

6. Esercizi di riepilogo

1 Una sezione rettangolare reagente a trazione di area $25 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$, è compressa da uno sforzo normale di 500 kN , eccentrico sull'asse y (► FIGURA 1). Determinare lo stato di tensione nei casi: (a) $e = 0$; (b) $e = 5 \text{ cm}$; (c) $e = 7,5 \text{ cm}$; (d) $e = 12 \text{ cm}$.



Si tratta di tre casi di pressoflessione retta. Poiché la sezione resiste anche a trazione, le tensioni si possono sempre calcolare con la formula generale delle sezioni rettangolari (3):

$$\sigma = \frac{N}{A} \left(1 \pm \frac{6e}{h} \right)$$

senza mai preoccuparsi del fatto che N cada dentro o fuori dal nòcciolo.

Caso (a):

$$\sigma_{\max} = 0,44 \left(1 + \frac{6 \cdot 5}{45} \right) \cdot 10 = 0,44 \cdot 1,67 \cdot 10 = +7,3 \text{ N/mm}^2$$

La sezione è soggetta a sforzo normale semplice.

Caso (b):

$$\sigma_{\max} = 0,44 \left(1 + \frac{6 \cdot 5}{45} \right) \cdot 10 = 0,44 \cdot 1,67 \cdot 10 = +7,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\min} = 0,44 \left(1 - \frac{6 \cdot 5}{45} \right) \cdot 10 = 0,44 \cdot 0,33 \cdot 10 = +1,4 \text{ N/mm}^2$$

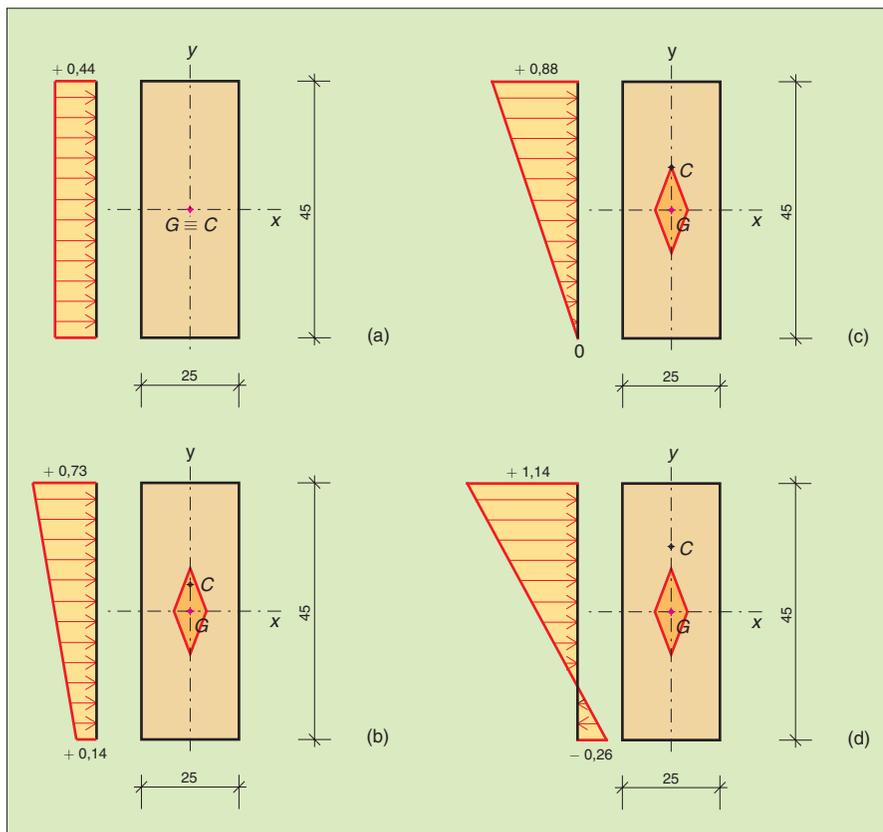


FIGURA 1 Pressoflessione su sezione rettangolare reagente a trazione.

Caso (c):

$$\sigma_{\max} = 0,44 \left(1 + \frac{6 \cdot 7,5}{45} \right) \cdot 10 = 0,44 \cdot 2 \cdot 10 = +8,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\min} = 0,44 \left(1 - \frac{6 \cdot 7,5}{45} \right) \cdot 10 = 0$$

Evidentemente, N cade sul terzo medio della sezione.

Caso (d):

$$\sigma_{\max} = 0,44 \left(1 + \frac{6 \cdot 12}{45} \right) \cdot 10 = 0,44 \cdot 2,6 \cdot 10 = +11,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\min} = 0,44 \left(1 - \frac{6 \cdot 12}{45} \right) \cdot 10 = 0,44 \cdot (-0,6) \cdot 10 = -2,6 \text{ N/mm}^2$$

Si noti che le tensioni diventano tanto più grandi quanto più N si allontana dal baricentro.

