

Scheda di lavoro



PROBLEMI, RAGIONAMENTI, DEDUZIONI

Espressioni a confronto

È maggiore $\frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{12}$ o $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{10}$?

FRANCESCO: «Nessuna delle due: sono uguali! Ho fatto il calcolo approssimato, sapendo che $\sqrt{3}$ è circa 1,7 e $\sqrt{2}$ è circa 1,4: entrambe le espressioni danno 0,3».

CHIARA: «Forse hai usato un'approssimazione eccessiva. Inoltre, anche se due espressioni hanno lo stesso valore approssimato con un numero grande di cifre, non è detto che siano uguali. Posso farti degli esempi».

FRANCESCO: «Giusto. E poi, perché tanti calcoli? Usiamo l'algebra!».

► Per il confronto, utilizza le regole sui radicali e quelle sulle disuguaglianze.

1. Usiamo l'algebra!

Confrontiamo fra loro $\frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{12}$ e $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{10}$ utilizzando le regole che hai studiato per i radicali.

Nella prima espressione esegui l'addizione, ottenendo un'unica frazione:

$$\frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\dots + \dots}{\dots}$$

Riduci la frazione così ottenuta e quella della seconda espressione allo stesso denominatore:

$$\text{prima espressione} = \frac{\dots + \dots}{120}; \quad \text{seconda espressione} = \frac{\dots + \dots}{120}$$

Ora è sufficiente confrontare i numeratori delle due frazioni. Risulta:

$$\frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{12} > \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{10} \quad \text{se e solo se} \quad \dots + 10\sqrt{3} > 12\sqrt{2} + \dots$$

Sottrai la medesima quantità a entrambi i membri, in modo da ottenere una disuguaglianza equivalente alla precedente, ma con un radicale simile a $\sqrt{2}$ soltanto al primo membro:

$$\dots\sqrt{2} + 10\sqrt{3} > 12\sqrt{3}$$

Analogamente puoi ottenere una disuguaglianza con soltanto un radicale simile a $\sqrt{3}$ al secondo membro:

$$\dots\sqrt{2} > \dots\sqrt{3}$$

Porta ora i fattori dentro alle radici e, per finire, confronta i radicali.

Cosa puoi concludere?

2. Un secondo confronto

Per confrontare $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ e $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, scegli valori approssimati di $\sqrt{3}$ e $\sqrt{2}$, con cinque cifre decimali.

Che cosa noti?

Puoi concludere che le espressioni sono uguali?

Dimostra la loro uguaglianza mediante il calcolo algebrico.

.....

