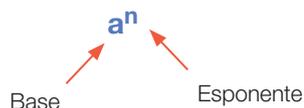


## Le potenze di 10 e i logaritmi

La potenza o, meglio, l'elevazione a potenza, è un'operazione matematica che associa due numeri, chiamati rispettivamente **base** (a) ed **esponente** (n).

La potenza viene indicata nel seguente modo:



e si legge “a elevato alla enne”.

La potenza è il **prodotto** della base moltiplicata per se stessa n volte (n è l'esponente). Elevare a potenza vuol dire perciò moltiplicare un numero (la base) per se stesso un numero n di volte, essendo n l'esponente.

Per meglio chiarire il concetto, consideriamo le potenze di 10 (o in base 10):

$10^1 = 10$  perché 10 (base) è moltiplicato per se stesso 1 (esponente) volta

$10^2 = 10 \times 10 = 100$  perché 10 (base) è moltiplicato per se stesso 2 (esponente) volte

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$  perché 10 (base) è moltiplicato per se stesso 3 (esponente) volte

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$  perché 10 (base) è moltiplicato per se stesso 4 (esponente) volte e così via

$10^1$  si legge “dieci alla prima”

$10^2$  si legge “dieci alla seconda” o “dieci elevato alla seconda” o “dieci al quadrato”

$10^3$  si legge “dieci alla terza” o “dieci elevato alla terza” o “dieci al cubo”

$10^4$  si legge “dieci alla quarta” o “dieci elevato alla quarta”

Possiamo effettuare operazioni tra potenze aventi la stessa base, in particolare le moltiplicazioni e le divisioni tra potenze:

**Il prodotto di due potenze aventi stessa base è uguale a una potenza avente stessa base e per esponente la somma degli esponenti.**

Per esempio:

$$10^2 \times 10^3 = 10^{(2+3)} = 10^5$$

**Il quoziente (risultato della divisione) di due potenze aventi stessa base è uguale a una potenza avente stessa base e per esponente la differenza tra l'esponente del dividendo e l'esponente del divisore.**

Per esempio:

$$10^4 : 10^2 = 10^{(4-2)} = 10^2$$

Da questa ultima operazione deriva un caso particolare: se dividiamo una qualunque potenza per se stessa otteniamo una potenza elevata a 0:

$$10^4 : 10^4 = 10^{(4-4)} = 10^0 = 1$$

Poiché sappiamo che qualunque numero diviso per se stesso dà come risultato 1, le potenze elevate a 0 sono tutte uguali a 1.

Così:

$$1^0 = 1; 2^0 = 1; 3^0 = 1; 4^0 = 1; 5^0 = 1; 6^0 = 1$$

così per tutti i numeri elevati a 0.

Con le divisioni tra potenze, possiamo introdurre anche le potenze con esponenti negativi. Per esempio:

$$10^2 : 10^4 = 10^{(2-4)} = 10^{-2}$$

Per calcolare il valore di questa potenza ricordiamo che:

$$\begin{aligned} 10^2 &= 100 \\ 10^4 &= 10.000 \end{aligned}$$

per cui:

$$10^2/10^4 = 100/10.000 = 1/100$$

Ma, essendo:

$$100 = 10^2$$

avremo che:

$$10^{-2} = 1/10^2$$

In generale avremo che:

$$a^{-n} = 1/a^n$$

Per le potenze di 10:

$$\begin{aligned} 10^{-1} &= 1/10; 10^{-2} = 1/100 = 1/10^2; 10^{-3} = 1/10^3; 10^{-4} = 1/10^4; \\ 10^{-5} &= 1/10^5; 10^{-6} = 1/10^6; 10^{-7} = 1/10^7 \end{aligned}$$

e così via.

Le moltiplicazioni tra potenze si possono estendere anche a potenze con esponenti negativi:

**Il prodotto di due potenze aventi stessa base sarà uguale a una potenza avente stessa base e per esponente la somma algebrica degli esponenti (si deve tener conto anche del segno + o - dell'esponente).**

## I logaritmi e il pH

È abbastanza facile calcolare l'esponente che dobbiamo dare a 10 per ottenere 100, perché sappiamo che  $100 = 10 \times 10$ : avendo moltiplicato 10 due volte, l'esponente da dare alla base 10 per ottenere 100 è 2.

L'operazione che abbiamo effettuato ora è il calcolo del logaritmo in base 10 di 100.

In generale, **il logaritmo** in base "a" di un numero "x" è **l'esponente** che dobbiamo dare ad "a" per ottenere il numero "x".

$$\begin{aligned} \text{Se } x &= a^y \\ y &= \log_a x \end{aligned}$$

Molto spesso vengono utilizzati i logaritmi in base 10, che sono gli esponenti da dare alla base 10 per ottenere un certo numero e vengono indicati con  $\log_{10}$  oppure solo  $\log$  (a volte anche  $\text{Log}$  con la L maiuscola).

Nell'esempio di prima

$$\log_{10} 100 = 2$$

così:

$$\log_{10} 1000 = 3$$

$$\log_{10} 10000 = 4$$

$$\log_{10} 1/100 = -2$$

$$\log_{10} 1/1000 = -3$$

Definito il logaritmo, possiamo capire la definizione esatta di pH:

**Il pH di una soluzione è il logaritmo in base 10 della  $[H^+]$ , cambiato di segno:**

$$\text{pH} = -\log_{10} [H^+] = \log_{10} \frac{1}{[H^+]}$$

Quando la  $[H^+]$  è esattamente una potenza di 10, il pH è l'esponente cambiato di segno della  $[H^+]$ .

Per esempio, se:

$$[H^+] = 10^{-7} \text{ mol/L}$$

il pH sarà 7

Se

$$[H^+] = 10^{-3} \text{ mol/L}$$

il pH sarà 3

Se la  $[H^+]$  è, invece, un numero intermedio tra due potenze di 10, il calcolo del pH va effettuato utilizzando apposite tabelle dei logaritmi.

Va notato che più è basso il pH e maggiore sarà la  $[H^+]$  e quindi l'acidità della soluzione. Infatti, essendo

$$10^{-7} = 1/10^7$$

e

$$10^{-3} = 1/10^3$$

avremo che

$$10^{-7} < 10^{-3}$$

## Potenze di 10 e lo spazio intorno a noi

Per dare un'idea "visibile" delle potenze di 10 vi proponiamo questo viaggio nell'Universo (dall'università di Bologna ai confini dell'universo), collegandovi a:

<http://www.bo.astro.it/universo/outreach/Potenze10/index.html>