2 Calcolare la tensione massima alla base del muro di sostegno a gradoni illustrato nella ► FIGURA 2. Il muro è in calcestruzzo (*peso di volume* $\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$) ed è soggetto alla spinta orizzontale S del terreno applicata a un terzo dell'altezza. In sommità, inoltre, agisce una forza orizzontale F .

La sezione da verificare è un rettangolo di dimensioni $100 \text{ cm} \times 180 \text{ cm}$, soggetta alle forze S e F e ai pesi P_1, P_2, P_3 dei tre gradoni in calcestruzzo, che passano per i rispettivi baricentri. Si ha:

$$F = 12 \text{ kN}$$

$$S = 22 \text{ kN}$$

$$P_1 = 0,60 \cdot 1 \cdot 1,10 \cdot 24 = 15,84 \text{ kN}$$

$$P_2 = 2 \cdot P_1 = 2 \cdot 15,84 = 31,68 \text{ kN}$$

$$P_3 = 3 \cdot P_1 = 3 \cdot 15,84 = 47,52 \text{ kN}$$

I momenti delle forze rispetto al baricentro G della base valgono:

$$M_F = F \cdot H = 12 \cdot 3,30 = 39,6 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ destrogiro}$$

$$M_S = S \cdot y = 22 \cdot 1,10 = 24,2 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ sinistrogiro}$$

$$M_{P_1} = P_1 \cdot e_1 = 15,84 \cdot (0,90 - 0,30) = 9,50 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ destrogiro}$$

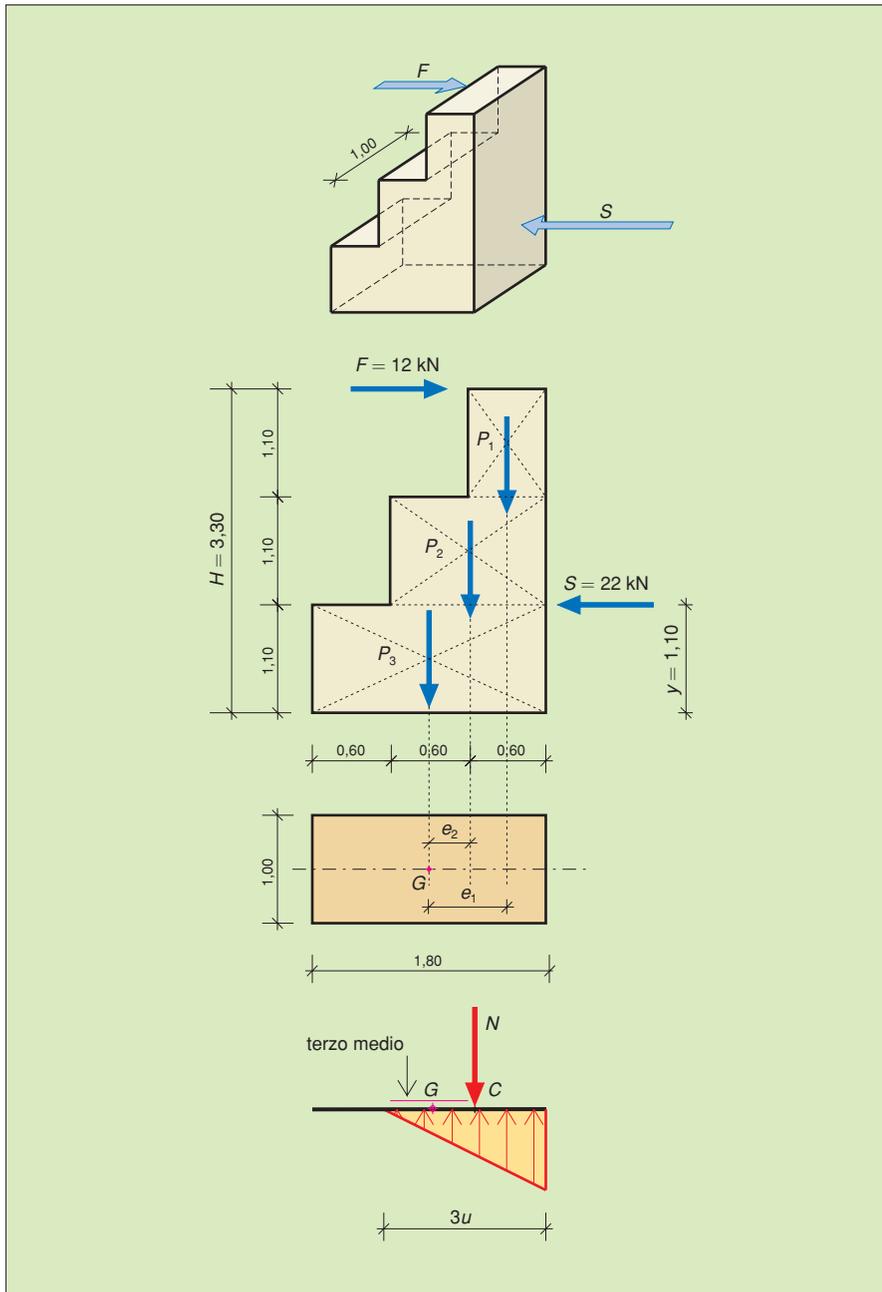
$$M_{P_2} = P_2 \cdot e_2 = 31,68 \cdot (0,90 - 0,60) = 9,50 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ destrogiro}$$

