

Errori di misura

Il problema più antico di ogni scienziato, che deve operare la misurazione di grandezze scientifiche, è sapere a priori che, per quanto possa essere attento il suo operato, i risultati ottenuti saranno, inevitabilmente, affetti da un errore di misurazione.

L'errore è, per definizione, la differenza tra il valore vero e il valore misurato della grandezza in esame.

La consapevolezza di non riuscire mai a determinare il valore esatto della grandezza non deve scoraggiare chi opera la misura perché, se non annullarli, è possibile ridurre significativamente gli errori, applicando opportuni accorgimenti, sia da parte dell'operatore sia nella costruzione e nell'uso degli strumenti necessari alla misurazione.

Gli strumenti di misura possono essere distinti in base a molte loro caratteristiche, tra le quali vogliamo ricordare, in particolare:

- la **portata**, che rappresenta il massimo valore della grandezza che lo strumento può misurare;
- la **sensibilità**, che esprime, invece, il minimo valore della grandezza che lo strumento riesce ad apprezzare.

Gli strumenti solitamente più sensibili sono quelli di piccola portata, basti pensare alla differente sensibilità tra il bilancino di precisione di un farmacista, che ha una portata massima di pochi grammi, e la bilancia di un salumiere capace di misurare anche quantità superiori al chilogrammo.

Le possibilità di commettere un errore durante una misura sono molteplici, ed è necessario, quindi, incominciare a mettere un po' di ordine nella valutazione degli errori, riunendoli in due sole categorie fondamentali: errori **sistematici** ed errori **accidentali**.

Gli **errori sistematici** sono quelli che compaiono in ogni singola misura e possono essere:

1. **errori strumentali**, legati all'utilizzo di strumenti poco precisi (ogni strumento è contraddistinto da una classe che ne indica il grado di precisione), mal tarati o non adatti alla misura che si deve effettuare;
2. **errori soggettivi**, provocati dalla poca abilità o dalla negligenza dello sperimentatore, quali errori di lettura, di apprezzamento ecc.;
3. **errori ambientali**, determinati da fattori esterni come, per esempio, la presenza di fonti di calore, campi magnetici esterni ecc.

Proviamo a immaginare alcune situazioni tipiche che possono determinare errori sistematici durante una misurazione.

Se proviamo a misurare il tempo che impiega un corpo in caduta libera (per esempio una moneta) per raggiungere il suolo da una determinata altezza, fermando il cronometro al momento in cui percepiamo il tintinnio della moneta che tocca il suolo, commettiamo un errore, perché non teniamo conto del tempo che impiega il suono, prodotto dall'impatto, per raggiungere il nostro orecchio né il tempo di reazione (individuale) del soggetto che deve arrestare il cronometro.

Questa situazione determina un errore soggettivo perché dipendente da un errore di valutazione dello sperimentatore. È importante sapere che gli **errori sistematici influiscono sulla misurazione sempre nello stesso senso** e, solitamente, **per una stessa quantità**.

L'uso di uno strumento di scarsa precisione o poco tarato provoca un errore strumentale: se uno strumento misura valori maggiori rispetto a quelli veri, tale maggiorazione sarà la stessa per tutte le misure che effettueremo utilizzandolo. L'uso di strumenti di buona classe di precisione e sottoposti ad attente e frequenti operazioni di taratura permetterà di ridurre al massimo tali errori, che, però, non potranno mai essere eliminati completamente.

Gli **errori accidentali** (detti anche casuali) non si possono né prevedere né evitare e affliggono la misura con valori che possono risultare a volte minori e a volte maggiori di quelli reali. Questi errori possono essere provocati anche da **brevi e imprevedibili variazioni di fattori ambientali**, come la pressione, l'umidità o la temperatura dell'aria, di cui lo sperimentatore non ha tenuto conto durante l'esecuzione della misura.

Questo tipo di errore può influire sulla misura, a seconda dei casi, in un senso o nell'altro; esso **può essere ridotto al minimo ripetendo più volte la misura e facendo poi la media aritmetica** dei valori trovati. Se si usa uno strumento poco sensibile gli errori accidentali incidono solo molto marginalmente perché lo strumento non è in grado di rilevarli: una misurazione ripetuta più volte ci darebbe sempre lo stesso risultato. Se si usa uno strumento di buona classe di precisione, invece, nel caso di misurazioni ripetute, si rileverebbero valori sensibilmente diversi, a causa degli errori accidentali.

