

B2

Richiami di ottica geometrica

**TEORIA**

- 1 La riflessione
- 2 La rifrazione
- 3 Le lenti sferiche
- 4 Sistemi di lenti
- 5 Le aberrazioni

RIASSUMENDO**LABORATORIO INFORMATICO**

AutoCAD
Costruzione
dell'immagine
di un oggetto da
una lente convergente

**AUTOVALUTAZIONE**

L'ottica è il ramo della fisica che studia la luce, la sua propagazione e le sue interazioni con la materia. In questa immagine si possono vedere illustrati i fenomeni ottici principali: la trasmissione, la riflessione, la diffrazione e la rifrazione.

1. La riflessione

La **riflessione** è il fenomeno per cui i raggi luminosi vengono respinti, generalmente con direzione diversa da quella di provenienza, quando incontrano una superficie levigata che separa il mezzo in cui si propagano da un altro.

Se un *raggio di luce* proveniente da un punto luminoso P incontra in M una superficie ben **levigata**, la cui traccia sul piano del foglio sia il segmento AB (► FIGURA 1a), esso devia secondo la direzione MR , dando luogo alla **riflessione**.

Il raggio PM si chiama **raggio incidente**, MR **raggio riflesso**. L'angolo i che il raggio incidente forma con la normale MN alla superficie si chiama **angolo d'incidenza**; l'angolo r che il raggio riflesso forma con la normale si chiama **angolo di riflessione**. Il raggio riflesso trasporta un'energia quasi uguale a quella del raggio incidente, e la superficie di separazione è una *superficie riflettente* o **specchio**.

L'esperienza ci insegna che il fenomeno della riflessione è regolato dalle due leggi seguenti (► FIGURA 1b):

- Il raggio incidente, quello riflesso e la normale alla superficie riflettente, nel punto di incidenza, giacciono sullo stesso piano.
- L'angolo d'incidenza è uguale all'angolo di riflessione: $r = i$.

Se la superficie levigata è di *forma sferica* la normale nel punto d'incidenza è la direzione al centro della sfera.

È facile constatare che i prolungamenti di tutti i raggi riflessi uscenti da P si incontrano tutti in un punto P' , situato in posizione simmetrica di P rispetto al piano dello specchio.

Il punto P' si chiama **immagine virtuale** di P . Chi raccoglie con i propri occhi i raggi riflessi ha l'impressione che la luce provenga dal punto P' .

Se la luce, anziché da un punto, proviene da un corpo luminoso avente dimensioni determinate, lo specchio piano darà luogo a un'immagine virtuale perfettamente uguale e simmetrica rispetto al piano dello specchio.

FAQ

► Che cos'è la riflessione?

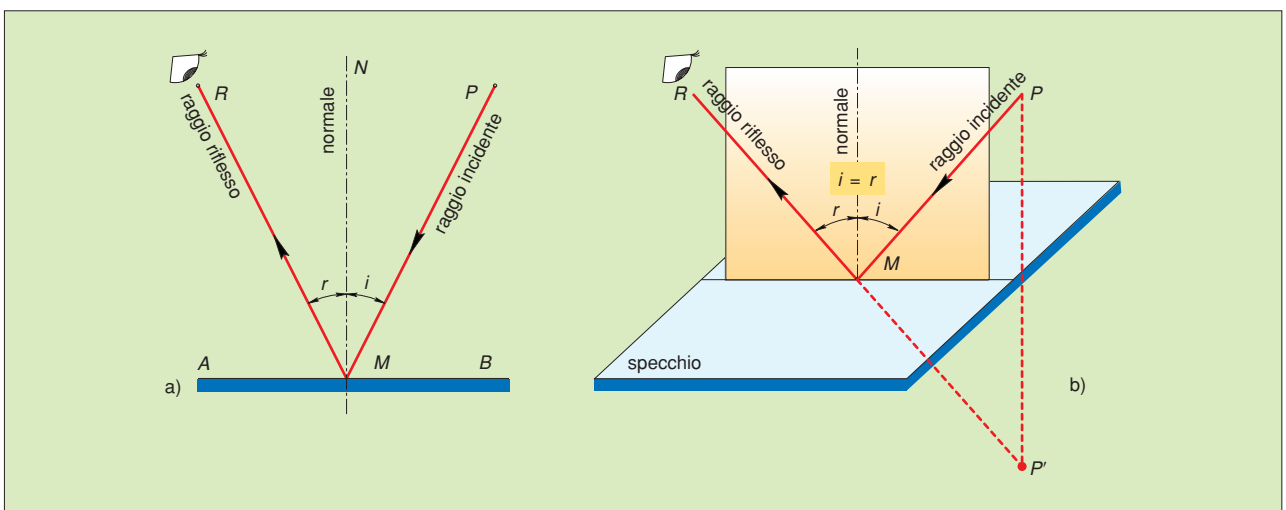
È il fenomeno fisico per il quale un raggio luminoso che interceca una superficie levigata (detta specchio) viene deviato secondo le seguenti due leggi:

- il raggio incidente, quello riflesso e la normale alla superficie riflettente, nel punto d'incidenza, giacciono sullo stesso piano;
- l'angolo d'incidenza è uguale all'angolo di riflessione: $r = i$.



Doppia riflessione

FIGURA 1 a) Il raggio PM viene respinto nella direzione MR .
b) Le leggi della riflessione: raggio incidente, raggio riflesso e normale appartengono allo stesso piano; l'angolo di incidenza e quello di riflessione sono uguali.



FAQ

► **Che cos'è la rifrazione?**

È il fenomeno fisico che si verifica tutte le volte che un raggio luminoso passa da un mezzo trasparente a un altro di diversa densità, seguendo le leggi seguenti:

- il raggio incidente, la normale alla superficie rifrangente e il raggio rifratto giacciono sullo stesso piano;
- il rapporto tra il seno dell'angolo i d'incidenza e il seno dell'angolo r di rifrazione, è costante e si chiama **indice di rifrazione relativo**: $n_{12} = \sin i / \sin r$.

2. La rifrazione

Da un punto luminoso P nell'aria, che chiameremo **mezzo 1**, parte un raggio PA che incontra in A la superficie dell'acqua, che chiameremo **mezzo 2** (► FIGURA 2). Il raggio, anziché continuare secondo la direzione AB' , devia e si propaga nell'acqua secondo la direzione AB . Si dice allora che il raggio PA ha subito la **rifrazione**. Il raggio AB prende il nome di **raggio rifratto**.

Il fenomeno della **rifrazione** si verifica tutte le volte che la luce passa da un mezzo trasparente a un altro di **diversa densità**. La superficie che separa i due mezzi si chiama **superficie rifrangente**.

La rifrazione è regolata dalle due leggi seguenti (► FIGURA 2b):

- Il raggio incidente, la normale alla superficie rifrangente e il raggio rifratto giacciono sullo stesso piano.
- Il rapporto tra il seno dell'angolo i d'incidenza e il seno dell'angolo r di rifrazione, è costante e si chiama **indice di rifrazione relativo**:

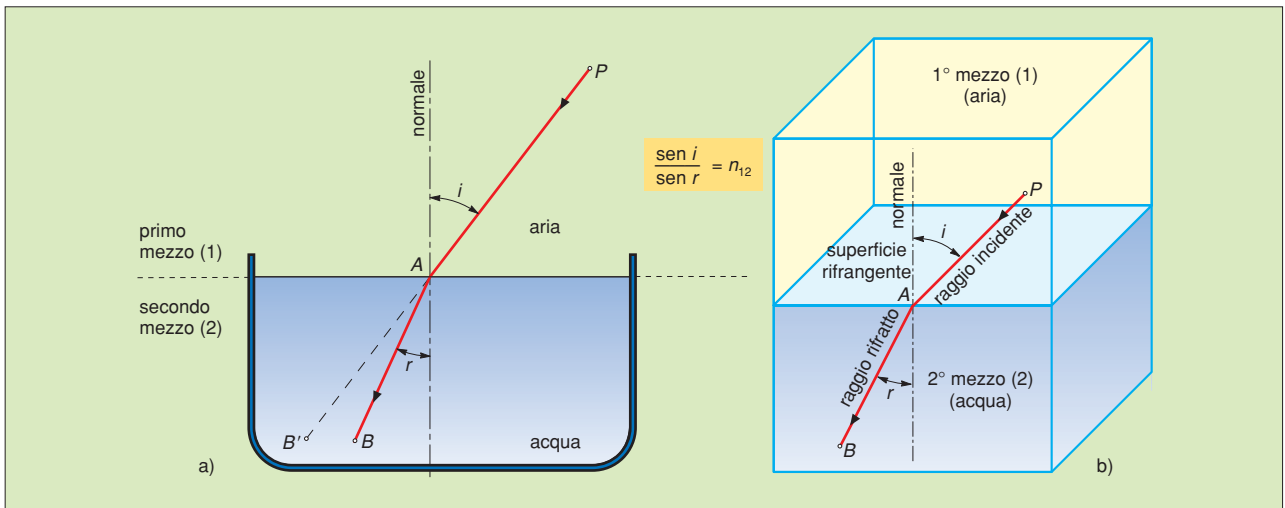
$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}$$

FIGURA 2 a) Un raggio luminoso proveniente dall'aria si rifrange nell'acqua, cioè devia, avvicinandosi alla normale della superficie di separazione aria-acqua. b) La prima legge della rifrazione afferma che i raggi incidente e rifratto sono complanari con la normale. La seconda legge stabilisce che il rapporto tra i seni degli angoli di incidenza e di rifrazione è costante, per qualsiasi angolo di incidenza, e si chiama indice di rifrazione.

Nel caso della coppia di materiali aria-acqua si ha $n_{12} = 4/3 = 1,33$. Se, invece, la luce passa dall'aria al vetro l'indice di rifrazione n_{12} oscilla tra 1,51 e 1,60 (poco più di 3/2). I vetri, tuttavia, non sono tutti della stessa densità; essi si dividono in due categorie: vetri **crown** e vetri **flint**. I primi sono a base di sali di **calcio** e presentano **minore densità**. I secondi, detti anche **cristalli**, sono a base di sali di **piombo** e presentano una **maggiore densità**.

Se il primo mezzo da cui la luce proviene è il **vuoto**, l'indice di rifrazione del secondo mezzo rispetto al primo, cioè rispetto al vuoto, prende il nome di **indice di rifrazione assoluto**.

Se si indica con n_1 l'indice **assoluto** di rifrazione di un certo mezzo, che consideriamo come primo mezzo e con n_2 quello di un secondo mezzo, che sup-



poniamo otticamente più denso, l'*indice relativo* del secondo mezzo rispetto al primo, che abbiamo indicato con n_{12} , è legato ai due indici assoluti dalla relazione:

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$$

■ La rifrazione atmosferica

L'atmosfera che circonda la Terra, per un'altezza media di circa 200 km, non ha **densità** costante. In effetti, via via che ci si allontana dalla superficie terrestre verso lo spazio, la densità dell'aria **diminuisce gradualmente**.

Immaginiamo che la superficie sferica di traccia MN (►FIGURA 3), concentrica con la superficie terrestre, sia la superficie di separazione tra lo spazio vuoto e l'atmosfera, e che questa, con semplificazione grossolana, sia costituita nel suo complesso da quattro strati di densità crescente man mano che si avvicinano alla superficie terrestre. Pensiamo inoltre che nell'ambito di ciascun strato, la densità dell'aria sia costante.

Siano n_1, n_2, n_3, n_4 gli **indici di rifrazione assoluti** dei singoli strati. Sia poi S un astro dal quale si diffonde un raggio luminoso che incontra in A la superficie sferica MN con un angolo di incidenza i . Nel punto A avverrà la rifrazione e il raggio si propagherà nel 1° strato secondo la direzione AB , formante, con la **normale** alla superficie sferica MN , un angolo r minore di i . Nel punto B avverrà una seconda rifrazione e il raggio devierà secondo la direzione BC . In C , poi, una terza rifrazione, e in D l'ultima. Il raggio luminoso SA , dunque, arriverà sulla superficie terrestre nel punto E .

Un osservatore posizionato in E , raccogliendo il raggio DE , vedrà l'astro S sulla direzione EDS' , cioè in una posizione più alta rispetto all'orizzonte. Dunque, quando osserviamo il cielo (prescindendo dal tempo necessario alla luce per arrivare sulla Terra) gli astri non si vedono nella loro vera posizione, ma spostati di una quantità, non costante per tutti gli astri, ma variabile in relazione alla loro altezza sull'orizzonte. Solo se un astro si trova sulla verticale, cioè in corrispondenza della direzione dello zenit, viene visto nella sua vera posizione perché i raggi luminosi diretti secondo la normale alle superfici sferiche non subiscono deviazioni.

