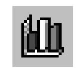
LABORATORIO DI MATEMATICA
LE EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Le equazioni di secondo grado con Excel

PER	DOBBIAMO	IL BOTTONE
tracciare un grafico	evidenziare la zona del foglio che contiene i dati da rappresentare sul grafico, fare clic sul bottone *Autocomposizione grafico* e nelle quattro finestre di dialogo che si presentano una di seguito all'altra, scegliere le caratteristiche del grafico che desideriamo che Excel rappresenti. Nella prima finestra scegliamo il tipo di grafico (per esempio cartesiano, istogramma, a torta, …). Nella seconda confermiamo le sequenze dei valori contenuti nella zona scelta. Nella terza assegniamo un titolo al grafico. Nella quarta scegliamo se creare un nuovo foglio grafico o se inserire il grafico nel foglio di lavoro.	 Il bottone di *Autocomposizione grafico*

ESERCITAZIONE GUIDATA

In un rettangolo la misura h dell'altezza è data dalla differenza fra g e $\frac{1}{4}$ della misura b della base. Le misure sono espresse in metri. Determiniamo b dopo aver assegnato g e l'area S del rettangolo, espressa in metri quadrati.
Fissato g, costruiamo una tabella contenente i valori di b e i corrispondenti valori di S.
Rappresentiamo graficamente i dati della tabella.

Impostiamo l'equazione risolvente il problema

Indichiamo la misura della base con x e traduciamo la relazione del problema $h = g - \frac{1}{4}x$.
Sostituiamo nella formula dell'area $S = bh$ la relazione, ottenendo $S = x\left(g - \frac{1}{4}x\right)$, da cui ricaviamo $\frac{1}{4}x^2 - gx + S = 0$, che risulta un'equazione di secondo grado.

Discutiamo l'equazione

Calcoliamo il discriminante $\Delta = g^2 - S$.
Se $\Delta > 0$, ci sono due soluzioni $x_1 = 2g - 2\sqrt{\Delta}$ e $x_2 = 2g + 2\sqrt{\Delta}$. (Se il discriminante è positivo, x_1 e x_2 sono sempre positivi.) Se $\Delta = 0$, c'è una soluzione $x_0 = 2g$. Se $\Delta < 0$, non ci sono soluzioni.

Stabiliamo un intervallo per la variazione della base

Analizziamo la seconda richiesta del problema. Osserviamo che la misura dell'altezza deve essere positiva, pertanto poniamo $g - \frac{1}{4}x > 0$ da cui $x < 4g$.
La base b deve quindi variare nell'intervallo $0 < b < 4g$.

Costruiamo il foglio

- Entriamo in ambiente Excel e scriviamo il titolo e le didascalie che indicano dove immettere i valori dei parametri e dove leggere i risultati (figura 1).

Calcoliamo e controlliamo il discriminante

- In C5 digitiamo la formula per il calcolo del discriminante: `= C3 ^ 2 – C4`.
- In C6 digitiamo la formula per controllare il discriminante: `= SE(C5 < 0; "nessuna soluzione"; SE(C5 = 0; "una soluzione"; "due soluzioni"))`.

Scriviamo le formule per ottenere le soluzioni

Per selezionare i tre casi delle soluzioni dell’equazione facciamo riferimento al contenuto della cella del discriminante.

- In A8 digitiamo:
`= SE (C5 < 0; “=”; 2 * C3 − 2 * RADQ(C5)).`
- In B8 digitiamo: `= SE(C5 > 0; “o”; “”).`
- In C8 digitiamo:
`= SE(C5 > 0; 2 * C3 + 2 * RADQ(C5); “=”).`

Immettiamo dei valori d’ingresso

- Usiamo il foglio e in C3 immettiamo 20, un valore per *g*, e in C4 immettiamo 144, un valore per *S*. Vediamo il foglio di figura 2.
- In C3 lasciamo 20, in C4 immettiamo 400 e troviamo la soluzione $b = 40$.
- Con 20 e 500 non troviamo alcuna soluzione.

Costruiamo la tabella

Decidiamo di costruire una tabella, con i valori di *b* e i corrispondenti valori di *S*, formata da dodici righe, una per l’intestazione e le altre per i valori.

- Nelle celle A10, B12, C12 inseriamo le indicazioni per la tabella.

