

ESERCIZI IN PIÙ

LA REGOLA DI CARTESIO

1 ESERCIZIO GUIDA

Data l'equazione, nell'incognita x ,

$$(a + 1)x^2 - 2ax + a + 2 = 0,$$

studiamo il segno delle soluzioni, senza risolvere l'equazione, al variare di a in \mathbb{R} .

Se $a + 1 = 0 \rightarrow a = -1$, l'equazione diventa di primo grado: $2x + 1 = 0$, con soluzione $x = -\frac{1}{2}$, negativa.

Per $a \neq -1$, studiamo il discriminante e i segni dei tre coefficienti dell'equazione.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{4} &= a^2 - (a + 1)(a + 2) = \\ &= \cancel{a^2} - \cancel{a^2} - 2a - a - 2 = -3a - 2. \end{aligned}$$

Le soluzioni sono reali se $\frac{\Delta}{4} \geq 0$.
 $\frac{\Delta}{4} \geq 0$ per $-3a - 2 \geq 0 \rightarrow a \leq -\frac{2}{3}$.

1° coefficiente: $a + 1 > 0 \rightarrow a > -1$;
 2° coefficiente: $-2a > 0 \rightarrow a < 0$;
 termine noto: $a + 2 > 0 \rightarrow a > -2$.

Compiliamo il quadro riassuntivo.

	-2		-1	- $\frac{2}{3}$	0
	----- ----- ----- ----- ----->				
$\frac{\Delta}{4}$	+		+	+	0
1° coefficiente	-		-	0	+
2° coefficiente	+		+	+	+
termine noto	-	0	+	+	+
	2 variazioni ↓ $x_1 > 0, x_2 > 0$		1 variazione 1 permanenza ↓ $x_1 > 0, x_2 < 0$	2 permanenze ↓ $x_1 < 0, x_2 < 0$	soluzioni non reali

Studia il segno delle soluzioni delle seguenti equazioni, nell'incognita x , al variare del parametro in \mathbb{R} .

2 $x^2 - 2bx + b^2 - 1 = 0$

5 $x^2 - 6x - (a - 1) = 0$

3 $ax^2 - (2a + 1)x + a = 0$

6 $bx^2 + 3bx + 1 = 0$

4 $kx^2 - 4x + 2 = 0$

7 $(k - 2)x^2 + 2(k - 2)x + k = 0$

8 $kx^2 - (2k - 1)x + k + 3 = 0$

9 $(a + 1)x^2 - 4ax + 4a - 5 = 0$

10 $x^2 + 2(a + 2)x - (1 - a^2) = 0$

11 $(a + 2)x^2 + (3 + 2a)x + a = 0$

12 $2ax^2 - 4ax + (2a - 3) = 0$

13 $(4a - 1)x^2 - 4(a + 1)x + a = 0$

14 $9kx^2 - (6k - 1)x + k - 1 = 0$

15 $ax^2 - (2a + 5)x + 8 + a = 0$

16 Determina per quali valori di a l'equazione $ax^2 - (a + 3)x + 3 = 0$ ammette radici reali e positive.

17 Determina per quali valori di k l'equazione $(k - 1)x^2 - 4x - 1 = 0$ ammette radici reali e discordi.

18 Determina per quali valori di b l'equazione $2x^2 + 6x + (2b - 3) = 0$ ammette radici reali e concordi.