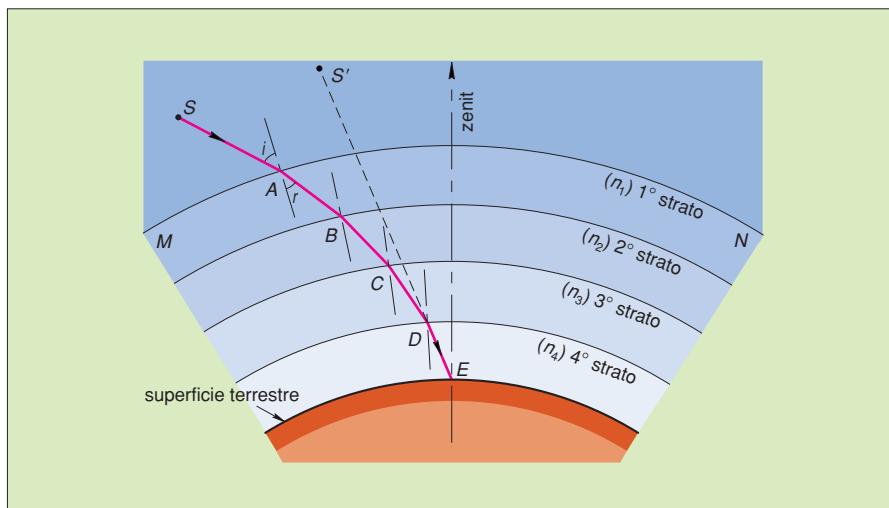


FIGURA 3 La presenza dell'atmosfera, per effetto della rifrazione, provoca la sensazione, dalla Terra, di osservare una stella in S' , invece che nella sua reale posizione S .

Indice di rifrazione relativo di alcune sostanze rispetto all'aria:	
acqua	= 1,33
vetro crown	= 1,51
vetro flint	= 1,60
diamante	= 2,46
plexiglas	= 1,48
teflon	= 1,30
alcol	= 1,36

FAQ

► **La rifrazione si verifica sempre?**

Si se il raggio luminoso passa da un mezzo meno denso a uno più denso. Se invece il raggio luminoso passa da un mezzo più denso a uno meno denso, la rifrazione si ha solo se l'angolo di incidenza è minore dell'angolo limite.

■ Angolo limite

Mentre la luce, qualunque sia l'angolo d'incidenza, si propaga sempre da un mezzo meno rifrangente (meno denso) a uno più rifrangente, non così avviene quando la propagazione procede in senso inverso.

Questa ultima eventualità si verifica solo se l'angolo d'incidenza è inferiore a un certo angolo, che prende il nome di **angolo limite**.

Si abbia, per esempio, un recipiente pieno d'acqua (► FIGURA 4) e sia *P* una sorgente luminosa puntiforme immersa nell'acqua. Dal punto *P* partono infiniti raggi, dei quali alcuni subiscono la rifrazione e penetrano nel secondo mezzo, cioè nell'aria, e altri invece, come i raggi *PE* e *PF*, anziché rifrangersi, si **riflettono**, come se la superficie dell'acqua funzionasse da **specchio**. Per comprendere il perché di questa riflessione basta pensare che, poiché nel passare da un mezzo più rifrangente a uno meno rifrangente la luce si *allontana dalla normale*, ne consegue che esisterà un raggio incidente al quale corrisponderà un raggio rifratto *tangente* alla superficie dell'acqua. L'angolo d'incidenza relativo al raggio *PD*, indicato in figura con λ , prende il nome di **angolo limite**. Esso può definirsi così:

l'angolo limite λ è quell'angolo d'incidenza a cui corrisponde un angolo di rifrazione di 90° .

Indicando con n_{21} l'indice di rifrazione dell'aria (mezzo 2) rispetto all'acqua (mezzo 1), possiamo scrivere:

$$\frac{\sin \lambda}{\sin 90^\circ} = n_{21} \quad \text{cioè} \quad \sin \lambda = n_{21} \quad \text{quindi}$$

l'angolo limite λ è quell'angolo il cui seno è uguale all'indice relativo di rifrazione del mezzo meno rifrangente rispetto a quello più rifrangente.

Nel caso di propagazione della luce dal vetro all'aria, ponendo:

$$n_{21} = 2/3 \quad \text{segue} \quad \lambda = \arcsen(2/3) = 41^\circ 48'$$

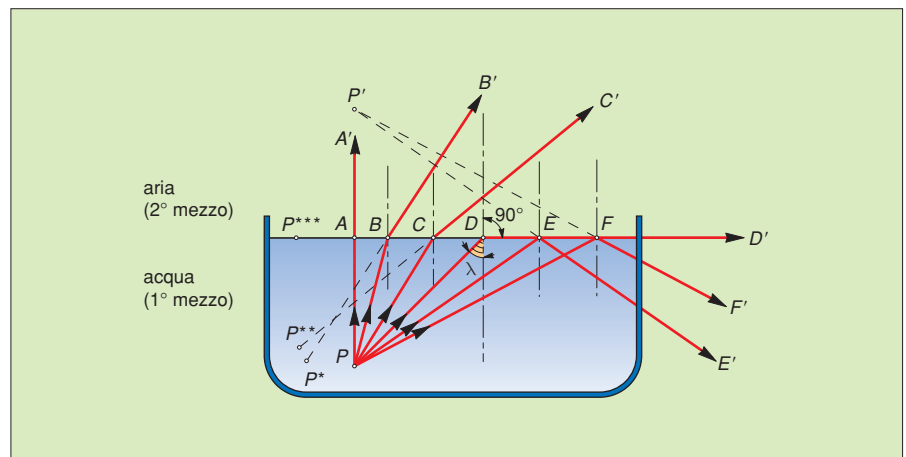
Dunque, se un raggio di luce si propaga nel vetro, esso uscirà nell'aria solo nel caso che l'angolo d'incidenza sia minore di $41^\circ 48'$.

FAQ

► **Che cos'è l'angolo limite?**

L'angolo limite è quell'angolo d'incidenza λ a cui corrisponde un angolo di rifrazione di 90° . Se l'angolo d'incidenza è minore di λ si ha la rifrazione; se l'angolo d'incidenza è maggiore di λ il raggio non esce dal primo mezzo e si ha la riflessione.

FIGURA 4 Un raggio luminoso che si propaga da un mezzo più denso a uno meno denso dà luogo al fenomeno della rifrazione solo se l'angolo d'incidenza è minore dell'angolo limite λ . In caso contrario si ottiene una riflessione del raggio e la superficie di separazione funziona come uno specchio.



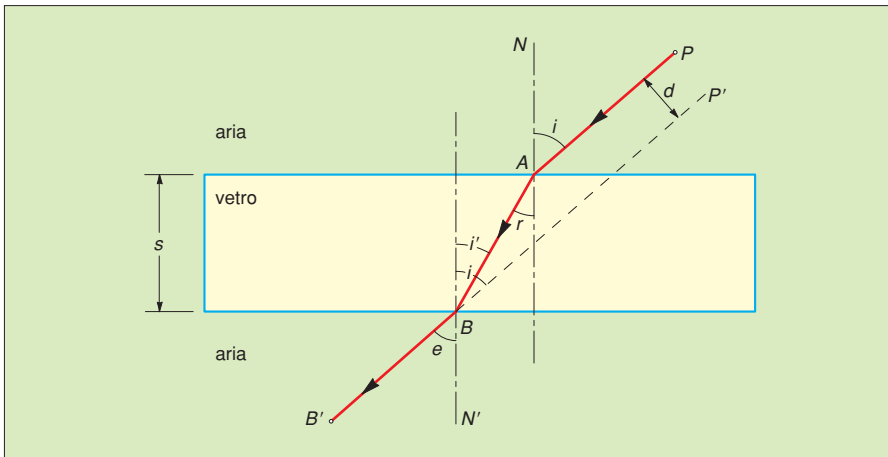


FIGURA 5 Rifrazione attraverso una lastra a facce piane e parallele. Il raggio incidente e quello emergente sono paralleli e traslati di una quantità d .

■ Rifrazione attraverso una lastra a facce piane e parallele

Supponiamo che dal punto luminoso P parta un raggio che incontra in A la superficie di una *lastra di vetro* con le facce **piane** e **parallele**, immersa nell'aria, con l'angolo d'incidenza i . In A il raggio si rifrange e devia incontrando in B la superficie di emergenza, che sappiamo parallela a quella d'incidenza (► FIGURA 5).

L'angolo i' , dato il parallelismo delle due facce, sarà uguale a r . Da B il raggio uscirà allontanandosi dalla normale con *angolo di emergenza* e . È facile constatare che il raggio BB' è **parallelo** al raggio incidente PA . Dunque si ha:

$$i = e$$

Poiché gli angoli i ed e hanno i due lati AN e BN' paralleli, dovranno avere paralleli gli altri due lati AP e BB' .

Se l'occhio di un osservatore riceve il raggio BB' , vedrà la sorgente luminosa P sul prolungamento di $B'B$, cioè in direzione di P' . La **lastra** produce, dunque, l'effetto di **spostare il raggio PA parallelamente** a se stesso di una quantità d che dipende: dall'*angolo d'incidenza* i (espresso in radianti), dall'*indice di rifrazione relativo* n e dallo *spessore* s della lastra, secondo la seguente relazione:

$$d = s \frac{n - 1}{n} i^{\text{rad}}$$

Se un raggio arriva *perpendicolare* ($i = 0^{\text{rad}}$), sappiamo che lo *spostamento* è *nullo*, ma se si fa ruotare la lastra di un piccolo angolo i , allora si forma l'angolo d'incidenza i e il raggio emergente si sposterà di una quantità d proporzionale alla *rotazione*.

FAQ

► **Quale deviazione subisce un raggio luminoso che attraversa una lastra a facce piane e parallele?**

Il raggio luminoso emergente dalla lastra risulta traslato (dunque parallelo al raggio incidente) di una quantità d fornita dalla seguente espressione, essendo i l'*angolo d'incidenza* (espresso in radianti), n l'*indice di rifrazione relativo* ed s lo *spessore della lastra*:

$$d = s \frac{n - 1}{n} i^{\text{rad}}$$

3. Le lenti sferiche

Nei precedenti paragrafi si è visto come le leggi della *riflessione* e della *rifrazione* consentano di individuare il percorso dei raggi luminosi quando questi intercettano corpi opachi *riflettenti* o attraversano corpi *trasparenti*. Queste leggi sono alla base dei principi di funzionamento di numerosi **strumenti** e **dispositivi** di tipo ottico impiegati in topografia (in particolare *microscopi* e *cannocchiali*), nei quali i raggi luminosi sono guidati lungo un percorso predeterminato e ben organizzato in relazione alle funzioni dello strumento stesso.

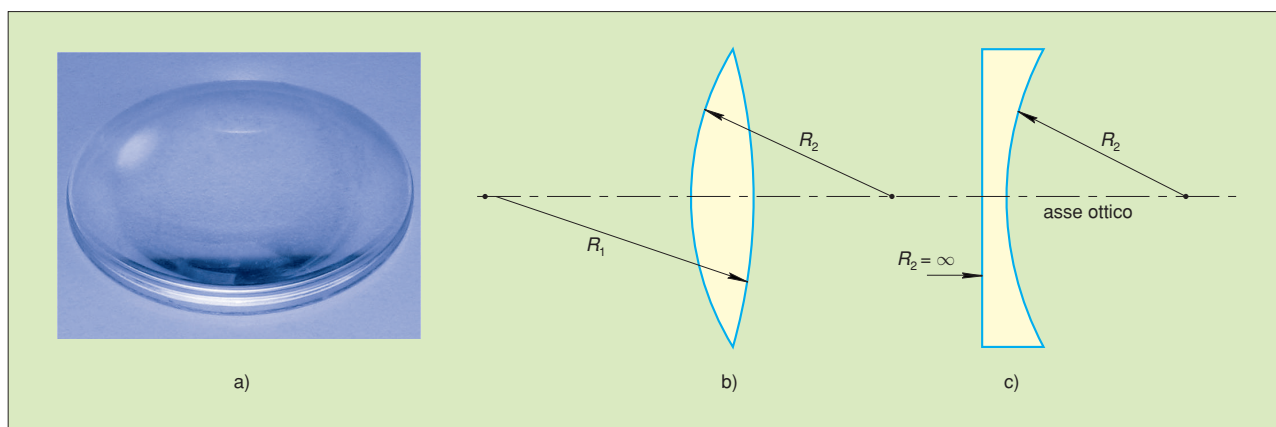


FIGURA 6 a) Lente sferica. I centri dei raggi di curvatura delle superfici sferiche definiscono l'asse ottico. La lente b) è convergente, quella c) è divergente.

Questi strumenti ottici contengono come parti essenziali **lenti sferiche**. Esse sono corpi costituiti da materiale trasparente (generalmente vetro), quindi *rifrangenti*, delimitati da *superfici sferiche*, in grado di produrre, pur con qualche deformazione, *immagini* ingrandite (o rimpicciolite) di un determinato oggetto.

I due **raggi di curvatura** delle superfici sferiche, unitamente alla *densità* del materiale, quindi all'*indice di rifrazione* n , costituiscono gli elementi caratterizzanti ciascuna lente definendone gli **indici** che in seguito preciseremo. Essi hanno, di solito, valori diversi dando luogo a lenti con svariate **forme**, anche molto diverse, ma che, tuttavia, dal punto di vista dell'effetto che producono, possono essere classificate in due famiglie:

- **Lenti convergenti.** Sono caratterizzate da un maggior spessore della parte centrale rispetto alle parti periferiche (► FIGURA 6b). Il loro nome deriva dalla proprietà che esse possiedono di far *convergere in un punto* un fascio di raggi luminosi paralleli.
- **Lenti divergenti.** Presentano uno spessore maggiore ai bordi e sono più sottili al centro (► FIGURA 6c). Quando un fascio di raggi luminosi paralleli le intercutta provocano la **dispersione** dello stesso fascio.

