

LABORATORIO DI MATEMATICA

I NUMERI REALI E I RADICALI

■ I radicali con Derive

PER INSERIRE NELLA ZONA ALGEBRICA	DOBBIAMO DIGITARE NELLA RIGA DI EDITAZIONE DELLE ESPRESSIONI
un radicale quadratico	SQRT (oppure fare clic sul simbolo $\sqrt{\quad}$ contenuto nella barra dei simboli matematici) e, di seguito, il radicando fra parentesi tonde; battere INVIO.
un radicale qualsiasi	il radicando posto fra parentesi tonde ed elevato (con il simbolo \wedge) a un esponente che ha come numeratore l'esponente del radicando e come denominatore l'indice della radice; battere INVIO.

ESERCITAZIONE GUIDATA

a) Con Derive semplifichiamo la seguente espressione irrazionale: $\frac{3 - \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}$.

b) Con l'aiuto di Derive stabiliamo qual è il maggiore fra i seguenti radicali: $\sqrt[3]{512}$, $\sqrt[4]{4521}$, $\sqrt[5]{34867}$.

c) Ricaviamo sul quaderno il radicale z che rende valida la seguente uguaglianza:

$$\sqrt[5]{\frac{3}{2}} \cdot z \cdot \sqrt[5]{\frac{27}{4}} = \frac{3}{2}. \text{ Con Derive eseguiamo la verifica.}$$

Rispondiamo al quesito a)

• Entriamo in ambiente Derive e digitiamo nella riga di editazione l'espressione: $(3 - \text{SQRT}(7))/(4 + \text{sqrt}(7))$ e con INVIO la immettiamo nella zona algebrica.

$$\#1: \frac{3 - \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}$$

Semplifichiamo l'espressione irrazionale

• Usiamo di seguito sull'etichetta #1 tre sottocomandi di *Semplifica*: *Semplifica_Base*, *Semplifica_Fattorizza* e *Semplifica_Approssima* (gli ultimi due sono sostituibili dai bottoni equivalenti). Otteniamo i corrispondenti risultati rispettivamente nelle etichette #2, #3 e #4.

$$\#2: \frac{19}{9} - \frac{7\sqrt{7}}{9}$$

$$\#3: \frac{19 - 7\sqrt{7}}{3^2}$$

$$\#4: 0.05330$$

Rispondiamo al quesito b)

• Per inserire contemporaneamente i tre radicali dell'espressione b) li scriviamo fra parentesi quadre e separati da virgole.

• Nella linea di editazione delle espressioni digitiamo $[512 \wedge (1/3), 4521 \wedge (1/4), 34867 \wedge (1/5)]$.

Con INVIO otteniamo l'etichetta #5.

$$\#5: \left[512^{\frac{1}{3}}, 4521^{\frac{1}{4}}, 34867^{\frac{1}{5}} \right]$$

Approssimiamo i radicali

• Diamo *Semplifica_Approssima* e otteniamo l'approssimazione dei tre radicali nell'etichetta #6. Questo permette di stabilire che il radicale maggiore è il secondo.

#6: [8, 8.199, 8.099]

Rispondiamo al quesito c)

Determiniamo sul quaderno il radicale z ottenendo $\sqrt[5]{\frac{3}{2^2}}$.

Verifichiamo il risultato

• Inseriamo l'espressione nell'etichetta #7.
 • Sostituiamo a z il radicale ricavato sul quaderno. Diamo *Semplifica_Sostituisci Variabili*; nel campo della sostituzione di z digitiamo: $(3/2^2)^{(1/5)}$ e con OK otteniamo l'etichetta #8.
 • Con *Semplifica_Base* applicato all'etichetta #8 verifichiamo il risultato.

#7: $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot z \cdot \left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$

#8: $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{3}{2^2}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$

#9: $\frac{3}{2}$

■ Esercitazioni con Derive o con Wiris

Stabilisci con il computer qual è il maggiore in ognuno dei seguenti gruppi di radicali.

1 $\sqrt[3]{8}, \sqrt[7]{128}$ [sono uguali]

2 $\sqrt[3]{28}, \sqrt[5]{246}, \sqrt[6]{735}$ [il primo]

3 $\sqrt[3]{2^8+1}, \sqrt[5]{21^3}, \sqrt[4]{75 \cdot 106}$ [il terzo]

8 $\sqrt[3]{75} : \sqrt[3]{45}$ $\left[\frac{\sqrt[3]{45}}{3}\right]$

9 $\sqrt[3]{75} \cdot \sqrt[3]{45}$ [15]

10 $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3}$ $[3\sqrt[12]{3}]$

11 $(\sqrt{5})^3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2$ $[5\sqrt[6]{2000}]$

12 $\sqrt[3]{\sqrt{2}} : \sqrt[6]{3}$ $\left[\frac{\sqrt[6]{486}}{3}\right]$

Verifica con il computer la proprietà invariante controllando le seguenti uguaglianze.

4 $\sqrt[5]{32} = \sqrt[10]{1024}$

5 $\sqrt[4]{a^3} = \sqrt[8]{a^6}$

6 $\sqrt[20]{b^5} = \sqrt[12]{b^3}$

Sul quaderno semplifica le seguenti espressioni razionali portando i fattori fuori dal segno di radice e sommando i radicali simili. Esegui poi la verifica con il computer.

13 $\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + 6\sqrt{32} + 12\sqrt{128}$ $[118\sqrt{2}]$

14 $4\sqrt[3]{2} - 5\sqrt{27} - 8\sqrt[3]{16} + 3\sqrt{243} - \sqrt{48} + 7\sqrt[3]{54}$ $[9\sqrt[3]{2} + 8\sqrt{3}]$

Svolgi le seguenti operazioni sul quaderno applicando i teoremi sui radicali. Esegui la verifica con il computer.

7 $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ $[\sqrt{35}]$

Semplifica con Derive o con Wiris le seguenti espressioni irrazionali, supponendo a e b positivi. Calcola i valori dell'espressione iniziale e dell'espressione semplificata, quando $a = 9$ e $b = 4$.

- 15** $\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) + 2(\sqrt{ab} - a)$ [$\sqrt{ab} - a; -3$]
- 16** $\frac{3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ [$\frac{2(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})}{a - b}; -\frac{2}{5}$]
- 17** $\frac{1}{\sqrt[3]{3a} - \sqrt[3]{2b}}$ [1]

Date le seguenti frazioni, con Derive o con Wiris scrivi il solo denominatore e moltiplicalo per il numero necessario a razionalizzarlo. Moltiplica poi il numeratore per lo stesso numero e ricostruisci la frazione razionalizzata.

- 18** $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ [$-\sqrt{2} - 2$]
- 19** $\frac{4(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} + 1}$ [$6 - 2\sqrt{5}$]
- 20** $\frac{1}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}}$ [$\frac{\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{35}}{2}$]