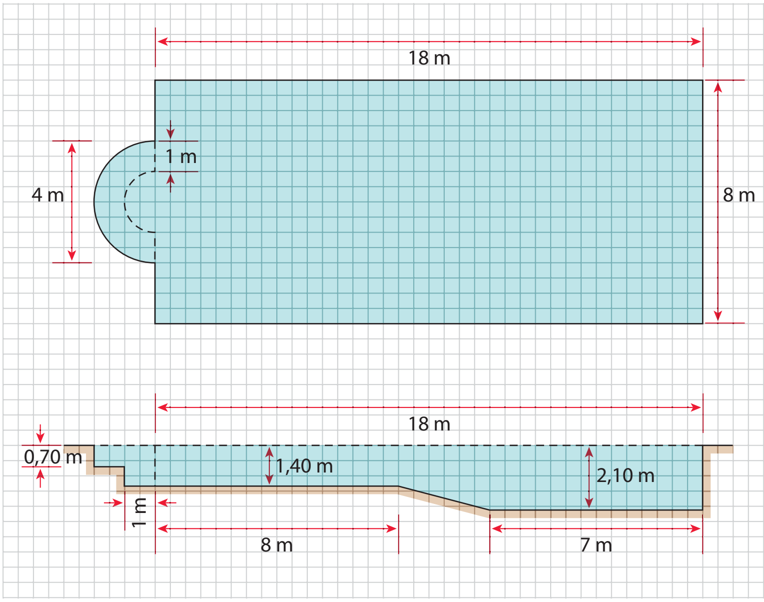
REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 La capienza della piscina

In figura sono riportate la vista dall'alto e la sezione di una piscina. Nota che la zona semicircolare a sinistra presenta un gradone, sempre a semicerchio, che rimane sott'acqua.

- ▶ Quanta acqua serve per riempire la piscina?
- ▶ La normativa impone che nella piscina possano stare al massimo due persone ogni 2 m^2. Quante persone può contenere la piscina?



▶ Per calcolare il volume della piscina consideriamo separatamente le varie zone.

Parte più profonda: è un ____ di base ____ = ____ m^2 e altezza ____ m, perciò il volume è $56 \cdot 2{,}10 = 117{,}6\ m^3$.

Parte inclinata: è formata da una parte superiore che è un ____ di volume ____ = 33,6 m^3 e da una parte inferiore equivalente a ____, di volume ____ = 8,4 m^3.

Parte meno profonda: è un ____ di base $8 \cdot 8 = 64\ m^2$ e ____ 1,40 m, perciò il volume è ____ m^3.

Parte semicircolare con il gradone: può essere suddivisa in due zone. Quella esterna equivale a un solido che ha per base una ____ di raggi 2 m e 1 m e l'altezza di ____ m, quindi ha il volume ____ $\cdot\, 0{,}70 \simeq 3{,}3\ m^3$; la zona più interna ha per base un ____ di raggio ____ m e altezza ____ m, quindi il volume è ____ $\simeq 2{,}2\ m^3$.

Il volume totale della piscina è perciò:

$$117{,}6 + 33{,}6 + 8{,}4 + 89{,}6 + 3{,}3 + 2{,}2 = \_\_\_\_\ m^3 = \_\_\_\_\ dm^3 = \_\_\_\_\ \text{litri}.$$

▶ L'area coperta dalla piscina, che si ricava dalla vista dall'alto del disegno del problema, è data da:

$$\_\_\_\_ + \frac{\_\_\_\_}{2} \simeq 150{,}3\ m^2.$$

Perciò la piscina può contenere al massimo ____ = ____ bagnanti.

2 **Il cono gelato**

Stefano ha comprato un gelato composto da un cono di altezza 10 cm e diametro 4 cm totalmente riempito e da due palline di gelato alla frutta, che possiamo pensare come sfere di raggio 2,5 cm.

- Quanto dovrebbe essere alta una coppetta cilindrica di diametro 6 cm se Stefano volesse trasferirvi tutto il gelato?
- Quanta carta occorre per avvolgere il cono per evitare di sporcarsi? E per avvolgere la coppetta?