Un raggio luminoso che intercutta una lente subisce il fenomeno della rifrazione per due volte. Una prima volta entrando dall'atmosfera nel vetro, e una seconda volta uscendo dal vetro nell'aria. Naturalmente il raggio emergente risulta **deviato (rifratto)** rispetto al raggio incidente. La natura e la quantità di questa deviazione dipendono dal tipo e dalla forma della lente.

Si definisce **asse ottico** di una lente sferica quella retta che passa per i centri delle due superfici sferiche (► FIGURA 6).

■ Le lenti sottili

Nella trattazione che seguirà faremo riferimento a lenti sferiche il cui **spessore** sia tanto piccolo da poter essere giudicato trascurabile rispetto alle altre grandezze in gioco (raggi di curvatura, distanze focali, ecc.). Queste lenti sono chiamate **lenti sottili**. Naturalmente si tratta di una *condizione ideale* ben difficile da realizzare nella realtà, e tuttavia necessaria per semplificare e chiarire, almeno in prima approssimazione, l'esposizione.

Si definisce **centro ottico** O di una lente sottile il punto che è individuato dall'intersezione della lente con l'asse ottico (► FIGURA 7). Esso **non provoca nessuna deviazione** a qualunque raggio luminoso che lo intercutti.

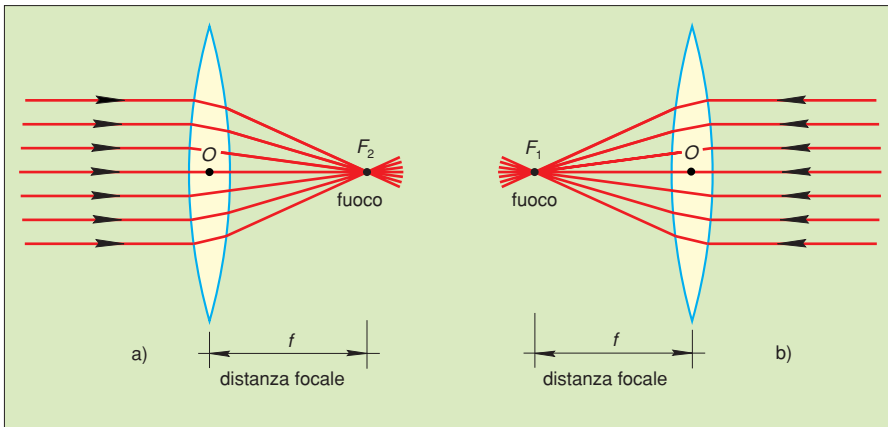


FIGURA 7 Una lente convergente rifrange un fascio di raggi paralleli all'asse ottico in un punto appartenente all'asse ottico chiamato fuoco. Dato che i raggi paralleli possono provenire da entrambi i lati della lente, ne consegue che esistono due fuochi per ciascuna lente, in generale indicati con F_1 e F_2 .

Una lente sottile può essere rappresentata convenzionalmente con un segmento, perpendicolare all'asse ottico, il cui punto di mezzo rappresenta il centro ottico (►FIGURA 8); in figura questo segmento è rappresentato da una linea azzurra tratteggiata.

■ Le lenti sottili convergenti

Quando una *lente convergente* intercetta un fascio di raggi luminosi, con una direzione *parallela al suo asse ottico* e provenienti dalla parte sinistra della lente stessa, questi emergono dalla parte opposta della lente formando un cono luminoso che *converge* in un punto sull'*asse ottico* della lente chiamato **fuoco** (secondo fuoco) (►FIGURA 7).

Siccome il fascio di raggi paralleli all'asse ottico può arrivare sulla lente dalle due parti opposte, ne deriva che ogni lente possiede due fuochi, indicati con F_1 ed F_2 (primo e secondo fuoco), entrambi sull'asse ottico, ma dalle parti opposte della lente. In una lente sottile, anche con raggi di curvatura diversi, la distanza tra i due fuochi e il centro della lente è uguale. Essa viene chiamata **distanza focale** ed è indicata con f (►FIGURA 7).

■ Immagine reale e immagine virtuale

L'esperienza ci insegna che se collochiamo davanti a una lente convergente un **oggetto**, a meno che questo sia molto vicino alla lente (meno della distanza foca-

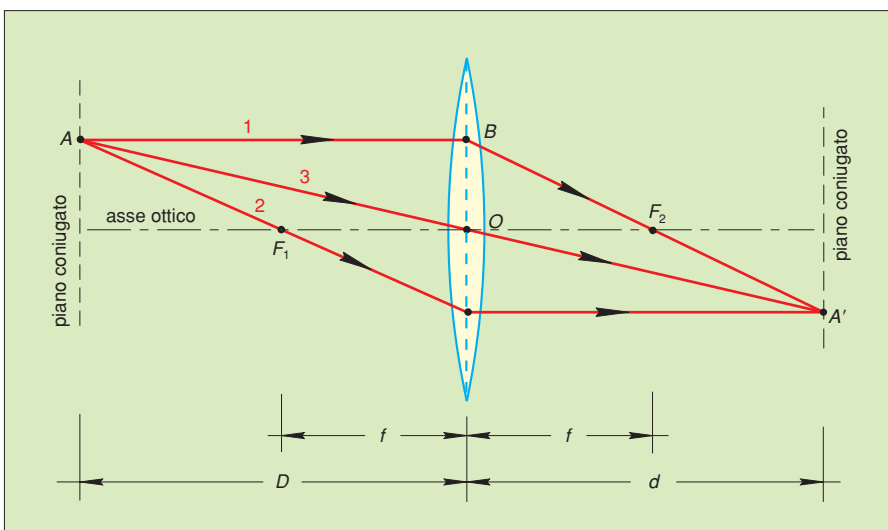


FIGURA 8 Regole per la formazione dell'immagine dell'oggetto puntiforme A. Dei tre raggi luminosi uscenti da A, solo due sono indispensabili per costruire l'immagine.

le), è possibile raccogliere l'**immagine** di questo oggetto su uno schermo opportunamente posizionato sul lato opposto rispetto alla lente. Essa è **reale** (perché è possibile raccogliarla su uno schermo) e **capovolta**.

La stessa esperienza insegna che se l'oggetto si trova molto vicino alla lente, cioè meno della *distanza focale*, non è possibile raccogliere un'immagine sullo schermo. In questo caso, tuttavia, guardando l'oggetto attraverso la lente si può cogliere un'immagine *diritta e ingrandita*. Essa, non potendo essere raccolta su uno schermo, viene detta **virtuale**.

■ Regole per la costruzione delle immagini formate dalle lenti sottili convergenti

Se consideriamo una sorgente luminosa puntiforme A (► FIGURA 8), alla sinistra del primo fuoco di una lente convergente, la sua immagine (*reale*) sarà il punto A' dove si intersecano i raggi provenienti da A dopo essere stati rifratti attraverso la lente. Per definire la **posizione** dell'immagine A' possiamo considerare *almeno due* dei tre seguenti raggi luminosi, scelti tra gli infiniti che escono da A :

- il raggio AB parallelo all'asse ottico (1), che è deviato dalla lente in modo da passare per il secondo fuoco F_2 della lente;
- il raggio AF_1 diretto sul *primo fuoco* della lente (2), che, quando intercetta la lente, viene deviato in modo da emergere parallelo all'asse ottico;
- il raggio AO che attraversa il *centro ottico* della lente (3); come tutti i raggi che passano per questo punto, esso prosegue senza subire alcuna deviazione.

La costruzione delle **immagini** nelle lenti sottili, dunque, viene facilitata dalle seguenti regole pratiche confermate dall'esperienza:

- un raggio di luce parallelo all'asse ottico esce dalla lente dirigendosi al secondo fuoco;
- un raggio di luce che passi per il primo fuoco, uscendo dalla lente, sarà parallelo all'asse;
- un raggio diretto al centro ottico non subisce alcuna deviazione.

Si potrebbe dimostrare che tutti i *punti oggetto* situati sul piano perpendicolare all'asse passante per A , avranno le corrispondenti *immagini* sul piano normale all'asse passante per A' . I due piani, l'uno passante per A e l'altro passante per A' , si chiamano **piani coniugati**.

■ Equazione delle lenti sottili

Assegnata una lente sottile convergente, le *distanze* D e d (rispettivamente dell'oggetto e dell'immagine dalla lente) e la *distanza focale* f della lente sono legate da una *relazione* fondamentale.

Con riferimento alla ► FIGURA 9, immaginiamo che, per semplicità espositiva, l'oggetto sia costituito da un segmento rettilineo AB , ortogonale all'asse ottico e con l'estremo A su di esso. La sua immagine $A'B'$ viene costruita con le regole enunciate in precedenza. Poiché la lente è di spessore trascurabile, possiamo ipotizzare che tutta la rifrazione abbia luogo quando i raggi luminosi attraversano il piano normale all'asse ottico passante per il centro O della lente. Con queste ipotesi, considerando i due triangoli **simili** ABO e $A'B'O$ e quelli, pure simili, OPF_2 e $A'B'F_2$ con $OP = AB$, si ottiene la seguente espressione:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}$$

FAQ

► Quale legge regola la rifrazione della luce provocata da una lente sottile?

Le lenti sottili provocano la rifrazione della luce seguendo la seguente legge:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}$$

in cui f è la distanza focale, D è la distanza dell'oggetto dalla lente e d la distanza dell'immagine dalla lente.

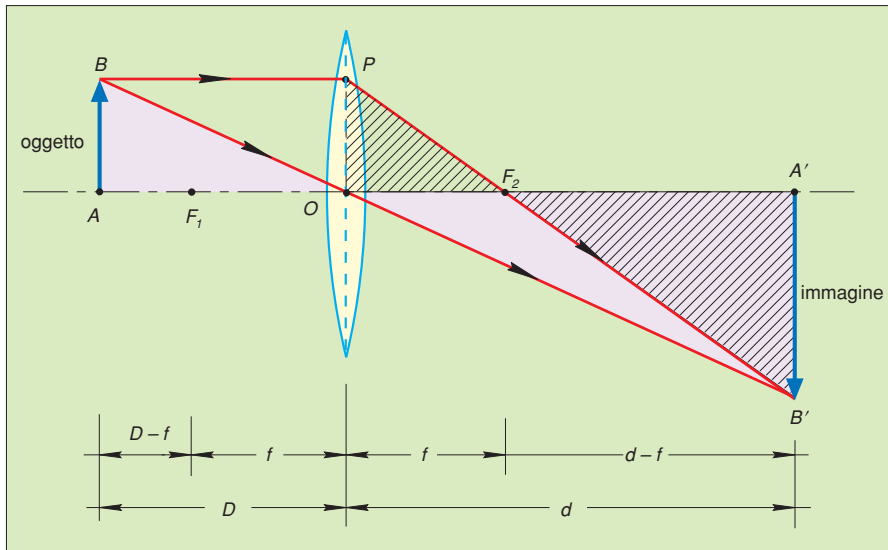


FIGURA 9 Le distanze D e d dell'oggetto e dell'immagine dalla lente, e la distanza focale f della stessa lente, sono legati da una relazione chiamata legge delle lenti sottili.

Questa relazione prende il nome di **equazione delle lenti sottili** (o di *Huygens*). Con essa, se conosciamo la distanza focale f della lente e la distanza D dell'oggetto dalla lente, siamo in grado di calcolare a quale distanza d si forma l'immagine.

Il rapporto $1/f$ viene chiamato **potere diottrico** della lente. La sua unità di misura è pertanto m^{-1} . Essa, in oculistica, viene chiamata **diottria**. Ad esempio, una lente con distanza focale $f = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$, ha un potere diottrico di $1/0,20 = 5$ diottrie. Il potere diottrico si considera *positivo* per le lenti convergenti, *negativo* per quelle divergenti.

■ Le proprietà delle immagini formate dalle lenti sottili convergenti

In via preliminare, consideriamo i punti P_1 e P_2 appartenenti all'asse ottico, *simmetrici* rispetto alla lente, e distanti da questa di una quantità *doppia* della distanza focale, cioè $2f$. Si possono individuare le seguenti situazioni.

