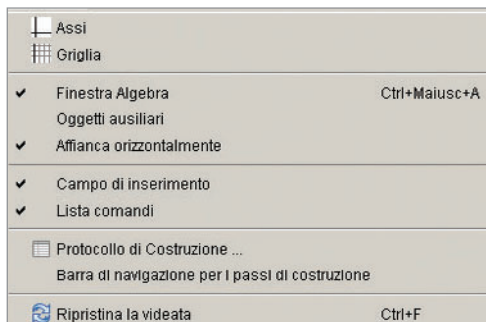
I file di GeoGebra sono caratterizzati dall'estensione `.ggb`.

Il menu *Modifica* permette di

- annullare un'operazione;
- aprire la finestra di *Proprietà*, utile per variare i parametri di un oggetto.

Il menu *Visualizza* (figura 17) permette di

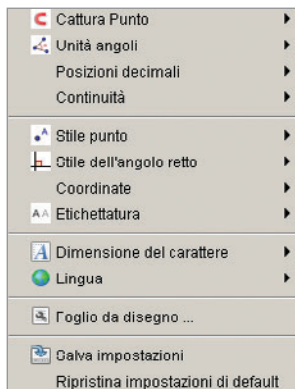
- nascondere/mostrare gli assi cartesiani, la griglia e la finestra algebrica;
- vedere la finestra di *Protocollo di Costruzione*.



◀ Figura 17 La tendina del menu *Visualizza*.

Il menu *Opzioni* (figura 18) permette di

- cambiare la dimensione dei caratteri;
- variare il numero delle cifre decimali.



◀ Figura 18 La tendina del menu *Opzioni*.

Il menu *Strumenti* permette di costruire, memorizzare e cancellare gli strumenti personali.

Il menu *Guida* permette di attivare il manuale in linea.