Scriviamo le formule per caricare la tabella

Per ottenere gli undici valori della base *b* fissiamo l’incremento della *b* in $\frac{1}{10}$ dell’intervallo $[0; 4g]$. Pertanto in C10 digitiamo:
`= 4 * C3/10`. Digitiamo poi `0` in B13, il primo estremo dell’intervallo, e nella cella B14 la formula `= B13 + $C$10`, per incrementare la *b*, e la copiamo sino alla cella B23.

- Per ricavare i corrispondenti valori di *S*, nella cella C13 digitiamo: `= B13 * ($C$3 − B13/4)` e la copiamo sino alla cella C23. Mettiamo dei bordi alla zona B12 : C23. Nel foglio vediamo la tabella di figura 3.

Tracciamo il grafico

- Per tracciare il grafico evidenziamo la zona del foglio B12:C23 e facciamo clic sul bottone *Autocomposizione grafico*. Nella prima finestra scegliamo il tipo: *Dispers. (XY) Dispersione con coordinate unite da linee smussate*. Nella seconda confermiano i dati contenuti nella zona scelta. Nella terza assegniamo un titolo al grafico: `L’area S in funzione della base b` e un nome alle sequenze di valori: `b` per l’asse orizzontale e `S` per l’asse verticale. Nella quarta scegliamo di creare un nuovo foglio grafico. Al termine vediamo nel foglio il grafico di figura 4.

	A	B	C	D
1	Un problema di secondo grado			
2				
3	La lunghezza g è di			m
4	L'area è di			mq
5	Il discriminante vale			
6	Il problema ammette			
7	La base risulta lunga metri			
8				

▲ **Figura 1**

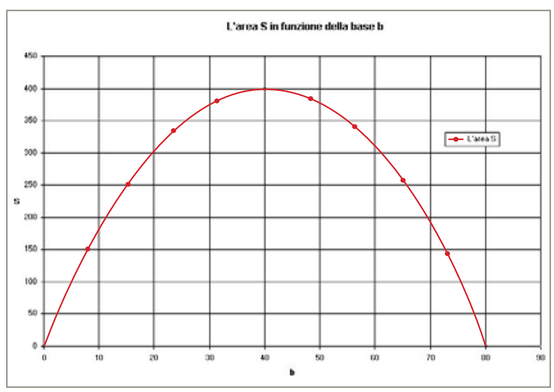
▼ **Figura 2**

	A	B	C	D
1	Un problema di secondo grado			
2				
3	La lunghezza g è di		20	m
4	L'area è di		144	mq
5	Il discriminante vale		256	
6	Il problema ammette		due soluzioni.	
7	La base risulta lunga metri			
8	8	o	72	

	A	B	C	D
10	L'Incremento è di		8	m
11				
12		La base b	L'area S	
13		0	0	
14		8	144	
15		16	256	
16		24	336	
17		32	384	
18		40	400	
19		48	384	
20		56	336	
21		64	256	
22		72	144	
23		80	0	

▲ **Figura 3**

▼ **Figura 4**



Esercitazioni

Risolvi i seguenti problemi in modo analogo a quello dell'esercitazione guidata.
Prova il foglio nei casi proposti.

1 In un triangolo rettangolo ABC il doppio della misura x del cateto AC supera la misura a del cateto BC di k. Determina x dopo aver assegnato l'ampiezza S dell'area di ABC e k.
Casi proposti:
a) $S = 36\ \text{m}^2, k = 0\ \text{m}$;
b) $S = 36\ \text{m}^2, k = 18\ \text{m}$;
c) $S = 36\ \text{m}^2, k = 32\ \text{m}$.
Fissa S, fai variare x e calcola a, k e la misura c dell'ipotenusa AB. $[x = 6; x = 12; x = 18]$

2 In un trapezio rettangolo $ABCD$ la misura l del lato obliquo BC è di 15 m, la misura h dell'altezza AD è il doppio della misura x della base minore. Determina x dopo aver assegnato la misura a della base maggiore AB.
Casi proposti:
a) $a = 16$ m;
b) $a = 15$ m;
c) $a = 6$ m.
Fai variare x e calcola a, h, e S, l'area di $ABCD$.
$[x = 1{,}19 \ \vee \ x = 5{,}21; x = 6 \ \vee \ x = 0; \nexists x]$

3 In un triangolo rettangolo ABC, determina la misura x della proiezione HB del cateto BC sull'ipotenusa AB, dopo aver assegnato l'ampiezza S dell'area di ABC e la misura c dell'ipotenusa.
Casi proposti:
a) $S = 30\ \text{m}^2$ e $c = 10$ m;
b) $S = 25\ \text{m}^2$ e $c = 10$ m;
c) $S = 20\ \text{m}^2$ e $c = 10$ m.
Tieni fissa c, fai variare x e calcola S e le misure a e b dei cateti BC e AC.
$[\nexists x; x = 5; x = 2 \ \vee \ x = 8]$