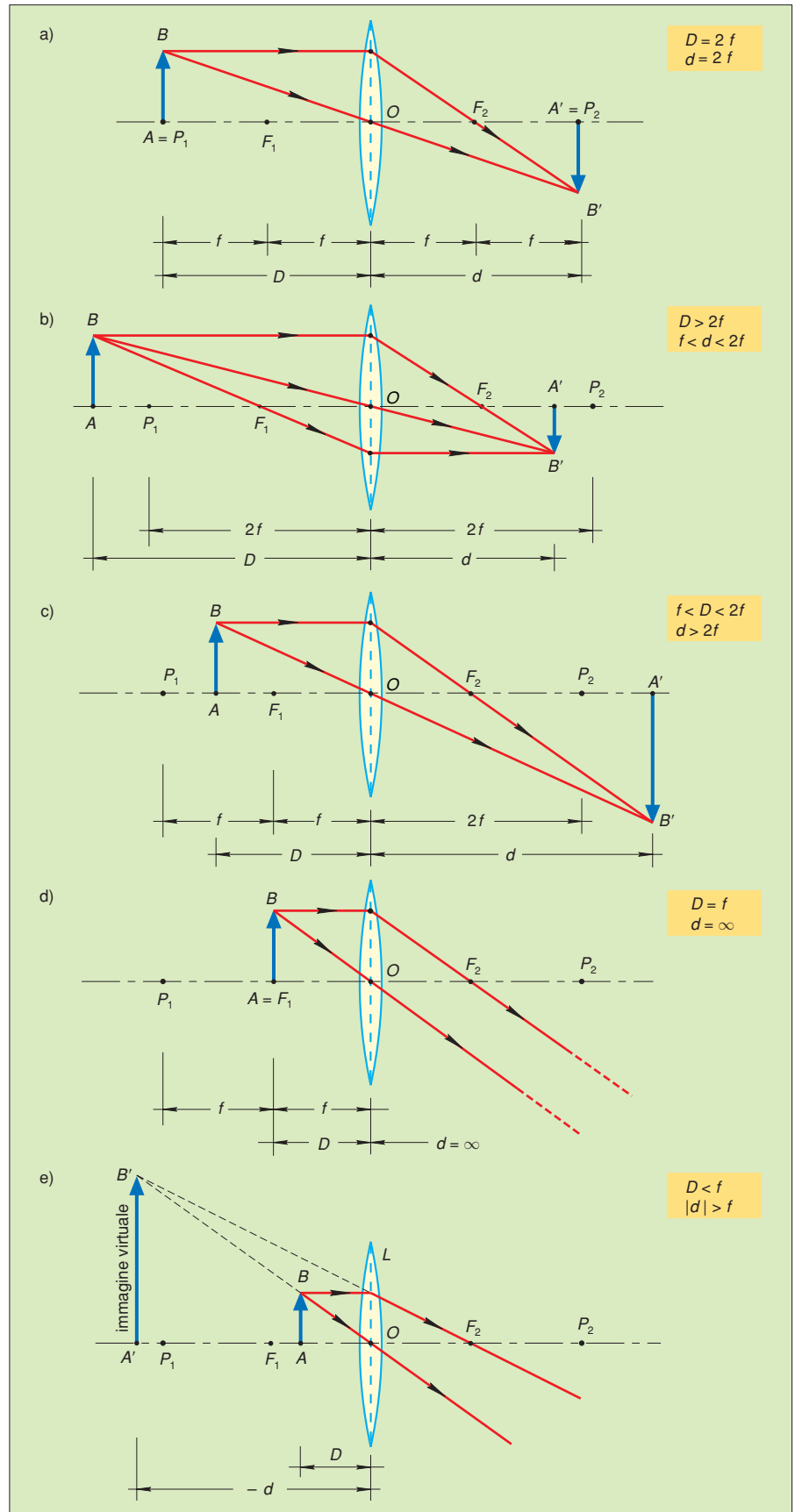
- **Oggetto posto sul doppio della distanza focale.** È facile constatare che, se un oggetto rettilineo AB appartiene a un piano ortogonale all'asse ottico passante per P_1 , la relativa immagine $A'B'$ sarà contenuta nel **piano coniugato** passante per il punto P_2 (► FIGURA 10a). In effetti, ponendo $2f$ al posto di D nell'equazione delle lenti sottili e risolvendo rispetto a d , si ottiene: $d = 2f$.

I punti P_1 e P_2 , i fuochi F_1 e F_2 e il centro ottico O sono i **punti cardinali** di una lente sottile.

Dunque, il segmento $A'B'$, immagine di AB , dista dalla lente la medesima quantità $2f$ di cui dista l'oggetto AB dalla stessa lente. Inoltre è anche facilmente dimostrabile che in tale situazione le *dimensioni* dell'immagine sono uguali a quelle dell'oggetto, quindi $AB = A'B'$.

- **Oggetto posto oltre il doppio della distanza focale.** Pensiamo ora che l'oggetto AB si trovi alla sinistra di P_1 , cioè a una distanza dalla lente *maggiore* di $2f$ ($D > 2f$). La sua immagine $A'B'$ si verrà a formare tra il punto P_2 e il fuoco F_2 , cioè a una distanza dalla lente compresa tra f e $2f$ ($f < d < 2f$). Essa è **reale, capovolta e rimpicciolita** (► FIGURA 10b). Si può constatare facilmente che se l'oggetto AB si allontana dalla lente (aumentando D), la sua immagine tende

FIGURA 10 a) L'oggetto AB si trova a una distanza $2f$ dalla lente, la sua immagine $A'B'$ si trova alla stessa distanza $2f$ dalla lente, ha la stessa dimensione ed è reale e capovolta. b) L'oggetto AB è alla sinistra di P_1 , dunque dista dalla lente più del doppio della distanza focale ($> 2f$). L'immagine $A'B'$ si forma oltre il fuoco F_2 , ma a una distanza minore di $2f$, quindi prima di P_2 . Essa è reale, capovolta e rimpicciolita. c) L'oggetto AB si trova tra il fuoco F_1 e il punto P_1 , quindi a una distanza dalla lente compresa tra f e $2f$. L'immagine $A'B'$ è reale, capovolta, ingrandita e si forma oltre il punto P_2 , quindi oltre il doppio della distanza focale. d) Collocando l'oggetto AB sul fuoco F_1 , l'immagine non si forma. I raggi emergenti sono paralleli, quindi non convergenti su un punto. e) L'oggetto AB si trova tra il fuoco F_1 e la lente, quindi a una distanza dalla lente minore di f . Il raggio parallelo all'asse ottico e quello passante per il centro O divergono al di là della lente, mentre i loro prolungamenti si incontrano dietro l'oggetto nel punto B' . L'immagine $A'B'$ è virtuale, dritta, ingrandita, e la distanza dalla lente alla quale si forma è considerata negativa.



ad avvicinarsi al fuoco F_2 e va sempre più rimpicciolendosi. Se poi l'oggetto AB si porta a distanza infinita ($D = \infty$), l'immagine si riduce a un *punto* coincidente con il fuoco F_2 .

- **Oggetto posto tra il fuoco e il doppio della distanza focale.** Se invece l'oggetto rettilineo AB è situato tra P_1 e il fuoco F_1 , cioè distante dalla lente di una quantità D minore di $2f$, ma maggiore di f ($f < D < 2f$), l'immagine $A'B'$ è compresa tra il punto P_2 e l'infinito, quindi $d > 2f$. Essa è **reale**, **capovolta** e **ingrandita** (► FIGURA 10c). Si può constatare che, se l'oggetto si sposta avvicinandosi a F_1 , l'immagine corre, ingrandendo rapidamente le sue dimensioni, verso l'infinito.

- **Oggetto posto sul fuoco.** Se si pone l'oggetto AB sul piano focale passante per F_1 ($A \equiv F_1$), quindi con $D = f$, l'immagine sarà **infinitamente grande** e **infinitamente lontana**. I raggi emergenti dalla lente risultano paralleli (► FIGURA 10d).

- **Oggetto posto tra il fuoco e la lente.** Se, infine, l'oggetto viene posto tra il fuoco F_1 e la lente, quindi con $D < f$, i raggi emergono dalla lente *divergenti* (► FIGURA 10e). L'immagine reale, dunque, **non può formarsi**. I prolungamenti dei raggi emergenti si incontrano nel punto B' . Un osservatore che raccolga col suo occhio i raggi emergenti, ha la sensazione che l'oggetto sia nella posizione $A'B'$. L'immagine si dice allora **virtuale**, ed è **ingrandita** e **diritta**. La posizione dell'immagine si può calcolare risolvendo rispetto a d l'equazione delle lenti sottili, nella quale, tuttavia, al posto di d occorre sostituire $-d$, per tener conto che l'immagine si forma dalla stessa parte dell'oggetto ($1/f = 1/D - 1/d$).

■ Le lenti sottili divergenti

Mentre una lente convergente fa convergere un fascio di raggi paralleli all'asse ottico, dopo la rifrazione, nel fuoco, una lente divergente, nelle stesse condizioni, **disperde** il fascio di raggi paralleli, allontanandoli dall'asse ottico. I prolungamenti di questi raggi, tuttavia, si intersecano nel fuoco F_2 che si trova dalla stessa parte da cui proviene il fascio di raggi paralleli (► FIGURA 11a).

Esso, pertanto, viene detto **virtuale**, e la sua distanza dalla lente (*distanza focale*) deve essere considerata **negativa** ($-f$).

Naturalmente l'equazione delle lenti sottili rimane del tutto valida anche per le lenti divergenti. Tuttavia, nella sua applicazione, occorre rammentare di assegnare, per quanto appena detto, un valore *negativo* alla distanza focale f e alla distanza d a cui si forma l'immagine.

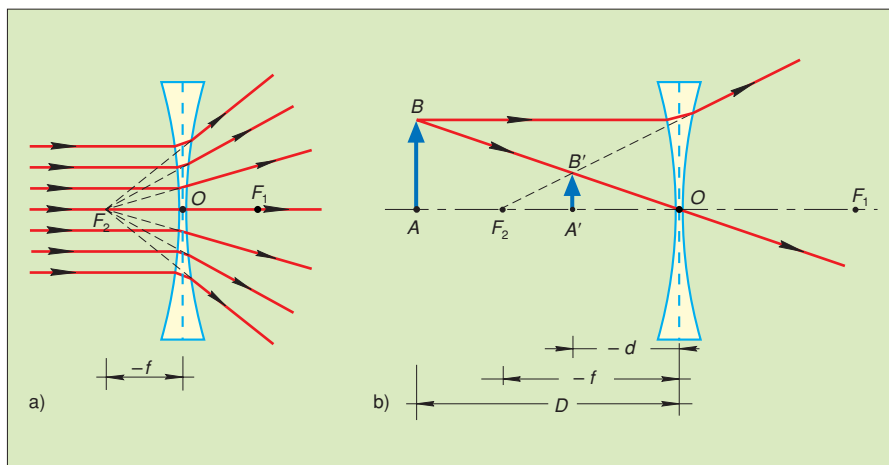


FIGURA 11 a) Un fascio di raggi paralleli all'asse ottico emerge divergendo dalla lente divergente. I prolungamenti di questi raggi si intersecano nel fuoco F_2 dalla stessa parte di provenienza dei raggi. Esso pertanto è virtuale e la distanza focale è negativa. b) Nelle lenti divergenti, qualunque sia la posizione dell'oggetto, l'immagine è sempre virtuale, diritta e più piccola dell'oggetto.

FAQ

► **Che cos'è l'ingrandimento lineare di una lente sottile convergente?**

Viene indicato con I_l ed è il rapporto tra la grandezza dell'immagine e quella corrispondente dell'oggetto, quindi: $I_l = A'B'/AB$. Esso viene calcolato con la seguente espressione:

$$I_l = \frac{f}{D - f}$$

Nella costruzione dell'immagine di un oggetto fornita da una lente divergente, si usano le stesse *regole* appena viste per le lenti convergenti. Comunque sia, occorre subito dire che, per qualunque posizione dell'oggetto rispetto alla lente, le lenti divergenti forniscono sempre e comunque un'immagine **virtuale, diritta e rimpicciolita**.

■ **Ingrandimento lineare di una lente sottile**

Consideriamo la lente **convergente** di distanza focale f rappresentata in ► FIGURA 12. In essa si osserva che dell'oggetto, distante D dalla lente (con $D > f$), viene fornita l'immagine $A'B'$ che si forma alla distanza d dalla stessa lente. Possiamo formulare la seguente definizione:

Si definisce **ingrandimento lineare** I_l il rapporto tra la grandezza dell'immagine e quella corrispondente dell'oggetto:

$$I_l = \frac{A'B'}{AB}$$

Considerando i due triangoli simili ABO e $A'B'O$, possiamo scrivere:

$$I_l = \frac{A'B'}{AB} = \frac{d}{D}$$

Sostituendo a d il corrispondente valore ricavato dall'*equazione delle lenti sottili* [$d = f \cdot D / (D - f)$], si ottiene:

$$I_l = \frac{f}{D - f}$$

Quando $I_l > 1$ l'immagine è *più grande* dell'oggetto, quando $I_l < 1$ l'immagine è *più piccola* dell'oggetto. La definizione di ingrandimento appena enunciata vale anche per le **lenti divergenti**, con l'accortezza di adottare il *valore assoluto* di f in quanto, per definizione, l'ingrandimento può essere minore di 1 (immagini rimpicciolite) ma non negativo.

