

RECUPERO

LE EQUAZIONI LETTERALI

1 COMPLETA

Risolvi e discuti la seguente equazione letterale nell'incognita x :

$$ax^2 - (a + 2)x + 2 = 0.$$

$$A = \dots; B = -(a + 2); C = \dots$$

$$\Delta = [-(a + 2)]^2 - 4 \dots \cdot \dots =$$

$$= a^2 + 4a + 4 - \dots = a^2 - \dots + 4 =$$

$$= (a - \dots)^2$$

$$x = \frac{+(a + 2) \pm \sqrt{(a - \dots)^2}}{2a} = \frac{a + 2 \pm (a - \dots)}{2a} = \begin{cases} \frac{2a}{2a} = 1 \\ \frac{\dots}{2a} = \frac{\dots}{a} \end{cases}$$

Individua i coefficienti A, B, C .

Calcola il discriminante $\Delta = B^2 - 4AC$.

Determina le soluzioni con la formula risolutiva.

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}.$$

se $a = 0$, l'equazione diventa

$$-2x + \dots = 0$$

e ha soluzione $x = \dots$

Discuti il coefficiente di x^2 :

se $a = 0$, l'equazione si abbassa di grado;

se $a \neq 0$:

se $\Delta = 0$ cioè $a - \dots = 0$; $a = \dots$

$$x_1 = x_2 = \dots \text{ soluzioni reali e } \dots$$

se $a \neq 0$, studia il discriminante:

se $\Delta = 0$, si ottengono due soluzioni reali e coincidenti;

se $\Delta > 0$, allora deve essere $a - \dots \neq 0$; $a \neq \dots$

valgono le soluzioni reali e \dots trovate

$$x_1 = 1 \text{ e } x_2 = \dots$$

se $\Delta > 0$, si ottengono due soluzioni reali e distinte.

In sintesi:

Concludi.

- se $a = 0$, l'equazione è di \dots grado e ha soluzione $x = \dots$;
- se $a = 2$, l'equazione ha due soluzioni reali e \dots $x_1 = x_2 = \dots$;
- se $a \neq 0$ e $a \neq 2$, l'equazione ha due soluzioni reali e \dots $x_1 = 1$ e $x_2 = \dots$.

2 PROVA TU

Risolvi e discuti la seguente equazione letterale nell'incognita x :

$$3a^2x^2 - 4ax + 1 = 0.$$

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \dots$$

$$\frac{\Delta}{4} = (-2a)^2 - \dots (1) = \dots - 3a^2 = a^2$$

$$x = \frac{2a \pm \sqrt{\dots}}{\dots} = \frac{2a \pm \dots}{\dots} = \begin{cases} \frac{\dots}{3a^2} = \frac{1}{\dots} \\ \frac{\dots}{3a^2} = \frac{1}{\dots} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1}{\dots}; x_2 = \frac{1}{\dots}$$

se $3a^2 = 0$, cioè $a = \dots$, l'equazione diventa $1 = 0$, cioè

se $3a^2 \neq 0$, cioè $a \neq \dots$, $\Delta > 0$ e l'equazione ha due soluzioni reali distinte $x_1 = \dots, x_2 = \dots$

In sintesi:

- se $a = \dots$, equazione impossibile;
- se $a \neq \dots$, soluzioni reali distinte $x_1 = \dots, x_2 = \dots$.

Risolvi le seguenti equazioni.

3 $x^2 - 8ax + 15a^2 = 0$ [3a; 5a]

4 $2x^2 - ax - a^2 = 0$ [$-\frac{1}{2}a; a$]

5 $x(x - a) + 2a^2 + 2a(x - 2a) = 0$ [-2a; a]

6 $x^2 - 3ax - 4a^2 = 0$ [-a; 4a]

7 $x^2 - (a + 2)x + 2a = 0$ [2; a]

8 $x^2 - (a - 1)x - a = 0$ [a; -1]

9 $(b^2 + 1)x^2 = 2(8 - bx^2)$ [$b \neq -1, x_1 = -\frac{4}{b+1}, x_2 = \frac{4}{b+1}; b = -1, \text{equazione impossibile}$]

10 $2(a - 1)x^2 + (3a + 1)x + a + 1 = 0$
[$a = 1, x_1 = -\frac{1}{2}; a = -3, x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}; a \neq 1 \wedge a \neq -3, x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{a+1}{1-a}$]

11 $(b - x)(x - a) = -ab$ [0; a + b]

12 $ax(x - 2) - 2 + a = a(x - 2) + a - x$ [$a \neq 0 \wedge a \neq -1, x = 2, x = \frac{a-1}{a}; a = -1, x = 2; a = 0, x = 2$]

13 $ab(x + 1)^2 = x(a + b)^2$
[$a \neq 0 \wedge b \neq 0, x = \frac{a}{b}, x = \frac{b}{a}; a = b = 0, \text{indeterminata}; (b = 0 \wedge a \neq 0) \vee (b \neq 0 \wedge a = 0), x = 0$]