4 In un rettangolo $ABCD$ la base AB è lunga 20 m. Incrementando le misure della base AB e dell'altezza AD di una stessa grandezza positiva x ottieni un rettangolo $AEFG$. Determina x dopo aver assegnato h (la misura dell'altezza BC) e S (l'area di $AEFG$).
Casi proposti:
a) $S = 300\ \text{m}^2$ e $h = 7$ m;
b) $S = 300\ \text{m}^2$ e $h = 15$ m;
c) $S = 300\ \text{m}^2$ e $h = 20$ m.
Tieni fissa S, fai variare x e calcola h e l'ampiezza dell'area del rettangolo $ABCD$. $[x = 5; x = 0; \nexists x]$

5 Un trapezio $ABCD$ è inscritto in una semicirconferenza di diametro AB lungo 12 m. Il doppio della misura h dell'altezza CH supera la misura x della base minore CD di una misura g. Determina x dopo aver assegnato g.
Casi proposti:
a) $g = 10$ m;
b) $g = 12$ m;
c) $g = 14$ m.
Fai variare x e calcola g, h e l'ampiezza S dell'area del trapezio $ABCD$. $[x = 1{,}86; x = 0; \nexists x]$

6 In un quadrato $ABCD$ considera il punto P appartenente al lato AB, lungo 10 metri, tale che $\overline{PD}^2 + \overline{PB}^2 = k$. Indica la misura di AP con x e determina x dopo aver assegnato k.
Casi proposti:
a) $k = 150\ \text{m}^2$;
b) $k = 168\ \text{m}^2$;
c) $k = 210\ \text{m}^2$.
Fai variare x e calcola k.
$[x = 5; x = 2 \ \vee \ x = 8; \nexists x]$

7 Determina la misura x dell'altezza BC di un rettangolo $ABCD$ sapendo che l'area e il perimetro misurano rispettivamente S e $2p$.
Casi proposti:
a) $S = 80\ \text{m}^2$ e $2p = 36$ m;
b) $S = 225\ \text{m}^2$ e $2p = 60$ m;
c) $S = 70\ \text{m}^2$ e $2p = 30$ m.
Fissa S, fai variare x e calcola $2p$ e la misura b della base AB.
Fissa $2p$, fai variare x e calcola S e la misura b della base AB. $[x = 8 \ \vee \ x = 10; x = 15; \nexists x]$

Da ognuno dei seguenti problemi deduci un'equazione che leghi l'incognita x al parametro attraverso le relazioni del problema, risolvila e discutila.
Basandoti sulla discussione costruisci con Excel un foglio che permetta di inserire i valori del parametro e di ottenere gli eventuali risultati o le indicazioni della mancanza della soluzione.
Nel foglio costruisci delle tabelle secondo le indicazioni, dalle quali devi ricavare dei grafici.

8 Determina la misura x della base di un rettangolo, sapendo che la diagonale è lunga 10 metri e che la misura h dell'altezza supera di f la metà di x. Fai variare f da 0 a 12 con passo 0,5 e calcola le misure della base e dell'altezza.

9 Determina la misura x della base di un rettangolo, sapendo che l'altezza è di 12 metri e che la misura d della diagonale supera di f la metà di x. Fai variare f da 8 a 16 con passo 0,25 e calcola le misure della base e della diagonale.

10 Determina la misura x del lato obliquo di un trapezio rettangolo, sapendo che la base maggiore è di 12 metri, la base minore di 8 metri, e la misura h dell'altezza supera di g la metà di x. Fai variare g da 0 a 6 con passo 0,25 e calcola le misure del lato obliquo e dell'altezza.

11 Dopo aver assegnato la misura c dell'ipotenusa BC del triangolo rettangolo ABC, determina la misura x del cateto AC, sapendo che il cateto AB supera x di 8 metri. Fai variare c da 4 a 84 con passo 4 e calcola le misure dei cateti.

12 Dopo aver assegnato la misura h dell'altezza AH del triangolo isoscele ABC, determina la misura x della base BC, sapendo che supera il lato obliquo di 2 metri. Fai variare h da 0 a 160 con passo 8 e calcola le misure della base e del lato obliquo.