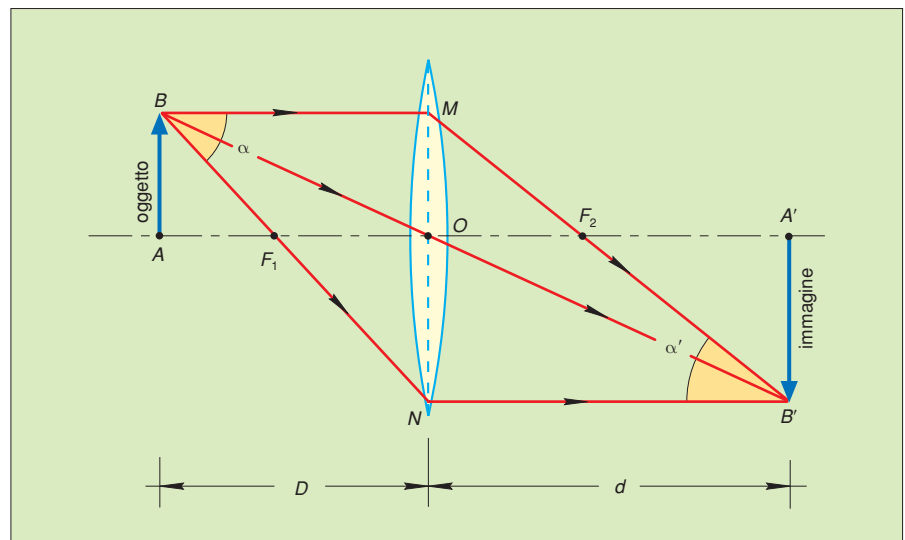


FIGURA 12 Per ogni lente convergente è possibile definire un ingrandimento lineare e un ingrandimento angolare.

■ Ingrandimento angolare di una lente sottile

Si definisce **ingrandimento angolare** I_α il rapporto tra l'angolo α' (in radianti) formato da due raggi *emergenti* e l'angolo α (in radianti) formato dai corrispondenti raggi incidenti (► FIGURA 12):

$$I_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Nella realtà gli angoli α' e α sono *molto piccoli* in quanto gli oggetti osservati dalle lenti, nella pratica, sono di *modeste dimensioni* (la ► FIGURA 12 è molto deformata per esigenze didattiche). È pertanto lecito sostituire al *rapporto degli angoli*, espressi in radianti, quello delle corrispondenti *tangenti* ($\alpha' \cong \text{tg } \alpha'$ e $\alpha \cong \text{tg } \alpha$), sicché si ha:

$$I_\alpha = \frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha} = \frac{D}{d}$$

Come in precedenza, sostituendo a d il corrispondente valore ricavato dall'equazione delle lenti sottili, in definitiva si ottiene:

$$I_\alpha = \frac{D - f}{f}$$

Da questa risulta che, in una lente convergente, l'ingrandimento angolare è l'inverso di quello lineare: $I_\alpha = 1/I_l$.

4. Sistemi di lenti

In generale, negli strumenti ottici le lenti non vengono impiegate singolarmente, ma *accoppiate* ad altre di diverse caratteristiche che hanno in comune il medesimo *asse ottico*, e che, pertanto, prendono il nome di **sistemi ottici centrati**, al fine di ottenere determinati risultati.

Basti pensare all'**obiettivo** di una macchina fotografica, che è composto da numerose lenti fissate all'interno di un corpo cilindrico opaco. Tuttavia l'esperienza comune insegna che si parla ancora di *distanza focale* dell'obiettivo della camera fotografica *al singolare*, quasi ci fosse *una sola lente* e non un sistema di più lenti. In realtà si parla al singolare in quanto ci si riferisce a una *lente ideale*, detta **lente risultante**, che possiede la proprietà di procurare gli stessi effetti ottici forniti dal sistema di lenti.

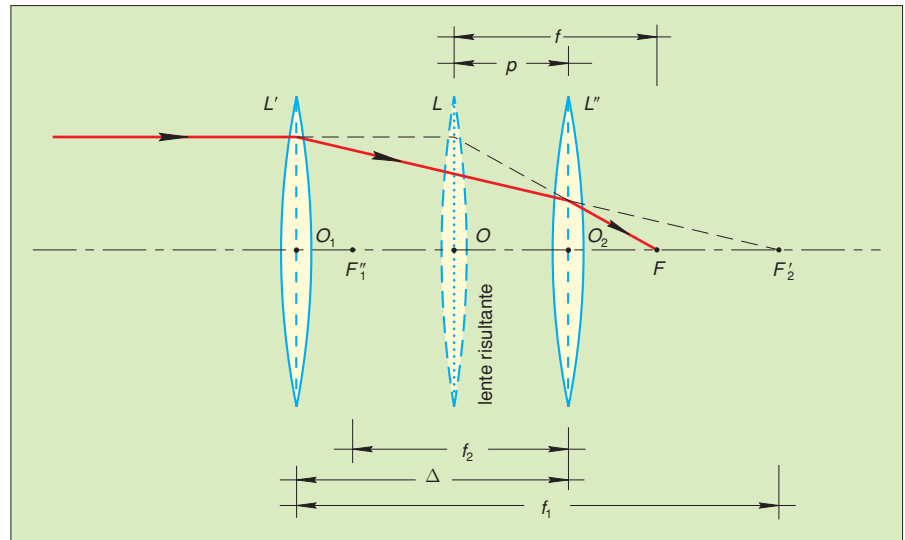
Dunque, l'accoppiamento di due lenti sottili aventi lo stesso asse ottico funziona, nel suo complesso, come un'unica **lente risultante**, opportunamente *dimensionata e posizionata*. Essa, sostituita alle lenti del sistema, è in grado di produrre gli **stessi effetti** del sistema. In sostanza possiamo dire che la lente risultante è *equivalente* al sistema ottico composto da due o più lenti sottili accoppiate.

■ Determinazione della lente risultante

Per definire la lente risultante consideriamo il sistema ottico costituito dalle due lenti sottili L' ed L'' (► FIGURA 13) che possiamo immaginare *convergenti* senza, tuttavia, che questa scelta tolga nulla alla generalità del ragionamento.

Un raggio incidente parallelo all'asse inizialmente viene rifratto dalla prima lente L' dirigendosi verso il suo secondo fuoco F_2' . Ma poiché il raggio, emergendo dalla prima lente, incontra la seconda lente L'' , viene da quest'ultima deviato verso l'asse ottico che incontra nel punto F .

FIGURA 13 La lente risultante produce effetti equivalenti a quelli generati dal corrispondente sistema ottico centrato.



Consideriamo ora la **lente ideale L** (► FIGURA 13) posizionata nel punto d'incontro del prolungamento del raggio incidente su L' e di quello del raggio emergente da L'' .

Il punto F può essere considerato come **secondo fuoco** della lente L perché in esso converge il raggio che incide su L parallelamente all'asse ottico.

Pertanto la **lente risultante L** è equivalente al sistema composto dalle lenti L' e L'' , in quanto, come l'insieme di queste due, rifrange il raggio incidente, lo devia e lo conduce nel punto F . Indicando con Δ la distanza tra le lenti L' e L'' , con f_1 ed f_2 le rispettive *distanze focali*, si può dimostrare che la **distanza focale f** della *lente risultante* e la **distanza p** della lente risultante dalla seconda lente L'' , sono fornite dalle seguenti formule:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - \Delta} \quad p = \frac{f_2 \cdot \Delta}{f_1 + f_2 - \Delta}$$

La distanza focale f della lente risultante può essere *positiva* o *negativa*, dando luogo rispettivamente a sistemi *convergenti* o *divergenti*. Anche la distanza p può essere *positiva* o *negativa*; in quest'ultimo caso significa che la lente si trova alla destra della lente L'' . Il valore e il segno della distanza p definiscono la posizione della lente risultante L ; essa può essere compresa tra le lenti del sistema, ma può essere anche esterna a esse.

Se il sistema di lenti è composto da più di due lenti, si calcolano inizialmente gli elementi della lente risultante delle *prime due* lenti, successivamente si calcola la risultante tra questa e la terza lente e si prosegue in modo analogo fino a considerare tutte le lenti.

■ Particolari sistemi di lenti

Quando le due lenti sono accostate si dicono a **contatto**. Imponendo $\Delta = 0$ nelle relazioni precedenti si ottiene:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2} \quad p = 0$$

cioè la *lente risultante* ha una posizione coincidente con le due lenti.

FAQ

► **Quando un sistema di lenti sottili è detto afocale?**

Quando il secondo fuoco della prima lente coincide con il primo fuoco della seconda quindi $\Delta = f_1 + f_2$ da cui $f = \infty$. Questo sistema viene detto *telescopico*, e un fascio di raggi incidenti paralleli all'asse di diametro h è trasformato in un fascio di raggi emergenti, ancora paralleli allo stesso asse, ma di diametro h' .

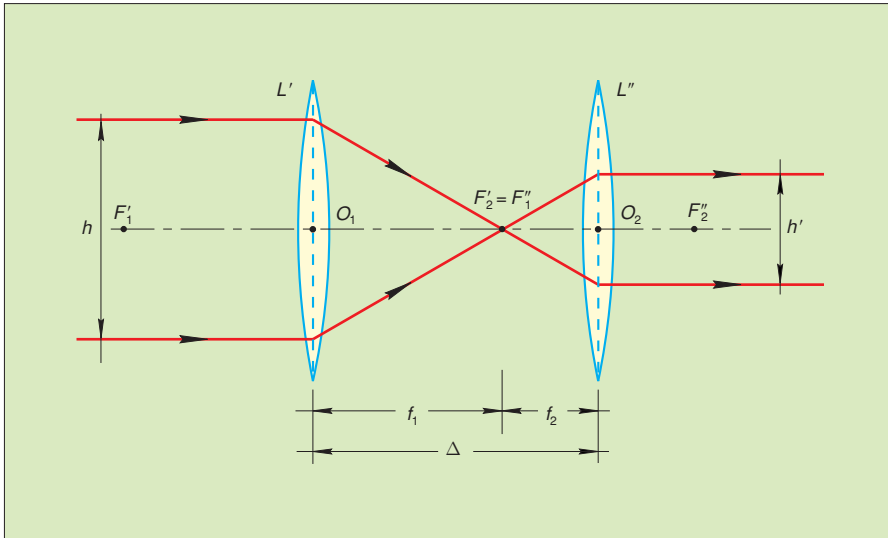


FIGURA 14 Il sistema di due lenti in posizione telescopica: la somma delle due distanze focali è pari alla distanza tra le lenti.

L'accoppiamento di due lenti si definisce **afocale** quando il secondo fuoco F'_2 della prima lente coincide con il primo fuoco F''_1 della seconda (► FIGURA 14). In questo caso si ha $\Delta = f_1 + f_2$, e, per la precedente, risulta $f = \infty$.

Questo sistema viene definito **telescopico**, e un fascio di raggi incidenti paralleli all'asse e di diametro h , è trasformato in un fascio di raggi emergenti, ancora paralleli allo stesso asse, ma di diametro h' .

È possibile definire l'*ingrandimento lineare* e l'*ingrandimento angolare* del sistema di lenti in posizione telescopica; i relativi valori sono forniti dalle seguenti semplici espressioni:

$$I_l = \frac{f_2}{f_1} \quad I_\alpha = \frac{f_1}{f_2}$$

5. Le aberrazioni

In pratica non tutte le ipotesi ammesse nello studiare le lenti sono perfettamente realizzabili (spessore della lente non trascurabile, inclinazione dei raggi molto piccola, raggi di luce non monocromatica ecc.).

Le immagini formate da una **singola lente** non sono perciò quelle che ci si aspetterebbe dalle valutazioni teoriche, ma presentano dei **difetti** e delle **deformazioni** dette **aberrazioni**, più o meno complesse, a seconda dei casi e delle situazioni.

Si è fatta l'ipotesi della luce monocromatica e in realtà la luce solare (di cui principalmente si fa uso) e le altre di cui si dispone in pratica non sono affatto monocromatiche. La luce è costituita da un complesso di radiazioni cui corrispondono lunghezze d'onda variabili e quindi colorazioni differenti. A ciascuna radiazione corrisponde un particolare indice di rifrazione. Anche l'inclinazione dei raggi non sempre è molto piccola, come si è ammesso in teoria. Si discostano principalmente da questa condizione i raggi che investono la lente in prossimità del bordo.

FAQ

► **Che cosa sono le aberrazioni, in quale modo è possibile eliminarle?**

Per il mancato rispetto di alcune ipotesi alla base delle lenti sottili (spessore non trascurabile, luce non monocromatica), le immagini formate da una singola lente non sono esattamente quelle che ci si aspetterebbe dalle valutazioni teoriche, ma presentano dei difetti e delle deformazioni dette aberrazioni. Esse sono inevitabili se si usa una singola lente, mentre si possono ridurre sostanzialmente adottando opportuni sistemi di lenti.

FAQ

► **In quale modo è possibile limitare l'aberrazione sferica?**

Occorre realizzare la lente con un piccolo diametro e anteporre alla lente un disco opaco con un foro centrale detto diaframma, che permetta solo ai raggi luminosi prossimi all'asse ottico di raggiungere la lente, impedendo il passaggio a quelli periferici.

Le aberrazioni sono inevitabili se si usa una singola lente, mentre si possono ridurre sostanzialmente adottando opportuni **sistemi di lenti**, come avviene ad esempio per gli obiettivi dei cannocchiali o delle macchine fotografiche.

Esaminiamo ora singolarmente alcuni difetti che tali situazioni producono e osserviamo quali sono i possibili rimedi.

