ELEMENTI DI MATEMATICA

1. Notazione esponenziale di un numero decimale

Un numero decimale viene espresso in *notazione esponenziale* quando è espresso ponendo in evidenza un'opportuna potenza di 10, cioè con una notazione del tipo:

$$a \cdot 10^n, \text{ con } n \text{ intero}$$

La notazione esponenziale si ottiene spostando la virgola di un numero di posizioni pari a n, verso sinistra se n è positivo e verso destra se n è negativo.

La notazione esponenziale è molto comoda per scrivere e fare operazioni con numeri molto grandi o molto piccoli.

ESEMPIO

Esprimere in notazione esponenziale i numeri 120 000 e 0,000120:

- 120 000:
  $1{,}2 \cdot 10^5$ *o* $12 \cdot 10^4$ *o* $120 \cdot 10^3$
- 0,000120:
  $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ *o* $12 \cdot 10^{-5}$ *o* $120 \cdot 10^{-6}$

NOTAZIONE SCIENTIFICA

La *notazione scientifica* consiste nell'esprimere un numero nella forma $p \cdot 10^n$ con $1 \leq p \leq 9$, seguito dalle eventuali cifre decimali, e n intero.

Con la notazione scientifica alle volte si sottintende la base 10, indicando solo l'esponente preceduto dalla lettera E (Esponente).

ESEMPIO

Esprimere in notazione scientifica il numero 11 000 000:
$1{,}1 \cdot 10^7$ oppure $1{,}1E + 7$.

2. Ordine di grandezza di un numero

È la potenza del dieci che differisce meno dal numero stesso; per esempio 11 000 000 ha come ordine di grandezza 10^7.

3. Multipli e sottomultipli di numeri decimali

Nella TABELLA **A.1** sono riportati i simboli che corrispondono ai prefissi con cui si denotano i multipli e i sottomultipli utilizzati nel sistema metrico decimale (SI, *Sistema Internazionale di unità di misura*).

ESEMPIO

Esprimere con multipli o sottomultipli una frequenza di 5 000 000 Hz, una capacità di 0,000001 F e una tensione di 0,0003 V.

Esprimiamo i numeri in notazione esponenziale: $f = 5 \cdot 10^6$ Hz, $C = 10^{-6}$ F, $V = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ V oppure $V = 300 \cdot 10^{-6}$ V.

Esprimiamo quindi i valori impiegando i multipli o i sottomultipli: $f = 5$ MHz, $C = 1$ μF, $V = 0{,}3$ mV oppure $V = 300$ μV.

TABELLA **A.1** Simboli e prefissi utilizzati nel sistema metrico decimale.

Simbolo	Prefisso	Fattore (ordine di grandezza)
Y	Yotta	$(10^3)^8 = 10^{24}$
Z	Zetta	$(10^3)^7 = 10^{21}$
E	Exa	$(10^3)^6 = 10^{18}$
P	Peta	$(10^3)^5 = 10^{15}$
T	Tera	$(10^3)^4 = 10^{12}$
G	Giga	$(10^3)^3 = 10^9$
M	Mega	$(10^3)^2 = 10^6$
k	kilo	10^3
h	Etto (hecto)	10^2
da	deca	10
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ	micro	$(10^3)^{-2} = 10^{-6}$
n	nano	$(10^3)^{-3} = 10^{-9}$
p	pico	$(10^3)^{-4} = 10^{-12}$
f	femto	$(10^3)^{-5} = 10^{-15}$
a	atto	$(10^3)^{-6} = 10^{-18}$
z	zepto	$(10^3)^{-7} = 10^{-21}$
y	yocto	$(10^3)^{-8} = 10^{-24}$

4. Operazioni con le potenze

Nelle telecomunicazioni si ha comunemente a che fare con numeri molto piccoli o molto grandi per cui risulta spesso conveniente esprimere i valori in notazione esponenziale o in notazione scientifica e operare con le potenze in base 10, in modo da sfruttarne le proprietà matematiche, che sono riassunte nella TABELLA **A.2**.

Per esempio, il segnale che viene captato da un'antenna ricevente è debolissimo, dell'ordine dei milionesimi di Volt, mentre la frequenza del segnale TV che si riceve da un satellite è elevatissima, dell'ordine dei miliardi di Hertz. Quindi in questo ambito possiamo avere a che fare con valori di tensione dell'ordine di 0,000001 V o con frequenze dell'ordine di 10 000 000 000 Hz.

Risulta evidente la scomodità di operare con numeri espressi in questo vmodo. È molto più comodo esprimere tali valori in notazione esponenziale o in notazione scientifica:

$$0{,}000001 = 10^{-6};\ 10\,000\,000\,000 = 10^{10}$$

TABELLA **A.2** Proprietà delle potenze.

Operazione	Regola	Note
Moltiplicazione	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ m, n: numeri reali	Il prodotto di più potenze aventi la stessa base è una potenza avente la stessa base e avente come esponente la somma degli esponenti
Divisione	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	Il quoziente di due potenze aventi la stessa base è una potenza avente la stessa base e come esponente la differenza degli esponenti
Elevamento a potenza	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	La potenza di una potenza è uguale a una potenza che ha la stessa base e come esponente il prodotto degli esponenti
Altre proprietà		
Regola	**Note**	
$a^0 = 1$	La potenza di un numero (diverso da 0) avente esponente pari a zero è uguale a 1	
$a^1 = a$	La potenza di un numero avente esponente pari a 1 è uguale al numero stesso	
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Una potenza con esponente negativo equivale al reciproco della potenza con esponente positivo	
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	L'elevamento a potenza del prodotto di due o più numeri equivale al prodotto delle singole potenze ottenute elevando i numeri a potenza con esponente n	
$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$	La radice n-esima di un numero equivale all'elevamento a potenza con esponente pari al reciproco di n	
$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}} = a^{1/n} \cdot b^{-1/n}$	

ESEMPIO

- $10^5 \cdot 10^3 = 10^{5+3} = 10^8$;
- $\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$;
- $(10^5)^3 = 10^{5 \cdot 3} = 10^{15}$;
- $10^0 = 1$; $10^1 = 10$.

5. Impiego della notazione scientifica nei calcoli

Utilizzando la notazione esponenziale o quella scientifica e le proprietà delle potenze è possibile semplificare i calcoli quando si devono eseguire prodotti, quozienti ed elevamenti a potenza di numeri.

Inoltre, la notazione scientifica e quella esponenziale sono indispensabili quando si devono esprimere numeri molto grandi o molto piccoli.

ESEMPIO

Moltiplicare tra loro i numeri 2000, 5000, 90 000.

Si esegue il prodotto tra i numeri esprimendoli in notazione scientifica, per semplificare i calcoli:

$$2000 \cdot 5000 \cdot 90\,000 = (2 \cdot 10^3) \cdot (5 \cdot 10^3) \cdot (9 \cdot 10^4) = 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 10^{3+3+4} = 90 \cdot 10^{10} =$$
$$= 9 \cdot 10^{11}$$