

La conservazione della quantità di moto

Supponiamo di essere colpiti da due oggetti, una pallina da tennis e un motociclo che si muovono alla stessa velocità. La pallina non ci preoccupa, semmai ci procurerà un po' di dolore, ma il motociclo può farci cadere. Per valutare le conseguenze dell'impatto, oltre alla velocità dei due corpi, è indispensabile tenere conto anche della massa dei corpi stessi.

Proprio per questo, per considerare complessivamente quanto «pesa» un corpo in movimento fu introdotta una grandezza, la *quantità di moto*. Isaac Newton fu lo scienziato che per primo affrontò in modo completo questo argomento (figura ►1).

Questa grandezza vettoriale è definita nel seguente modo.

La **quantità di moto** (\vec{p}) di un corpo di massa m che si muove con velocità \vec{v} è definita dalla seguente relazione:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Il vettore \vec{p} ha la stessa direzione e lo stesso verso della velocità \vec{v} e il suo modulo è uguale al prodotto della massa per il modulo delle velocità. Il modulo della quantità di moto di un corpo è pertanto direttamente proporzionale alla massa del corpo, ma anche alla sua velocità. La quantità di moto è quindi una grandezza estensiva e la sua unità di misura è **kg · m/s**.

Possiamo ora quantificare l'impatto dei due oggetti in movimento dell'esempio iniziale. Supponendo che entrambi i corpi si muovano con la stessa velocità di 10 m/s, il modulo della quantità di moto della pallina da tennis ($m = 0,058$ kg) vale 0,58 kg · m/s, mentre quella del motociclo ($m = 90$ kg) è decisamente più grande, 900 kg · m/s, cioè più grande di millecinquecentocinquanta volte. In questo modo si giustifica la diversità delle conseguenze nel momento dell'urto anche se i due corpi si muovono alla stessa velocità.

Il concetto di quantità di moto è importante perché, se la risultante delle forze esterne che agiscono su un sistema è nulla, la quantità di moto totale del sistema rimane costante nel tempo, cioè si conserva. Questo principio è valido per qualsiasi *sistema isolato*.

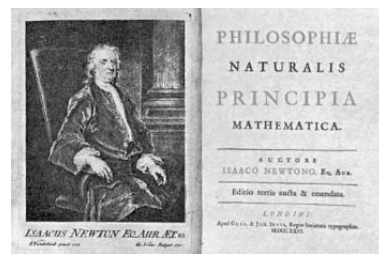
Un sistema è isolato quando si ha un'interazione dei corpi nella quale agiscono solo forze interne al sistema stesso. Questa condizione è molto difficile da realizzare, ma quando sui corpi che costituiscono il sistema agiscono forze esterne la cui risultante è nulla o, più in generale, quando le forze esterne sono trascurabili rispetto a quelle interne il sistema può essere trattato come se fosse isolato.

Per esempio, si può considerare un petardo prima e dopo il suo scoppio come un sistema isolato, perché a causa dell'esplosione si sviluppano forze interne molto più intense della forza esterna costituita dal peso del petardo stesso che lo fa cadere ed esplodere.

Si può dunque enunciare la legge di conservazione della quantità di moto.

In un qualunque sistema di corpi interagenti tra loro e in assenza di forze esterne, la quantità di moto di ciascun corpo può cambiare, ma la quantità di moto totale del sistema si conserva.

Questo principio trova un'applicabilità più ampia di quella del principio di conservazione dell'energia meccanica, in quanto le forze interne al sistema possono



▲ **Figura 1**

Nelle prime pagine del suo libro *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, pubblicato nel 1687, Isaac Newton riportò anche la seguente definizione: *La quantità di moto è una misura di per sé stessa, in quanto dipende congiuntamente dalla velocità e dalla quantità di materia* (Quantitas motus est mensura ejusdem orta ex Velocitate et quantitate Materiæ conjunctim.).