- Bisogna innanzitutto calcolare il volume totale occupato dal gelato nel cono e nelle due palline.

$$V_{tot} = V_{cono} + 2V_{pallina} = \square + 2 \cdot \square = \frac{1}{3}\pi \cdot \square + \frac{8}{3}\pi \cdot \square^3 \simeq 172{,}8\ \text{cm}^3.$$

Calcoliamo l'altezza della coppetta cilindrica, noto il volume che essa deve contenere:

$$V_{coppetta} = \square \rightarrow h = \square = \square \simeq \square\ \text{cm}.$$

- In questo caso bisogna calcolare le aree delle superfici laterali:

$$A_{lat\ cono} = \square \text{ con } a = \square = \square \simeq 10{,}2\ \text{cm} \quad \rightarrow \quad A_{lat\ cono} \simeq \pi \cdot \square \simeq 64{,}1\ \text{cm}^2,$$

$$A_{lat\ coppetta} = 2\pi r h = \square \simeq \square\ \text{cm}^2.$$

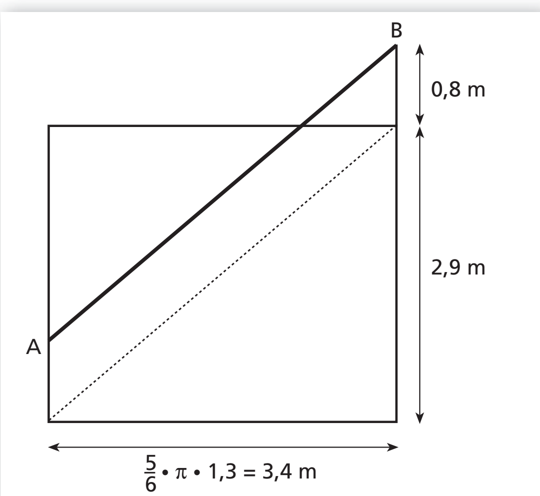
3 **La scala a chiocciola**

Una scala a chiocciola collega due piani di un appartamento. Ciascun piano è alto 2,9 m e il foro nel pavimento è largo 130 cm. La scala ha inoltre una ringhiera alta 80 cm dotata di un corrimano, che parte in corrispondenza del primo gradino e termina al pianerottolo del piano superiore dopo che la scala si è «avvolta» in tutto di 300°.

- Quanto è lungo il corrimano?

- Se la scala a chiocciola si «avvolgesse» di un giro completo, cioè descrivesse un arco di 360°, allora il suo ingombro corrisponderebbe a un cilindro di altezza ___ m e diametro ___ m. Sviluppando in piano questo cilindro, si avrebbe un rettangolo di base ___ $\simeq$ 4,08 m e altezza ___ m.

In realtà la scala si «avvolge» di soli 300° = ___ · 360°, quindi nel corrispondente sviluppo in piano dobbiamo considerare un ___ di base ___ $\simeq$ 3,4 m e ___ sempre 2,9 m.



Il corrimano, che si appoggia alla superficie ___ del cilindro, è un'elica. Nello sviluppo in piano il corrimano corrisponde al segmento ___ della figura. Traslando in basso il segmento AB di ___ m si ottiene la ___ del rettangolo.

La diagonale del rettangolo misura:

$$\square \simeq 4{,}5\ \text{m}.$$

La lunghezza del corrimano è quindi di 4,5 m.

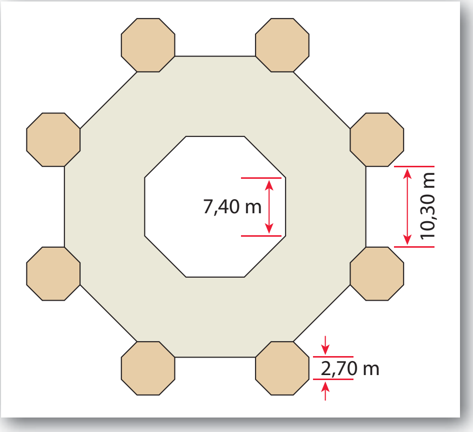
◀ **Figura 1**

4 Castel del Monte

L'ottagono è il motivo geometrico ricorrente di Castel del Monte, che si trova ad Andria in Puglia. La pianta dell'edificio è ottagonale, così come il cortile interno e le torri situate agli angoli.

▶ Date le misure seguenti, calcola il volume complessivamente occupato dal corpo centrale e dalle torri.

Lato esterno (distanza tra due torri successive) = 10,30 m;
altezza = 20,50 m;
lato medio del cortile interno = 7,40 m circa;
lato torre = 2,70 m;
altezza torre = 24 m.