■ **Aberrazioni sferiche**

L'aberrazione sferica è il difetto per il quale i raggi di luce paralleli all'asse che passano per zone diverse di una lente sono focalizzati **in punti diversi**, anziché venire concentrati in un solo punto. Avviene, cioè, che i raggi marginali siano rifratti maggiormente di quelli prossimi all'asse ottico, e quindi siano focalizzati più vicino alla lente (► FIGURA 15a). Ne risulta che essi, in corrispondenza dell'asse ottico, sono **dispersi** lungo un tratto di asse di lunghezza l , a partire dal fuoco F e nella direzione della lente. La grandezza l dà un'idea dell'entità dell'aberrazione di *sfericità* di cui è affetta la lente. Se una lente fosse priva di aberrazioni di sfericità, dovrebbe essere $l = 0$. Questo fenomeno diventa sempre più significativo via via che aumentano lo spessore della lente e il suo diametro.

L'effetto pratico di questa aberrazione consiste in un'immagine nitida solo nella **parte centrale**, mentre nelle **zone periferiche** la stessa immagine appare poco nitida e confusa (*sfuocata*).

■ **Correzione dell'aberrazione sferica**

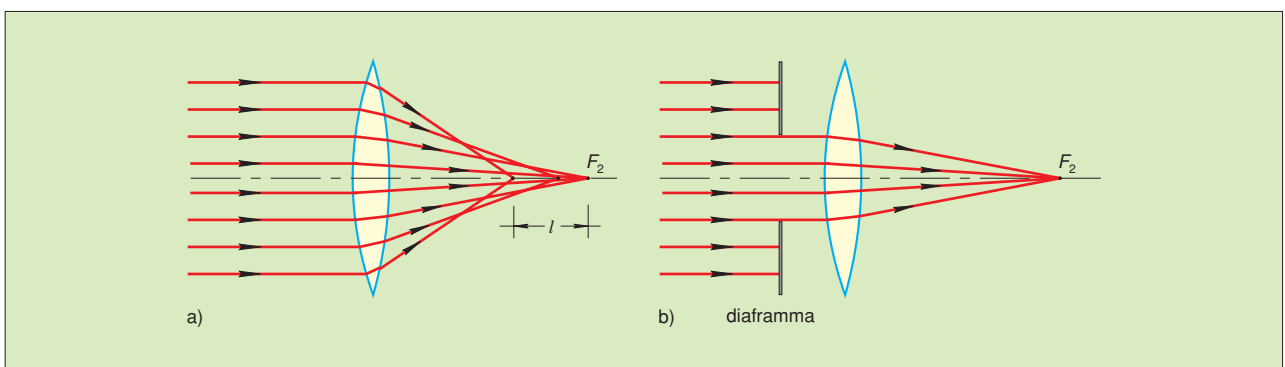
I rimedi per ottenere un'immagine più nitida, quindi per ridurre l'aberrazione sferica, sono sostanzialmente due (► FIGURA 15b).

- Realizzare la lente con un **piccolo diametro**, accontentandosi di un'immagine meno luminosa.
- Anteporre alla lente un disco opaco con un foro centrale, detto **diaframma**, che permetta solo ai raggi luminosi prossimi all'asse ottico di raggiungere la lente, impedendo il passaggio di quelli periferici.

Generalmente si usa la seconda soluzione, perché negli strumenti moderni si devono impiegare lenti di notevole diametro per far entrare nello strumento una grande quantità di luce; questa condizione è necessaria per ottenere un'immagine chiara e nitida di oggetti posti anche a grandi distanze dallo strumento.

Altri criteri per attenuare le aberrazioni di sfericità consistono nell'utilizzare lenti convergenti con i due raggi di curvatura molto diversi fra loro, oppure nell'accoppiare lenti convergenti con lenti divergenti, come si vedrà in seguito nel caso della riduzione delle aberrazioni cromatiche.

FIGURA 15 L'aberrazione sferica si produce quando i raggi paralleli all'asse non convergono sul fuoco (a). L'inserimento di un diaframma riduce il difetto (b).



■ Aberrazioni cromatiche

Abbiamo visto che la distanza focale di una lente dipende dai *raggi di curvatura* e dall'*indice di rifrazione* del vetro di cui la lente è costituita.

L'*indice di rifrazione* di un materiale trasparente varia poi in corrispondenza alle diverse radiazioni che compongono la luce naturale (solare), quindi a ogni radiazione monocromatica corrisponderà un **fuoco diverso**.

Ciò vuol dire che, se un raggio di luce solare, parallelo all'asse, attraversa una lente convergente, esso uscendo si *scompon*e nei vari colori, e a ciascuno di essi corrisponderà un fuoco distinto. Per una lente di vetro mediamente si possono avere questi valori: per i raggi rossi $n = 1,513$; per i violetti $n = 1,532$.

I *raggi violetti* sono i più convergenti. La distanza b fra i due fuochi estremi (fuoco dei raggi rossi e fuoco dei raggi violetti) dà la misura di questo nuovo difetto detto **aberrazione cromatica**. Il *rosso* e il *violetto* sono i colori estremi dello spettro, quindi i fuochi relativi ai colori intermedi saranno compresi fra i fuochi estremi (► FIGURA 16a).

L'effetto pratico di questa aberrazione, a causa della *dispersione* della luce provocata dalla rifrazione, è quello di produrre, per ogni oggetto, più immagini colorate di differenti dimensioni. Ciò provoca, in chi osserva, la sensazione di una sola immagine a **contorni iridescenti**, perché solo nella parte centrale i colori, sovrapponendosi, riproducono la luce di provenienza. La ricomposizione non può effettuarsi nelle parti estreme, donde il persistere delle colorazioni, sfumanti dal violetto al rosso.

■ Correzione dell'aberrazione cromatica

La correzione dell'aberrazione cromatica consiste, in pratica, nel far coincidere il fuoco dei raggi rossi con quello dei raggi violetti, mediante l'accoppiamento di due lenti (*doppietto acromatico*) delle quali una convergente costituita di vetro **crown**, a piccolo potere dispersivo, e l'altra divergente di vetro **flint** a grande potere dispersivo (► FIGURA 16b). Un sistema siffatto viene detto acromatico.

Le due lenti sono poste a contatto ($\Delta = 0$) e se $|f_2| < f_1$ il sistema che ne risulta è convergente e può considerarsi praticamente *acromatico*. Per ottenere un acromatismo quasi perfetto, cioè tale che tutti i fuochi dal violetto al rosso coincidano in un unico punto, occorre accoppiare una lente convergente di vetro crown con *diverse* lenti di vetro flint.

Gli *obiettivi dei cannocchiali* sono costituiti, generalmente, da due lenti e talvolta anche da tre. L'uso di numerose lenti è invece necessario per gli *obiettivi fotografici*, nei quali le aberrazioni devono essere eliminate quasi totalmente.

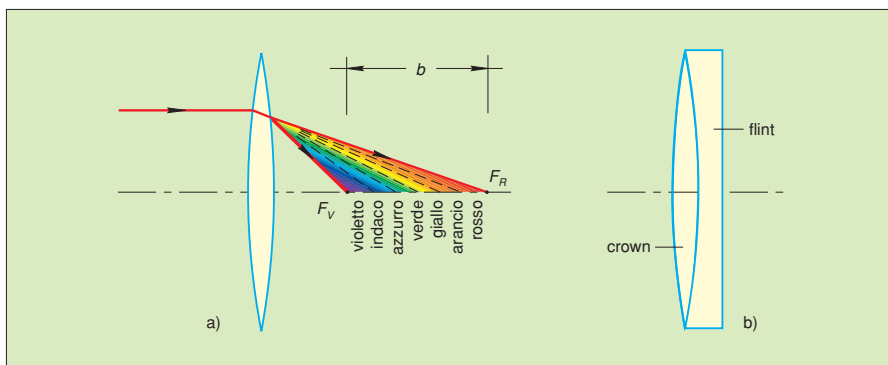


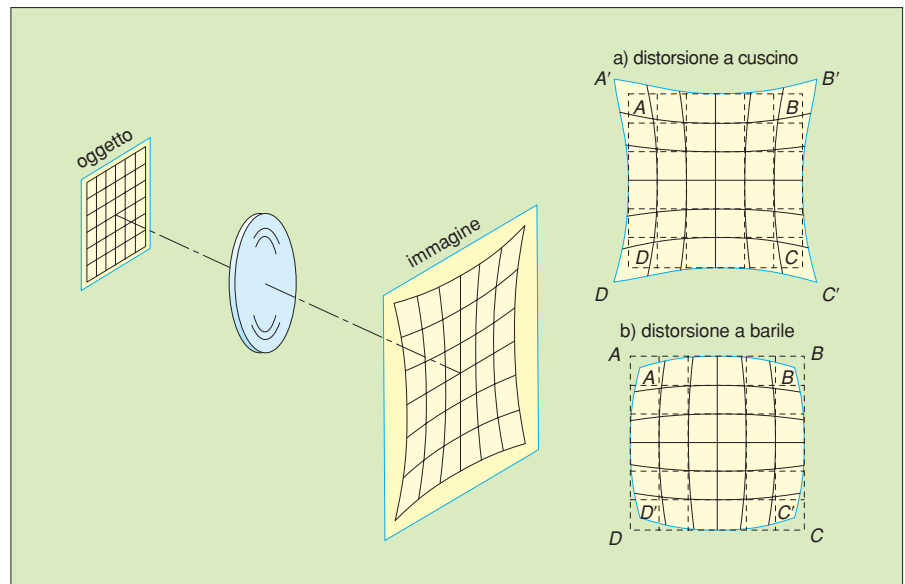
FIGURA 16 L'aberrazione cromatica genera diversi fuochi per i diversi colori della luce solare (a). L'uso di un sistema di due lenti a contatto, una divergente e una convergente, con diversi indici di rifrazione, costituisce un sistema detto acromatico, in grado di eliminare o ridurre questo difetto (b).

FAQ

► In quale modo è possibile limitare l'aberrazione cromatica?

La correzione di tale aberrazione consiste nell'accoppiamento di due lenti delle quali una convergente costituita di vetro crown, a piccolo potere dispersivo, e l'altra divergente di vetro flint, a grande potere dispersivo. Un sistema siffatto viene detto acromatico.

FIGURA 17 Deformazioni dell'immagine prodotte dalla distorsione a cuscino (a) e a barile (b).



■ Distorsioni

La distorsione di fatto provoca una **deformazione** dell'immagine dell'oggetto. Se si considera come oggetto un quadrato col centro sull'asse cardinale e giacente sopra un piano normale all'asse, l'immagine corrispondente, non è un altro quadrato, ma una figura deformata come quella della ►FIGURA 17a se la *deformazione* è a **cuscino**, o secondo la ►FIGURA 17b, se la deformazione è a **barile**.

Per correggere questo grave difetto, si usano speciali accoppiamenti di lenti chiamati **sistemi ortoscopici**. La distorsione è particolarmente grave per gli *obiettivi fotografici*, soprattutto se questi devono servire per rilievi **fotogrammetrici**.

■ Conclusione

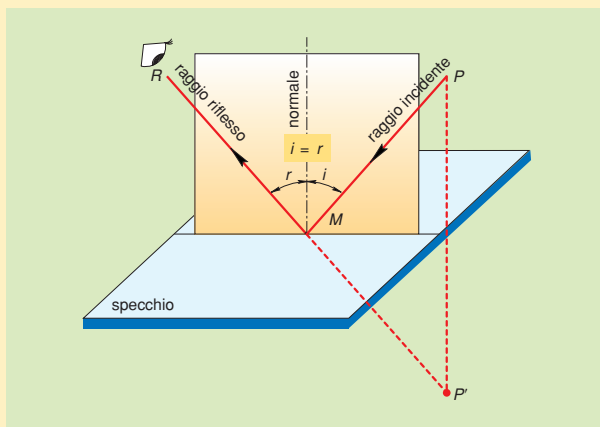
In uno strumento ottico non è possibile eliminare **contemporaneamente** tutte le aberrazioni, cioè non può esistere un sistema ottico, anche complesso, del tutto esente da aberrazioni. A seconda dell'uso cui lo strumento è destinato si cercherà di eliminare quelle aberrazioni che maggiormente ne pregiudicano il funzionamento. Per esempio, nei microscopi e nei cannocchiali è opportuno eliminare le aberrazioni **cromatiche** e di **sfericità**, mentre è poco importante la **distorsione**, perché le osservazioni vengono effettuate sempre nelle immediate vicinanze dell'asse ottico.

Riassumendo



Le leggi della riflessione: 1) il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale alla superficie riflettente sono complanari; 2) l'angolo d'incidenza i è uguale all'angolo di riflessione r .

- L'occhio che intercetta raggi riflessi, li percepisce come provenienti da una sorgente virtuale che, rispetto allo specchio, è in posizione simmetrica a quella della sorgente reale.



La doppia riflessione: quando un raggio subisce una doppia riflessione su due specchi formanti un angolo acuto α , il raggio riflesso forma con il raggio incidente un angolo δ doppio di α : $\delta = 2\alpha$.

