6. Esercizi di riepilogo

UNITÀ G2

1 Determinare la tensione massima nella sezione formata da due profilati IPE 160 affiancati, soggetta al massimo momento flettente retto $M_x = 50$ kN · m.

Il modulo di resistenza W_x della sezione composta è doppio del modulo di resistenza $W_{x\,0}$ del singolo profilato perché, mentre il momento d'inerzia raddoppia, y_{max} resta la stessa. Si ha:

$$W_x = 2\,W_{x\,0} = 2 \cdot 109 = 218\ \text{cm}^3$$

e quindi:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_n} = \frac{50 \cdot 10^3}{218} = 229{,}4\ \text{N/mm}^2$$

2 Determinare lo stato di tensione dovuto al momento flettente nella sezione più sollecitata del corrimano della ▶FIGURA 1, soggetto a un carico orizzontale uniformemente distribuito di 1,2 kN / m, dovuto alla spinta orizzontale delle persone. Si trascuri il peso proprio.

Il momento è retto ed è massimo nella sezione di mezzeria, dove si ha:

$$M_{max} = M_{y\,max} = \frac{pl^2}{8} = \frac{1{,}2 \cdot 1{,}5^2}{8} = 0{,}3375\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

Il modulo di resistenza della sezione circolare è identico rispetto a tutti i diametri. Si ha:

$$W_n = \frac{I}{R} = \frac{\pi R^4}{4} \cdot \frac{1}{R} = \frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi 4^3}{4} = 50{,}2\ \text{cm}^3$$

Le tensioni sono massime agli estremi del diametro orizzontale e sono in valore assoluto uguali. Si ha:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{y\,max}}{W_n} = \frac{0{,}3375 \cdot 10^3}{50{,}2} = 6{,}7\ \text{N/mm}^2$$

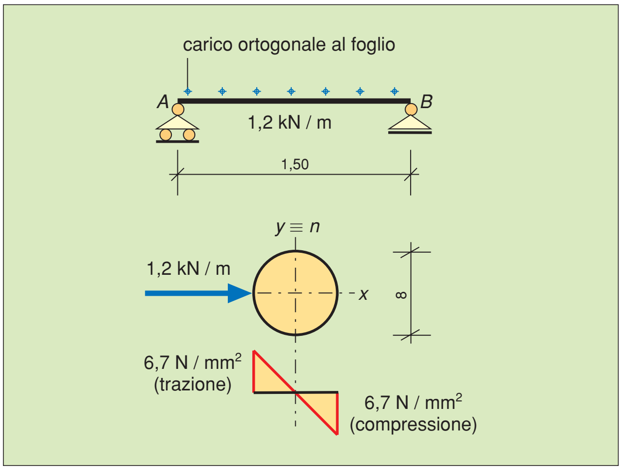

FIGURA 1 Trave soggetta a momento M_y. Diagramma delle tensioni nella sezione di mezzeria.

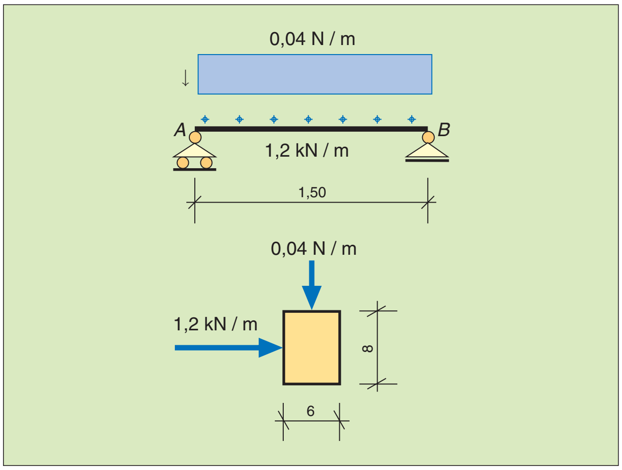

FIGURA 2 Trave soggetta a doppia flessione $M_y + M_x$.

3 Determinare le tensioni massime dovute a *M* nella sezione più sollecitata di un corrimano avente lo stesso schema statico e lo stesso carico orizzontale dell'esercizio precedente. La sezione è rettangolare (6 cm × 8 cm). Si tenga conto anche del peso proprio, valutato in 0,04 kN / m (▶FIGURA 2).

