Cerchi ex-inscritti

Consideriamo nella ▶FIGURA 1 l'uguaglianza dei triangoli AMO_a e ANO_a, dimostreremo che i due segmenti $\overline{AM}$ e $\overline{AN}$, oltre a essere uguali, hanno la loro misura pari al **semiperimetro** p del triangolo ABC. In effetti dall'uguaglianza dei triangoli BMO_a e BHO_a, e anche tra i triangoli CHO_a e CNO_a, si ha che:

$$\overline{BM} = \overline{BH} \qquad \text{e anche} \qquad \overline{CH} = \overline{CN}$$

Possiamo ora scrivere l'espressione del perimetro del triangolo ABC:

$$2p = a + b + c = \overline{BH} + \overline{CH} + b + c$$

Ma per quanto visto prima si ottiene:

$$2p = \overline{BM} + \overline{CN} + b + c = \overline{BM} + c + \overline{CN} + b$$

Osserviamo che $\overline{BM} + c = \overline{AM}$ e $\overline{CN} + b = \overline{AN}$ e, sapendo che $\overline{AM} = \overline{AN}$, si ricava:

$$2p = 2\overline{AM} \qquad \text{cioè} \qquad \boxed{\overline{AM} = p} \qquad \text{oppure}$$

$$2p = 2\overline{AN} \qquad \text{cioè} \qquad \boxed{\overline{AN} = p}$$

Infine, considerando i cateti AM e R_a del triangolo rettangolo AOM_a, retto in M, si ha:

$$\boxed{R_a = p \text{ tg } \frac{\alpha}{2}} \qquad \text{e anche:} \qquad \boxed{R_b = p \text{ tg } \frac{\beta}{2}} \qquad \boxed{R_c = p \text{ tg } \frac{\gamma}{2}}$$

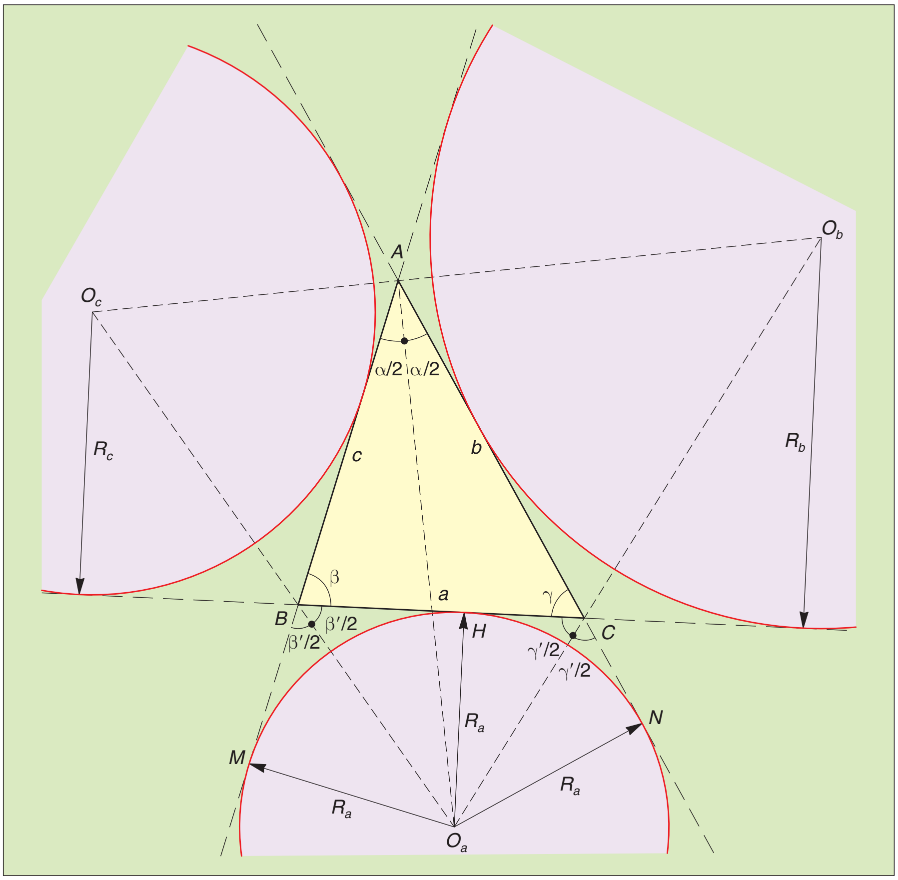

FIGURA 1 I tre cerchi ex-inscritti di un triangolo. Come accade nel cerchio inscritto, essi possiedono importanti proprietà geometriche, utili nell'ambito topografico.

UNITÀ A2

FAQ

▶ Le proprietà dei cerchi notevoli di un triangolo sono utili in ambito topografico?

Sì, sono molto utili, per esempio, nello studio delle curve stradali.