Le differenze tra le due tipologie di errori, sistematici e accidentali, introducono i concetti di **accuratezza** e di **precisione** della misura.

Una **misura** viene definita:

- **accurata**, quando la si effettua utilizzando strumenti idonei e in adatte condizioni ambientali;
- **precisa** se l'operatore può determinare l'incidenza degli errori, dai quali essa è affetta, o quando, ripetendo più volte la misura, i risultati ottenuti siano sostanzialmente concordanti, cioè differiscano in maniera irrilevante tra loro.

Da queste osservazioni emerge una considerazione: **non è detto che una misura precisa possa considerarsi sempre anche accurata.**

Gli errori assoluti

L'imprecisione di misura è una realtà non eliminabile: il modo più pratico per ridurre gli errori accidentali è quello di ripetere più volte la misura, ovviamente nelle stesse condizioni, e accettare come valore probabile la **media aritmetica** dei valori misurati. Tutte le misure, sia effettuate una sola volta sia quelle ripetute più volte, sono affette da incertezze, che chiameremo **errore assoluto** o **incertezza assoluta** della misura.

Per definizione, l'errore assoluto rappresenta la differenza tra il valore vero e il valore misurato della grandezza in esame.

Ogni misura è quindi accompagnata da un **errore assoluto** δx , che può essere determinato e indicato assieme al valore della grandezza, come nella scrittura seguente:

$$X = X_m \pm \delta x$$

L'**incertezza assoluta** δx viene espressa nella stessa unità di misura della grandezza a cui si riferisce, e **individua un intervallo nel quale si troverà il valore vero della grandezza in esame**, che non è possibile però conoscere.

$X_m - \delta x$ X_m $X_m + \delta x$

L'incertezza assoluta δx individua un intervallo $X = X_m \pm \delta x$ nel quale si troverà il valore vero X della grandezza in esame.

Per determinare l'incertezza assoluta dobbiamo distinguere due casi:

1. il valore misurato è stato ottenuto effettuando più volte la misura della grandezza con lo stesso strumento e **ottenendo sempre lo stesso risultato**: in questo caso, l'incertezza assoluta si considera uguale alla **sensibilità** dello strumento, che viene indicata, dal costruttore, tra i cosiddetti "dati di targa" presenti sullo strumento stesso;
2. la misura ripetuta più volte ha dato **risultati diversi**, in questo caso si assumono come valore della grandezza, la media X_m tra i valori trovati e come incertezza assoluta δx , la metà della differenza tra il valore massimo e il valore minimo, tra quelli misurati, che è detta **semidispersione massima o scarto medio**.

Proviamo a fare un esempio, immaginando di voler misurare la lunghezza del corridoio della nostra scuola, effettuando 10 misurazioni, che abbiamo cura di annotare in una apposita tabella:

n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lunghezza (m)	15,2	15,0	15,1	15,2	15,3	15,0	15,2	15,4	15,5	15,1

La **media aritmetica m** dei valori verrà calcolata nel modo seguente:

$$m = (15,2 + 15,0 + 15,1 + 15,2 + 15,3 + 15,0 + 15,2 + 15,4 + 15,5 + 15,1) m : 10 = 15,2 m$$

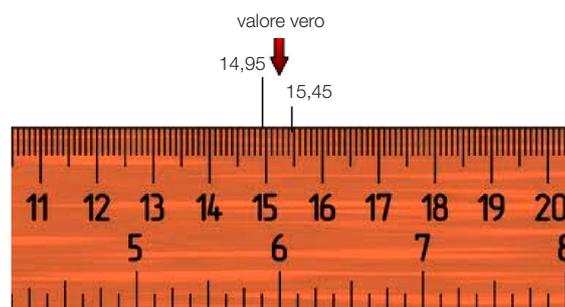
Per il calcolo dell'incertezza assoluta, in questo caso, dovremo fare la differenza tra valore massimo e valore minimo diviso per 2, determinando la **semidispersione massima o scarto medio**: questo valore potrà essere utilizzato come incertezza assoluta, se esso risulterà maggiore della sensibilità dello strumento usato:

$$(15,5 - 15,0) m : 2 = 0,25 m$$

La lunghezza del nostro corridoio risulta essere:

$$l = (15,2 \pm 0,25) m$$

In questo caso il **valore vero** della misura sarà compreso nell'intervallo tra **14,95 m** e **15,45 m**.