Il peso è, per definizione, un carico verticale. Il momento M_x assume il valore massimo nella sezione di mezzeria. Si ha:

$$M_{x\,max} = \frac{pl^2}{8} = \frac{0{,}04 \cdot 1{,}5^2}{2} = 11{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

La sezione di mezzeria risulta la più sollecitata, perché sono contemporaneamente presenti il momento $M_{x\,max}$ dovuto al peso proprio e il momento $M_{y\,max}$ dovuto alla spinta orizzontale delle persone appoggiate. Si tratta di un caso di doppia flessione, in cui le tensioni massime, uguali in valore assoluto, valgono:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

Essendo:

$$W_x = \frac{6 \cdot 8^2}{6} = 64\ \text{cm}^3 \qquad W_y = \frac{8 \cdot 6^2}{6} = 48\ \text{cm}^3$$

si ha:

$$\sigma_{max} = \frac{0{,}3375 \cdot 10^3}{64} + \frac{11{,}25}{48} = 5{,}5\ \text{N/mm}^2$$

Come si può vedere, il contributo alle tensioni dovuto al peso proprio è molto piccolo.

4 Determinare (▶FIGURA 3) l'asse di sollecitazione, l'asse neutro e il diagramma delle tensioni sulla sezione verificata nell'esercizio precedente, sollecitata a doppia flessione.

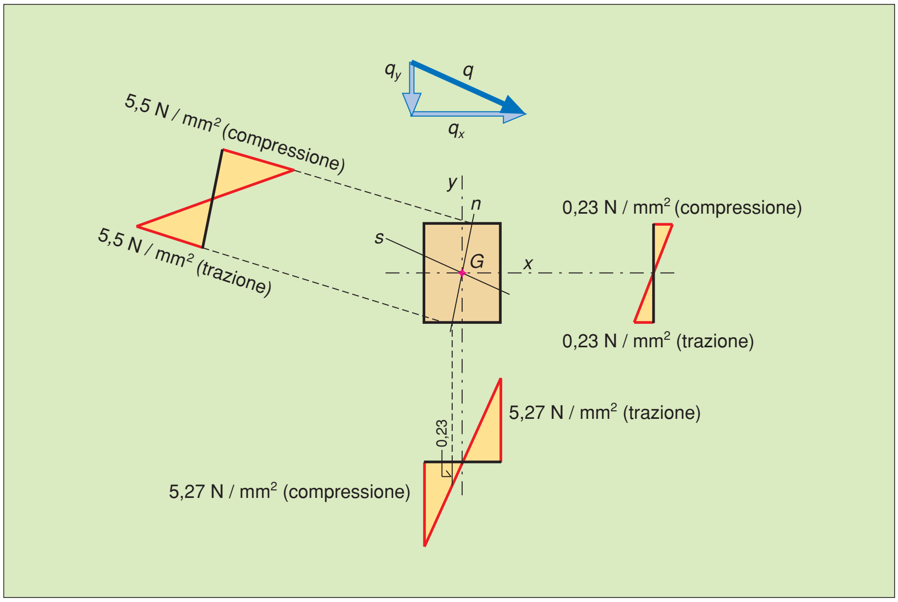

FIGURA 3 Tensioni nella sezione di mezzeria.

L'asse di sollecitazione s coincide con la retta d'azione del carico p, risultante dalla composizione del carico verticale p_y = 40 N / m e del carico orizzontale p_x = 1200 N / m.

L'asse neutro n si determina facilmente per via grafica ricordando che esso è il luogo dei punti della sezione che hanno tensione nulla; se, allora, si individua almeno un punto della sezione in cui la tensione è uguale a zero, l'asse neutro passa per quel punto e per il baricentro. Considerando la base inferiore del rettangolo, si può notare (dal diagramma delle tensioni dovute a M_y) che tutti i suoi punti sono soggetti alla stessa tensione di trazione di 0,23 N / mm^2. Il momento M_x produce invece tensioni variabili da 0 a 5,27 N / mm^2: nel punto in cui anche la tensione di compressione vale 0,23 la tensione risultante è nulla e quindi il punto appartiene all'asse neutro.

Individuato l'asse neutro, il tracciamento del diagramma delle tensioni complessive è immediato.

