Funzioni goniometriche di uno stesso angolo

UNITÀ A1

Consideriamo la **relazione fondamentale della goniometria**:

$$\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad (1)$$

e le seguenti relazioni:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \qquad \text{cotg}\,\alpha = \frac{1}{\text{tg}\,\alpha} \qquad (2)$$

Le relazioni (1) e (2) costituiscono tre relazioni **indipendenti**; con esse, supposto noto il valore di una delle funzioni goniometriche, si possono determinare i valori delle rimanenti.

Relazioni dipendenti da sen α

Dalla (1) si ricava subito:

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\text{sen}^2\alpha}$$

Sostituendo questo valore nella prima delle (2) si ha:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\pm\sqrt{1-\text{sen}^2\alpha}}$$

Non riportiamo l'espressione della cotangente in funzione del seno dello stesso angolo, che tuttavia risulta ovvia considerando la seconda delle (2).

Relazioni dipendenti da cos α

In modo analogo, supposto noto il valore del coseno, si ha:

$$\text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha} \qquad \text{tg}\,\alpha = \pm\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$$

Relazioni dipendenti da tg α

Prendiamo in considerazione la relazione fondamentale (1) e dividiamo entrambi i membri per $\cos^2\alpha$; si ottiene (ponendo $\cos\alpha \neq 0$):

$$\frac{\text{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \text{da cui} \quad \text{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}, \quad \text{ossia}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\pm\sqrt{1+\text{tg}^2\alpha}}$$

Quindi, riscrivendo la prima delle (2) come $\text{sen}\,\alpha = \cos\alpha \cdot \text{tg}\,\alpha$ e considerando la relazione precedente, si ha:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{tg}\,\alpha}{\pm\sqrt{1+\text{tg}^2\alpha}}$$

FAQ

► Cosa sono le relazioni dipendenti della goniometria?

Sono relazioni ricavate dalle tre relazioni indipendenti, nelle quali ciascuna funzione goniometrica viene espressa in funzione delle altre.