▶ Esaminiamo innanzitutto le *torri*.
Le torri sono ______ a base ______. L'apotema dell'ottagono è data da:

$$a = \frac{l}{2}\cdot\frac{1}{\boxed{}} = \frac{l}{2}\cdot \operatorname{cotg}\frac{\pi}{8},$$

quindi l'area di base di una torre è:

$$A_b = 8\cdot\frac{1}{2}\cdot\boxed{} = 8\cdot\frac{1}{2}\cdot l\cdot\boxed{} = 2\cdot l^2\cdot \operatorname{cotg}\frac{\pi}{8} = \boxed{} \simeq 35{,}20\ \text{m}^2.$$

Il volume di ogni torre è perciò:

$$V_{torre} = \boxed{} = \boxed{} \simeq \boxed{}\ \text{m}^3.$$

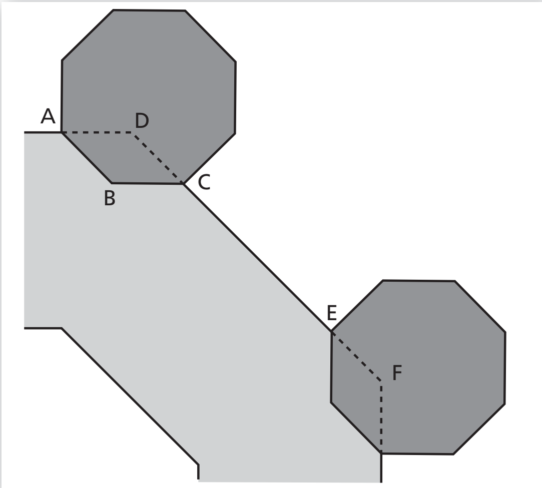
Passiamo al *cortile interno*. La forma è sempre ______, con i lati di lunghezza media:

$$l_{medio} = 7{,}40\ \text{m}.$$

Analogamente a prima, il volume del cortile interno è:

$$V_{cort} = A_b\cdot h =$$
$$= \boxed{} = 8\cdot\frac{1}{2}\cdot l_{medio}\cdot\boxed{}\ h = \boxed{} =$$
$$= \boxed{} \simeq 5420\ \text{m}^3.$$

Esaminiamo il *corpo del castello*.
Dal dettaglio della figura 2 (a pagina 462) si vede che il poligono $ABCD$ è un parallelogramma e poiché $\overline{AB} = \overline{BC}$ in quanto lati dell'ottagono regolare della torre, risulta $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$. In particolare sarà quindi $\overline{CD} = \boxed{}$.



◀ **Figura 2**

Il lato dell'ottagono del corpo del castello è quindi lungo:

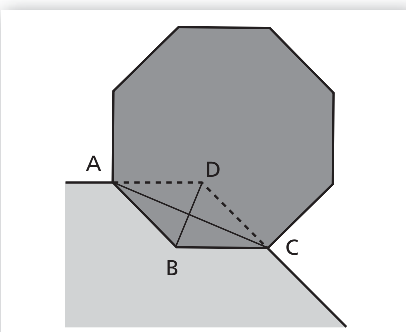
$$\overline{DF} = \overline{CE} + \underline{\qquad} = 10,3 + \underline{\qquad} = \underline{\qquad}\ \text{m}$$

Il volume del prisma ottagonale più esterno (immaginandolo pieno, come se non esistesse il cortile interno) è:

$$V_{corpo} = A_b \cdot h = \underline{\qquad\qquad} = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{l}{2} \cdot \text{cotg}\,\frac{\pi}{8} \cdot h = \underline{\qquad\qquad} =$$

$$= \underline{\qquad\qquad\qquad} \simeq \underline{\qquad}\ \text{m}^3.$$

A questo però va sottratto il volume degli $\underline{\qquad\qquad}$ a base $\underline{\qquad\qquad}$ che fanno parte delle torri. Determiniamo innanzitutto l'area di base di questi prismi.



◀ **Figura 3**

$$A\widehat{D}C = \underline{\qquad\qquad} \cdot \pi = \underline{\quad}, A\widehat{D}B = \frac{3\pi}{8}, \overline{AC} = 2\,\underline{\quad} \cdot \text{sen}\,\underline{\quad} = 2 \cdot 2,7 \cdot \underline{\qquad} \simeq 5\ \text{m},$$

$$B\widehat{A}D = \pi\,\underline{\quad}\,\frac{3}{4}\pi = \underline{\quad}, B\widehat{A}C = \underline{\quad}, \overline{BD} = 2 \cdot \overline{AD} \cdot \underline{\qquad} = 2 \cdot \underline{\qquad\qquad} \simeq \underline{\quad}\ \text{m},$$

$$A_b = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BD}}{2} = \underline{\qquad} = 5,25\ \text{m}^2.$$

Il volume degli otto prismi è quindi:

$$V_8 = \underline{\qquad} = \underline{\qquad\qquad} = \underline{\quad}\ \text{m}^2.$$

Il *volume totale* dell'edificio sarà perciò:

$$V_{TOT} = 8 \cdot V_{torre} + V_{corpo}\,\underline{\qquad\qquad} = 8 \cdot 845 + 24\,398\,\underline{\qquad\qquad} = 24\,877\ \text{m}^3.$$