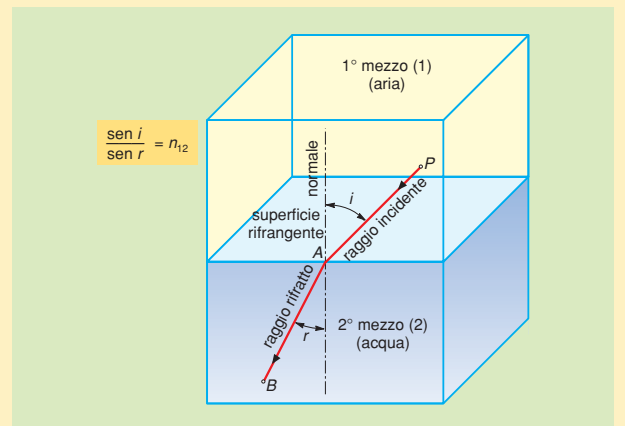
- Questo principio era alla base degli squadri a specchi, disposti a formare un angolo $\alpha = 45^\circ$, per cui la deviazione del raggio diventava $\delta = 90^\circ$.

Le leggi della rifrazione: 1) il raggio incidente, il raggio rifratto e la normale alla superficie di separazione dei

mezzi sono complanari; 2) il rapporto tra il seno dell'angolo d'incidenza i e il seno dell'angolo di rifrazione r è costante:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}$$

Indice di rifrazione relativo di due mezzi: è la costante che compare al secondo membro della relazione precedente. Dipende dalla densità dei due mezzi trasparenti a contatto e dalla direzione rispetto a cui si muove la luce.



- Ad esempio la sequenza aria-vetro presenta un indice di rifrazione $n_{12} = 1,5$ circa, mentre quello per la sequenza aria-acqua è $n_{12} = 1,33$.
- Se si inverte la direzione del raggio luminoso, si inverte anche l'indice di rifrazione relativo. Così per la sequenza vetro-aria sarà $n_{21} = 1/1,5 = 0,6666$.

Indice di rifrazione assoluto di un mezzo: è definito come l'indice di rifrazione relativo, con la condizione che

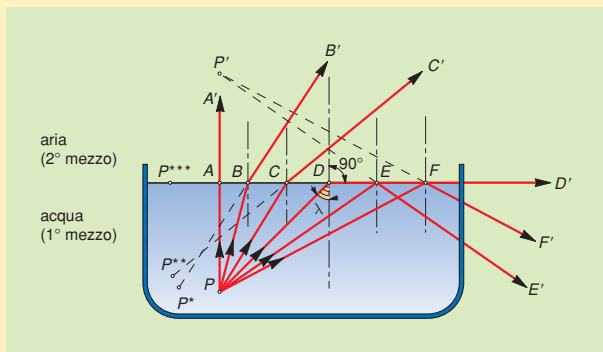
la luce entri nel mezzo trasparente (mezzo 2) provenendo dal vuoto (mezzo 1).

- Se si indicano con n_1 e con n_2 gli indici di rifrazione assoluti di due mezzi trasparenti, si ha:

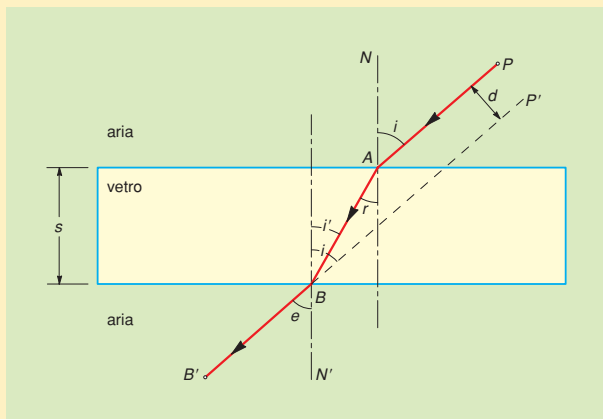
$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$$

Angolo limite. Quando un raggio passa da un mezzo più denso a un mezzo meno denso, l'angolo di rifrazione è maggiore dell'angolo d'incidenza. In questo contesto il valore dell'*angolo limite* è il valore dell'angolo d'incidenza in corrispondenza del quale il raggio rifratto giace sulla superficie di separazione dei due mezzi trasparenti. A esso, quindi, corrisponde un angolo di rifrazione di 90° . Se l'angolo d'incidenza è maggiore dell'angolo limite non esiste il raggio *refratto*, e si assiste al fenomeno della *riflessione*.

- Se un raggio di luce si propaga nel vetro, esso uscirà nell'aria solo quando l'angolo d'incidenza è minore dell'angolo limite di $41^\circ 48'$.



Lastra a facce piane e parallele: è un mezzo trasparente a forma di parallelepipedo. La *lastra* produce l'effetto di traslare un raggio incidente parallelamente a se stesso di una quantità d , che dipende dall'*angolo d'incidenza* i (espresso in radianti), dall'*indice di rifrazione* re-



lativo n e dallo *spessore* s della lastra, secondo la seguente relazione:

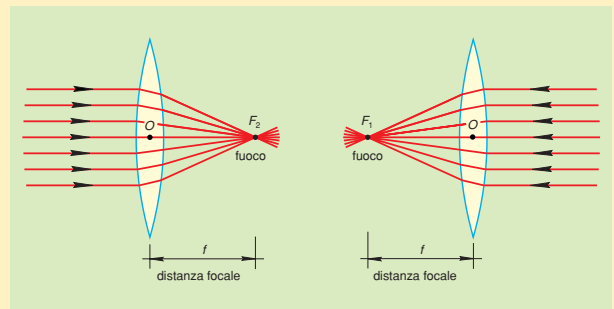
$$d = s \frac{n - 1}{n} i^{\text{rad}}$$

Lenti sferiche: sono mezzi trasparenti delimitati da superfici sferiche, che in generale hanno diversi raggi di curvatura.

- Le lenti si dicono *convergenti* quando hanno uno spessore maggiore al centro rispetto ai bordi.
- Le lenti si dicono *divergenti* quando hanno uno spessore maggiore ai bordi e minore al centro.

Asse ottico: è la linea che congiunge i centri di curvatura delle superfici sferiche che delimitano la lente.

Fuochi di una lente: sono due punti posizionati sull'asse ottico. In una lente *convergente* sono i punti in cui *converge* un fascio di raggi paralleli all'asse ottico dopo essere stato rifratto dalla lente. In una lente *divergente* sono i punti in cui convergono i *prolungamenti* dei raggi appartenenti a un fascio, parallelo all'asse ottico, dopo essere stati rifratti dalla lente.



Lenti sottili: sono lenti sferiche con uno spessore tanto piccolo da poter essere giudicato trascurabile.

- In realtà si tratta di una condizione ideale, difficile da realizzare in pratica, e tuttavia necessaria per semplificare e chiarire il problema.

Centro ottico: è il punto individuato dall'intersezione della lente sottile con l'asse ottico. Esso possiede la proprietà di non provocare nessuna deviazione a qualunque raggio luminoso che lo intercetti.

- La distanza tra il centro ottico e ciascuno dei fuochi di una lente sottile si chiama *distanza focale*.

L'equazione delle lenti sottili: per una lente sottile *convergente* di distanza focale f , indicando con D la distanza a cui si trova un oggetto e con d la distanza a cui si

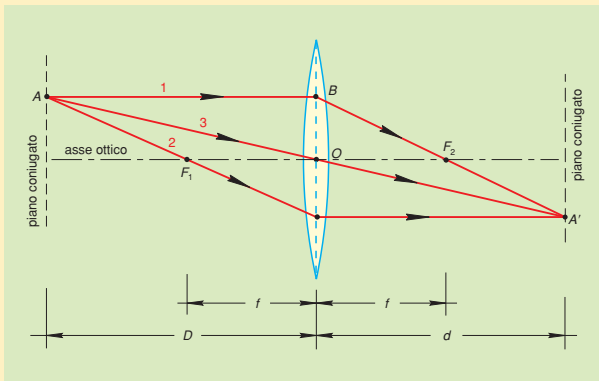
viene a formare la sua immagine, esiste la seguente relazione fondamentale:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}$$

Questa relazione vale anche per le lenti *divergenti*, con l'accorgimento di attribuire il segno negativo ad f e d :

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{D} - \frac{1}{d}$$

- Conoscendo f e D , con la relazione precedente è possibile calcolare la distanza d a cui si forma l'immagine.



La costruzione delle immagini nelle lenti sottili, viene facilitata dalle seguenti regole pratiche:

- 1) un raggio di luce parallelo all'asse ottico esce dalla lente dirigendosi al secondo fuoco;
- 2) un raggio di luce che passi per il primo fuoco, uscendo dalla lente, sarà parallelo all'asse;
- 3) un raggio diretto al centro ottico non subisce alcuna deviazione.

Ingrandimento lineare: le lenti sono caratterizzate da un *ingrandimento lineare*, indicato con I_l . Esso è il rapporto tra la grandezza dell'immagine e quella corrispondente dell'oggetto. Tale rapporto assume poi la seguente forma:

$$I_l = \frac{d}{D} = \frac{f}{D - f}$$

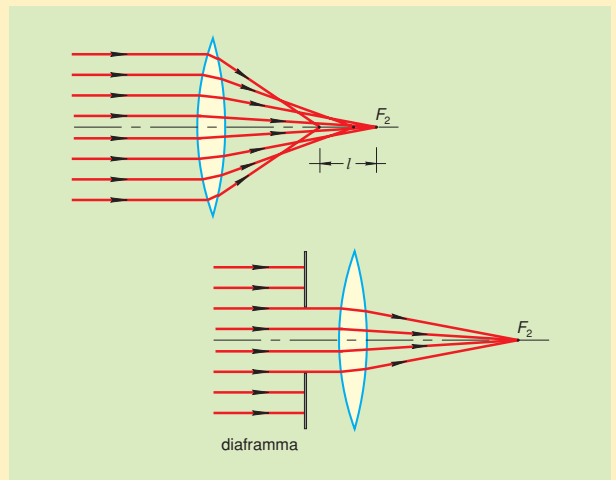
Sistemi di lenti: insieme di due (o più) lenti sottili collocate a una distanza Δ . Quando questa è nulla ($\Delta = 0$) si ha un sistema di lenti a *contatto*. Quando è uguale alla somma delle distanze focali delle due lenti ($\Delta = f_1 + f_2$) il sistema si dice *telescopico*. Gli effetti prodotti da un sistema di lenti sono riproducibili da una sola lente ideale detta *lente risultante*. La sua distanza focale e la sua distanza dalla seconda lente del sistema sono:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - \Delta} \quad p = \frac{f_2 \cdot \Delta}{f_1 + f_2 - \Delta}$$

- I sistemi di lenti vengono utilizzati in sostituzione di singole lenti per correggere le aberrazioni.

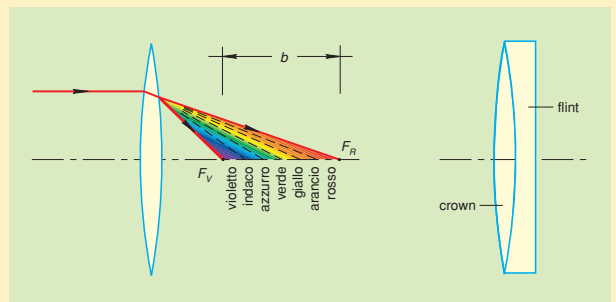
Aberrazione sferica: è il difetto per il quale i raggi di luce paralleli all'asse che passano per zone diverse di una lente sono deviati *in punti diversi*, anziché venire concentrati in un solo punto, il fuoco.

- È possibile limitare questo difetto con i seguenti accorgimenti:
 - 1) realizzare la lente con un *piccolo diametro*;
 - 2) anteporre alla lente un *diaframma* che permetta solo ai raggi luminosi prossimi all'asse ottico di raggiungere la lente, impedendo il passaggio a quelli periferici.



Aberrazione cromatica: è il difetto che genera fuochi diversi in corrispondenza dei diversi colori che compongono un raggio di luce naturale. La sensazione pratica di questo difetto è quella di un'immagine a *contorni iridescenti*, nitida solo nella parte centrale.

- È possibile limitare questo difetto usando il sistema *acromatico* formato da due lenti delle quali una convergente costituita di vetro *crown*, a piccolo potere dispersivo, e l'altra divergente di vetro *flint*, a grande potere dispersivo.



Autovalutazione

A. Verifica delle conoscenze

QUESITI A RISPOSTA SINGOLA

- 1** Enunciare le leggi della riflessione.
- 2** La riflessione di un raggio luminoso è sempre possibile?
- 3** Nell'ambito della riflessione, cosa si intende per immagine virtuale?
- 4** Che proprietà possiede un raggio luminoso dopo essere stato sottoposto a una doppia riflessione su due specchi?
- 5** Enunciare le leggi della rifrazione.
- 6** Quale differenza esiste tra indice di rifrazione relativo e assoluto?
- 7** In quale situazione il fenomeno della rifrazione può non esistere?
- 8** Che cosa è l'angolo limite?
- 9** In quale situazione il fenomeno della rifrazione esiste certamente?
- 10** Che cosa sono i fuochi di una lente sottile?
- 11** Come viene definito l'asse ottico di una lente?
- 12** Che cosa si intende per potere diottrico di una lente?
- 13** L'ingrandimento lineare di una lente può essere negativo? E perché?
- 14** Che cosa afferma la legge fondamentale delle lenti sottili?
- 15** Che cosa sono le aberrazioni e in che modo possono essere limitate?