Sia che la misura venga effettuata con una singola misurazione o che essa sia il risultato dell'elaborazione di più misure della grandezza in esame, **l'errore assoluto dipenderà, quasi completamente, dagli strumenti utilizzati e dal metodo con cui abbiamo effettuato la rilevazione della grandezza.**

Gli errori relativi

L'errore assoluto ci fornisce un'indicazione dell'intervallo in cui si troverà il valore reale della grandezza da misurare, indicando di quanto il valore reale può essere più grande o più piccolo del valore medio, ma non fornisce un giudizio definitivo sul nostro operato.

In primo luogo, l'errore che abbiamo calcolato è quello massimo e, soprattutto, nessuno ci può dire che sia stato effettivamente commesso e che, qualora l'avesimo commesso, esso non risulti più piccolo dell'errore assoluto, che esprime il massimo errore possibile.

In secondo luogo, bisogna stabilire se l'errore determinato possa considerarsi accettabile: se un errore di un centimetro sulla misura di una distanza di un chilometro indicherebbe una misura particolarmente precisa, lo stesso errore di un centimetro su una lunghezza di dieci centimetri indicherebbe che la misurazione è stata molto grossolana e approssimativa.

Per stabilire se l'errore commesso possa risultare accettabile, è necessario calcolare **l'errore relativo o incertezza relativa, che si indica con la lettera η** (eta) dell'alfabeto greco e si ottiene facendo il rapporto tra l'errore assoluto e il valore medio della grandezza, come nella seguente relazione:

$$\text{errore relativo} = \text{errore assoluto} / \text{valore medio}$$

e più sinteticamente dalla formula

$$\eta = \delta x / \bar{x}$$

dove δx è l'errore assoluto e \bar{x} è la nostra "stima migliore", che nel caso di più misure della grandezza viene sostituita dal valore medio (media aritmetica).

L'errore relativo, calcolato dal rapporto di due valori con la stessa unità di misura, è un numero **adimensionale**, cioè privo di unità di misura, e viene solitamente espresso in forma percentuale, moltiplicandolo per 100.

Calcolando l'errore relativo possiamo stabilire la "qualità" della nostra misura e il grado di precisione con cui essa è stata determinata.

Se vogliamo, anche in questo caso, fare un esempio significativo, proviamo a calcolare l'incertezza relativa, nel caso ipotizzato in precedenza della misura delle due distanze, di 1 km e di 10 cm, per le quali, in entrambi i casi, supponiamo di aver commesso un errore assoluto di 1 cm.

Per operare il confronto sarà necessario esprimere entrambe le misure in cm e, quindi, operando l'opportuna equivalenza, risulterà:

$$1 \text{ km} = 100.000 \text{ cm}$$

La prima misura di 1 km sarà affetta da un'incertezza relativa o errore relativo η_1 pari a:

$$\eta_1 = 1 \text{ cm} / 100.000 \text{ cm} = 0,00001$$

cioè pari a un errore relativo dello 0,001%, se espresso in percentuale.

La seconda misura di 10 cm sarà affetta da un'incertezza relativa o errore relativo η_2 pari a:

$$\eta_2 = 1 \text{ cm}/10 \text{ cm} = 0,1$$

cioè pari a un errore relativo del 10%, se espresso in percentuale.

Dal confronto degli errori relativi risulta evidente l'enorme differenza nella precisione, con cui abbiamo effettuato le due misure: la prima può considerarsi eseguita con un grado eccellente di precisione, a differenza della seconda che è affetta da un errore eccessivo tale da non potersi considerare accettabile.

Se l'errore relativo commesso non è accettabile, si dovrà procedere a una nuova misurazione, ripartendo dall'inizio.

Per misure effettuate in un laboratorio scolastico si considerano accettabili quelle affette da un'incertezza relativa massima del 5%.