5 Calcolare le tensioni massime dovute a M nella trave di ▶FIGURA 4.

Deve essere:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_n}$$

Il momento è massimo nella sezione di mezzeria e vale:

$$M = M_x = \frac{pl^2}{8} = \frac{3 \cdot 3^2}{8} = 3,375 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Il modulo di resistenza della sezione si ricava dalla tabella Acc3 e vale:

$$W_n = W_x = 41,1 \text{ cm}^3$$

Sostituendo si ha:

$$\sigma_{max} = \frac{3,375 \cdot 10^3}{41,1} = 82 \text{ N/mm}^2$$

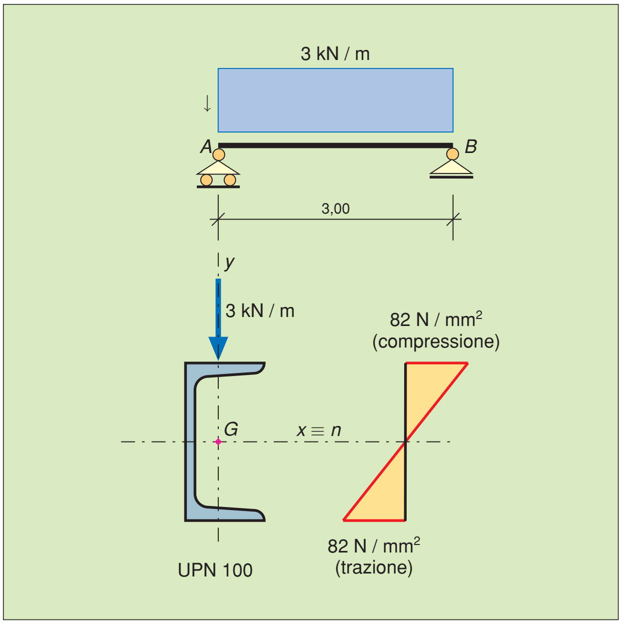

FIGURA 4 Sezione a U: flessione retta.

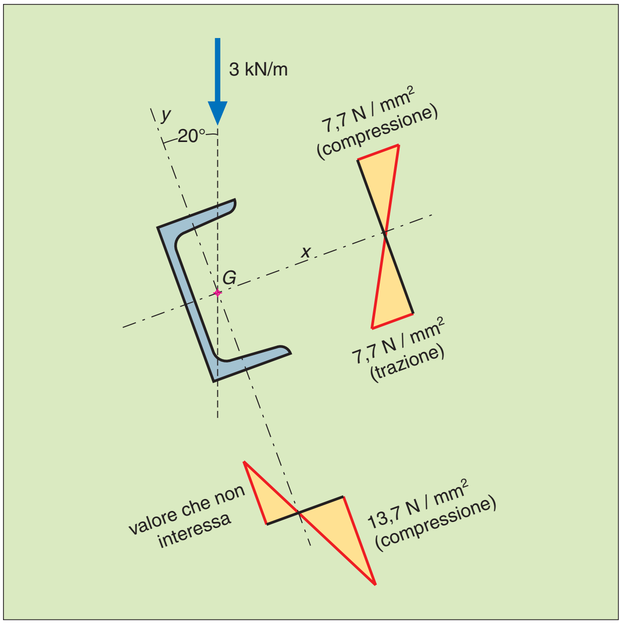

FIGURA 5 Sezione a U: flessione deviata.

6 Calcolare le tensioni massime nella trave dell'esempio precedente, nel caso che la sezione UPN 100 sia disposta come nella ►FIGURA 5.

Il massimo momento flettente è ancora:

$$M = \frac{pl^2}{8} = 3{,}375 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

ma è deviato di 20° rispetto all'asse y. Scomponendo la flessione deviata in due flessioni rette, si ha:

$$M_x = M \cos \alpha = 3{,}375 \cdot \cos 20° = 3{,}17 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_y = M \text{ sen } \alpha = 3{,}375 \cdot \text{sen } 20° = 1{,}16 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Risulta:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

I valori dei moduli di resistenza si ricavano entrambi dalla tabella Acc3. Si ha:

$$W_x = 41{,}1 \text{ cm}^3 \qquad W_y = 8{,}45 \text{ cm}^3$$

Sostituendo risulta:

$$\sigma_{max} = \frac{3{,}17 \cdot 10^3}{41{,}1} + \frac{1{,}16 \cdot 10^3}{8{,}45} = 77 + 137 = 214 \text{ N/mm}^2$$

Si noti che M_y, nonostante sia molto più piccolo di M_x, produce tensioni maggiori; ciò è dovuto alla scelta non ottimale della sezione, che ha modulo di resistenza molto piccolo rispetto all'asse debole y.