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 16** Un raggio incidente viene riflesso da una superficie levigata, formando un angolo di 5° rispetto alla normale della superficie. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
 - a l'angolo di riflessione è di 10°
 - b l'angolo di riflessione è di $2^\circ 30'$

- c l'angolo di riflessione è di 5°
- d la riflessione non avviene

- 17** Un raggio incidente arriva perpendicolarmente su una superficie levigata. Quale sarà l'angolo di riflessione?

- a 90°
- b 0°
- c 180°
- d non esiste il raggio riflesso

- 18** Due superfici riflettenti sono disposte con un angolo di 40° ; quale deviazione subisce un raggio riflesso su entrambe le superfici?

- a 80°
- b 40°
- c 20°
- d non subisce alcuna deviazione

- 19** Un raggio luminoso penetra in un mezzo trasparente dall'aria con un angolo di incidenza di 60° , subendo una deviazione, con avvicinamento alla normale, di 15° . Che valore ha l'indice di rifrazione relativo?

- a 3,346
- b 1,225
- c -3,346
- d 0,816

- 20** Due mezzi trasparenti presentano i rispettivi seguenti indici di rifrazione assoluti $n_1 = 1,3$; $n_2 = 1,6$. Quanto vale l'indice di rifrazione relativo n_{12} del secondo mezzo rispetto al primo?

- a 1,349
- b 0,945
- c 1,498
- d nessuno dei precedenti valori

- 21** Un raggio luminoso penetra in uno specchio d'acqua con una inclinazione, rispetto alla superficie, di 60° . Con quale angolo rispetto alla superficie si propaga nell'acqua il cui indice di rifrazione relativo è 1,33?

- a $67^\circ 55'$
- b $40^\circ 37'$
- c $22^\circ 4'$
- d nessuno dei precedenti valori

- 22** Quale elemento non condiziona la traslazione di un raggio emergente da una lastra a facce piane e parallele?

- a lo spessore s della lastra
- b l'angolo d'incidenza i sulla 1^a faccia della lastra
- c l'angolo di emergenza e sulla 2^a faccia della lastra
- d l'indice di rifrazione n della lastra rispetto all'aria

- 23** Una lente sottile possiede alcune fondamentali proprietà. Quale tra le seguenti è falsa?
- a) lo spessore è trascurabile
 - b) un raggio passa per il suo centro ottico senza essere deviato
 - c) un raggio di luce parallelo all'asse ottico esce dalla lente dirigendosi su un fuoco
 - d) nessuna delle precedenti proprietà
- 24** Quali punti, in una lente, sono detti punti cardinali?
- a) il centro ottico O
 - b) i due fuochi F_1 e F_2
 - c) i due punti P_1 e P_2 distanti dalla lente $2f$
 - d) tutti i precedenti
- 25** Un oggetto è posto tra una lente sottile convergente e un suo fuoco. Quali caratteristiche possiede la sua immagine?
- a) l'immagine è virtuale, ingrandita e rovesciata
 - b) l'immagine è virtuale, ingrandita e diritta
 - c) l'immagine è virtuale, rimpicciolita e diritta
 - d) l'immagine è virtuale, rimpicciolita e rovesciata
- 26** Un oggetto è posto a una distanza pari a $2f$ da una lente sottile convergente. Quali caratteristiche possiede la sua immagine?
- a) l'immagine è reale, ingrandita e rovesciata
 - b) l'immagine è reale, rimpicciolita e rovesciata
 - c) l'immagine è reale, uguale e rovesciata
 - d) nessuna delle precedenti
- 27** Un oggetto è posto a una distanza maggiore di $2f$ da una lente sottile convergente. Dove si viene a formare la sua immagine?
- a) oltre il doppio della distanza focale
 - b) tra il fuoco e il doppio della distanza focale
 - c) esattamente sul fuoco
 - d) esattamente sul doppio della distanza focale
- 28** Una sorgente luminosa si trova a 2 m da una lente sottile convergente con $f = 50$ cm. A quale distanza dalla lente si forma l'immagine?
- a) 67 cm
 - b) 50 cm
 - c) 100 cm
 - d) 84 cm
- 29** Con i dati del quesito precedente, qual è l'ingrandimento lineare della lente?
- a) 3
 - b) 2,9
 - c) 0,33
 - d) 0,6
- 30** Con i dati del quesito precedente, quante diottrie possiede la lente?
- a) 1 m^{-1}
 - b) 2 m^{-1}
 - c) 3 m^{-1}
 - d) $0,5 \text{ m}^{-1}$
- 31** Quale relazione intercorre tra l'ingrandimento lineare e quello angolare di una lente sottile convergente?
- a) hanno sempre valori uguali
 - b) hanno valori opposti
 - c) hanno valori inversi
 - d) non c'è nessuna relazione
- 32** Quando un sistema di due lenti sottili convergenti con distanze focali f_1 ed f_2 e distanti Δ , diventa divergente?
- a) mai
 - b) sempre
 - c) solo se $f_1 + f_2 = \Delta$
 - d) solo se $f_1 + f_2 < \Delta$
- 33** Quando un sistema di due lenti sottili convergenti con distanze focali f_1 ed f_2 e distanti Δ , si definisce focale?
- a) quando $f_1 = f_2$
 - b) quando $\Delta = 0$
 - c) quando $f_1 + f_2 = \Delta$
 - d) quando $f_1 + f_2 < \Delta$
- 34** In che modo si può limitare l'aberrazione sferica di una lente?
- a) realizzando la lente con un grande diametro
 - b) antepoendo alla lente un diaframma
 - c) realizzando la lente con un basso indice di rifrazione
 - d) non è mai possibile
- 35** In che modo si può limitare l'aberrazione cromatica di una lente?
- a) realizzando la lente con un piccolo diametro
 - b) antepoendo alla lente un diaframma
 - c) adottando un sistema di due lenti a contatto
 - d) non è mai possibile

B. Verifica delle competenze

● Esercizi e problemi

- 36** Calcolare la rotazione da dare a una lastra a facce piane e parallele di vetro flint dello spessore di 15 mm, per ottenere uno spostamento del raggio luminoso pari a 0,05 cm. $[5^\circ 5' 35'']$
- 37** Calcolare lo spessore che deve avere una lastra a facce piane e parallele di vetro flint, in modo che im-

primendole una rotazione di 10° il raggio luminoso vengà spostato di 0,1 cm. [15,3 mm]

38 Una sorgente luminosa, posta a 10 m da uno specchio piano, emette un raggio che incontra lo specchio con un angolo di incidenza di 60° e si riflette fino ad arrivare su uno schermo posto parallelamente allo specchio. Sapendo che tutto il cammino percorso dal raggio è pari a 50 m, calcolare la distanza tra lo specchio e lo schermo. [15 m]

39 Una sorgente luminosa è posta a 7 m di altezza al di sopra del suolo. Calcolare la lunghezza dell'ombra gettata sul suolo da un'asta verticale di 3 m di altezza, posta a 4 m dalla verticale passante per la sorgente. [3 m]

40 Una sorgente puntiforme S illumina una parete piana posta a 3 m di distanza. Calcolare l'area dell'ombra di uno schermo rettangolare con i lati di 10 cm \times 30 cm, posto alla distanza di 1,2 m dalla sorgente, col centro sulla normale abbassata da questa sulla parete e giacente su un piano parallelo a quello della parete. [1875 cm²]

41 Un raggio di luce monocromatica, penetrando in una soluzione biologica sotto un angolo di incidenza di 50° , viene deviato dalla direzione d'incidenza di un angolo pari a 10° . Calcolare l'indice di rifrazione della soluzione. [1,19]

42 Un raggio luminoso monocromatico proveniente dall'aria penetra in un mezzo trasparente avente indice di rifrazione pari a 1,192. Calcolare la direzione del raggio incidente in modo che gli angoli di incidenza e di rifrazione siano complementari. [50°]

43 Calcolare l'indice di rifrazione del diamante sapendo che l'angolo limite del mezzo considerato rispetto all'aria è pari a $23^\circ 56'$. [2,465]

44 Calcolare l'angolo limite per le seguenti sostanze di cui è dato l'indice di rifrazione: a) ambra $n = 1,546$; b) quarzo $n = 1,458$. [a) $40^\circ 18' 11''$; b) $43^\circ 18' 15''$]

45 Un oggetto luminoso, posto alla distanza di 60 cm da una lente sottile convergente, origina un'immagine che si forma a una distanza di 35 cm dalla lente. Calcolare la distanza focale della lente e dire come sarà l'immagine. [22,10 cm; capovolta, rimpicciolita, reale]

46 Un oggetto luminoso alto 15 cm e disposto a 25 cm da una lente convergente origina un'immagine virtuale alta 40 cm. Calcolare la posizione dell'immagine e la distanza focale della lente. [66,66 cm; 40 cm]

47 Di fronte a una lente di distanza focale pari a 30 cm, si pone un oggetto di altezza pari a 1,20 m. Si cal-

coli a quale distanza occorre porre uno schermo affinché l'immagine dell'oggetto abbia su di esso un'altezza di 5 cm. [31,25 cm]

48 Una lente convergente ha la distanza focale di 1 m. Calcolare a quale distanza dalla lente si forma l'immagine di un oggetto posto a 1,5 m dalla stessa, e dire come sarà l'immagine. [3 m; reale, capovolta, ingrandita]

49 Spostando un oggetto lungo l'asse ottico di una lente sottile convergente, quando l'oggetto si trova sia a 20 cm sia a 10 cm dalla lente si formano due immagini 3 volte più grandi dell'oggetto. Calcolare la distanza focale della lente e le distanze delle due immagini dalla stessa. [15 cm; 60 cm; 30 cm]

50 Una lente convergente origina l'immagine virtuale di un oggetto posto alla distanza di 4 cm dalla stessa. Sapendo che l'ingrandimento lineare è pari a 5, calcolare la distanza focale della lente e l'ingrandimento angolare. [5 cm; 5]

51 Un oggetto si trova alla distanza di 6 cm da una lente convergente con distanza focale di 10 cm. Calcolare la distanza dell'immagine dalla lente e l'ingrandimento angolare. [15 cm; 2,5]

52 Una lente divergente presenta una distanza focale di $-0,50$ m; calcolare la distanza a cui si forma la sua immagine e l'ingrandimento che assume. [-40 cm; 0,20]

53 Due lenti sottili, una convergente e una divergente, hanno rispettivamente distanza focale $+20$ cm e -20 cm, e distano tra loro 10 cm. Determinare distanza focale e distanza dalla seconda lente della lente risultante del sistema. [40 cm; 20 cm]

54 Un proiettore per diapositive è caratterizzato da una lente con distanza focale di 40 cm. Calcolare le dimensioni dell'immagine che si forma sopra uno schermo posto alla distanza di 12 m dalla lente quando si proietta una diapositiva di 6 cm \times 12 cm. [180 cm \times 360 cm]

55 Un punto luminoso P è situato a 5 cm dall'asse ottico di una lente convergente di potere diottrico 10 m^{-1} . Dopo la rifrazione i raggi sono divergenti e fra il raggio che passa per il centro ottico e il raggio che passa per il fuoco vi è un angolo di 5° . Determinare a quale distanza dalla lente si trova il punto luminoso P . [8,1 cm]

56 Determinare lo spostamento lineare che subisce un raggio luminoso nell'attraversare una lamina a facce piane e parallele di vetro con spessore 1,7 cm e con indice di rifrazione relativo aria-vetro pari a $n = 1,58$,

sapendo che l'angolo di incidenza del raggio luminoso rispetto alla normale della prima faccia della lamina è di $8^{\circ}10'$. [0,889 mm]

57 Un raggio luminoso, dopo avere attraversato una lamina a facce piane e parallele di vetro con spessore 2 cm e con indice di rifrazione relativo aria-vetro pari a $n = 1,60$, arriva su un'asta graduata sulla quale si esegue la lettura $L_1 = 1,343$ m. Facendo ruotare la lamina, sulla graduazione dell'asta viene eseguita la nuova lettura $L_2 = 1,345$ m. Determinare l'angolo di cui è stata ruotata la lamina e che ha reso possibile la seconda lettura L_2 . [15°16'44"]

58 Determinare lo spessore che deve possedere una lamina a facce piane e parallele di vetro con indice di rifrazione relativo aria-vetro pari a $n = 1,54$, affinché essa possa traslare un raggio luminoso di una quantità pari a un decimo di millimetro (0,10 mm) per ogni grado centesimale ($1^{\circ},0000$) di rotazione della stessa lamina. [18,1 mm]

59 Due lenti convergenti L_1 e L_2 hanno le seguenti distanze focali: $f_1 = 54$ mm; $f_2 = 68$ mm. Esse sono poste a una distanza relativa di 4,5 cm. Determinare il valore della distanza focale della lente risultante del sistema di lenti L_1 e L_2 e la distanza di questa risultante dalla lente L_1 . [47,7 mm; 5,26 mm]

60 Due lenti convergenti L_1 e L_2 hanno le seguenti distanze focali: $f_1 = 20$ mm; $f_2 = 240$ mm. Esse formano un sistema in posizione telescopica. Determinare il valore dell'ingrandimento lineare del sistema di lenti L_1 e L_2 . [12]

Risultati dei quesiti a risposta multipla

16c, 17b, 18a, 19b, 20d, 21a, 22c, 23d, 24d, 25b, 26c, 27b, 28a, 29c, 30b, 31c, 32d, 33c, 34b, 35c.