$$M_{P_3} = P_3 \cdot e_3 = 47,52 \cdot 0 = 0$$

Sulla sezione da verificare agiscono lo sforzo normale

$$N = \sum N = P_1 + P_2 + P_3 = 6 \cdot 15,84 = 95,04 \text{ kN}$$

FIGURA 2 Pressoflessione su sezione rettangolare non resistente a trazione.



e il momento flettente destrogiro

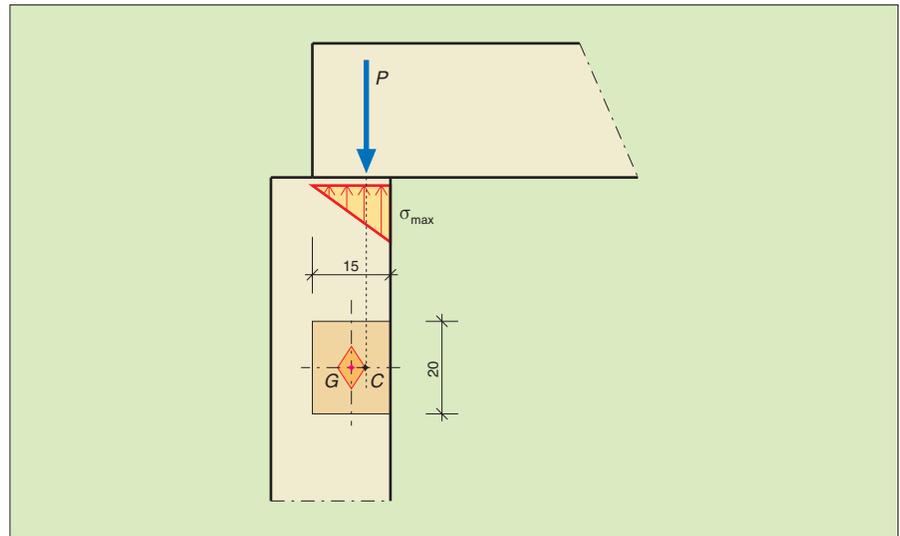
$$M = M_F - M_S + M_{P_1} + M_{P_2} + M_{P_3} = 34,4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Poiché sicuramente la sezione è incapace di resistere a trazione, è necessario conoscere la posizione del centro di pressione per potere calcolare le tensioni con la giusta formula. Si ha:

$$e = \frac{M}{N} = \frac{3440}{95,04} = 36,2 \text{ cm} \quad \frac{h}{6} = \frac{180}{6} = 30 \text{ cm}$$

Risultando $e > h/6$ il centro di pressione cade fuori dal nocciolo centrale d'inerzia

FIGURA 3 Appoggio di una trave.



e la tensione massima va calcolata con la (5). Si ha:

$$\sigma_{\max} = \frac{2N}{3ub} = \frac{2 \cdot 95,04 \cdot 10^9}{3 \cdot \left(\frac{1800}{2} - 362\right) \cdot 1000} = 0,1 \text{ N/mm}^2$$

3 Una trave, semplicemente appoggiata su un muro, scarica su di esso un peso $P = 12 \text{ kN}$. La sezione della trave ha una base di 20 cm e la trave appoggia per una lunghezza di 15 cm (► FIGURA 3). Determinare il diagramma delle tensioni.

La sezione di contatto è un rettangolo di $15 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, sul quale le tensioni dovute allo sforzo normale $N = P$ si distribuiscono con una legge di difficile determinazione; è ragionevole pensare, però, che la tensione sia massima dove inizia l'appoggio e si annulli dove finisce la trave.

In corrispondenza degli appoggi delle travi, sulla superficie di contatto è lecito considerare una distribuzione triangolare delle tensioni.

Si ha quindi:

$$\sigma_{\max} = \frac{2N}{A} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 10^3}{200 \cdot 150} = 0,8 \text{ N/mm}^2$$