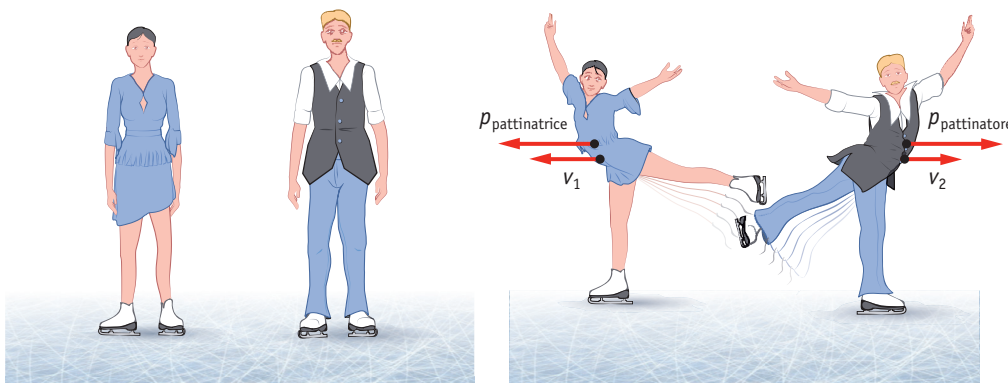
fare variare l'energia meccanica totale, ma presentandosi sempre in coppia non possono far variare la quantità di moto totale del sistema.

Prendiamo per esempio in considerazione due pattinatori impegnati in una gara di pattinaggio artistico a coppie. La coppia all'inizio dell'esercizio è ferma e, pertanto, la sua energia meccanica può essere considerata uguale a zero; per iniziare i due pattinatori si spingono e si allontanano con una certa velocità; il sistema quindi acquisisce energia cinetica e quindi energia meccanica. In questo caso non si ha la conservazione dell'energia meccanica.

Consideriamo la stessa situazione analizzando la quantità di moto del sistema che possiamo considerare isolato, in quanto la forza peso dei due atleti è bilanciata dalla reazione della pista ghiacciata e le forze di attrito tra lama e ghiaccio sono trascurabili. All'inizio del loro esercizio, la coppia è ferma e possiede la quantità di moto data dalla somma delle quantità di moto dei due pattinatori:

$$p_{\text{tot}} = p_{\text{pattinatrice}}(55 \text{ kg} \cdot 0 \text{ m/s}) + p_{\text{pattinatore}}(72 \text{ kg} \cdot 0 \text{ m/s}) = 0$$

Per iniziare l'esercizio i due pattinatori si spingono con le mani e si allontanano nella stessa direzione, ma con versi opposti.



Le due forze agiscono in coppia: la forza che spinge ciascun pattinatore è la stessa, ma i due pattinatori si allontaneranno a velocità differenti e con verso opposto (v_1 e v_2). Essendo il sistema isolato la quantità di moto deve rimanere costante:

$$p_{\text{tot}} = p_{\text{pattinatrice}}(55 \text{ kg} \cdot v_1) + p_{\text{pattinatore}}(72 \text{ kg} \cdot v_2) = 0$$

La somma delle quantità di moto è ancora zero in quanto le due velocità hanno verso opposto.

L'applicazione della legge di conservazione della quantità di moto è osservabile nei motori a propulsione, come quello dei missili o degli aerei a reazione. Per capire il funzionamento di questi motori si può fare riferimento al movimento dei polpi: essi espellono acqua dal corpo con grande forza e l'acqua espulsa esercita una forza uguale e contraria sull'animale facendolo spostare in avanti. Si può fare riferimento anche al fenomeno del rinculo che segue a un'esplosione: un fucile che spara un proiettile, per esempio, rimbalza all'indietro. La quantità di moto del sistema costituito dal fucile e dal proiettile deve restare uguale prima e dopo l'esplosione; prima dell'esplosione, fucile e proiettile sono fermi, dunque la quantità di moto totale del sistema è nulla. A seguito dell'esplosione il proiettile viene sparato in avanti con una certa velocità e acquista una certa quantità di moto. La medesima quantità di moto, con verso contrario, deve essere acquistata dal fucile, che di conseguenza rincula nella direzione opposta a quella del proiettile. Ovviamente, poiché la massa del fucile è molto maggio-

re della massa del proiettile, la velocità del fucile dopo l'esplosione è molto più bassa di quella del proiettile.

Un motore a propulsione funziona sfruttando il medesimo principio: il razzo o l'aereo vengono spinti in avanti nel verso opposto a quello dei gas di combustione che vengono espulsi ad altissima velocità.



La legge di conservazione della quantità di moto vale per un numero qualunque di corpi che interagiscono ed è indipendente dalle loro dimensioni. Inoltre, essendo la quantità di moto una grandezza vettoriale a differenza dell'energia che è una grandezza scalare, è estremamente utile per studiare gli urti tra particelle elementari; ciò permette di ricavare preziose informazioni su alcune delle loro caratteristiche (come per esempio le masse) che non sono misurabili direttamente.