

I 10 quesiti più difficili di matematica

+ 30 da proporre in classe

a cura di

Emanuela Botta
Insegnante di Matematica
ITIS Galileo Galilei, Roma
Collaboratrice INVALSI

1. L'area di figure non convenzionali

AMBITO Spazio e figure

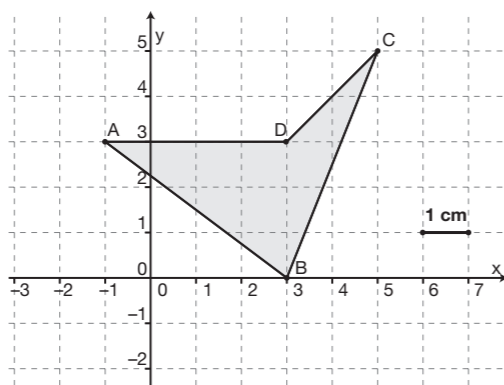
Che cosa chiede il quesito
 Il quesito chiede di calcolare l'area di una figura non standard individuando una strategia adeguata.

- Generali
 - ✓ 30,6%
 - ✗ 46,4%
 - m.r. 23%
- Licei
 - ✓ 40,5%
 - ✗ 42%
 - m.r. 17,4%
- Tecnici
 - ✓ 28,5%
 - ✗ 48,3%
 - m.r. 23,1%
- Professionali
 - ✓ 12,8%
 - ✗ 52,7%
 - m.r. 34,5%

PROVA INVALSI 2015

D19 Qual è l'area del quadrilatero ABCD rappresentato in figura?

✗ Risposte sbagliate 46,4%

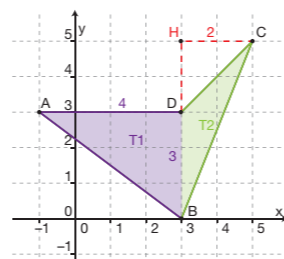


Risposta:9..... cm²

Risoluzione

Sono possibili molte strategie per risolvere il quesito, proponiamo una delle più utilizzate:

- scompongo la figura nel triangolo rettangolo ABD e nel triangolo ottusangolo BDC
- disegno il punto H con coordinate (3,5)
- riconosco nel segmento CH l'altezza del triangolo ottusangolo BDC
- sommo le aree: $Area_{ABCD} = Area_{ABD} + Area_{BDC}$
 $= \frac{(AD \times DB)}{2} + \frac{(HC \times DB)}{2} = 6 + 3 = 9$



Perché hanno sbagliato

In generale gli studenti hanno sbagliato per due motivi:

- la presenza di una figura non elementare, come il triangolo ottusangolo scaleno
- l'abitudine a risolvere esercizi simili con figure familiari, come il triangolo isoscele.

Infatti, nella correzione delle prove, gli insegnanti hanno notato che molti studenti hanno assunto che il triangolo BDC fosse isoscele – e non correttamente scaleno – e hanno quindi fatto coincidere erroneamente l'altezza con la mediana relativa al lato BC.

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- conoscere i fondamenti della geometria euclidea del piano
- conoscere gli aspetti geometrici del teorema di Pitagora
- usare il metodo delle coordinate cartesiane, in una prima fase limitato alla rappresentazione di punti e rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio
- perimetro e area dei poligoni
- teoremi di Euclide e di Pitagora.

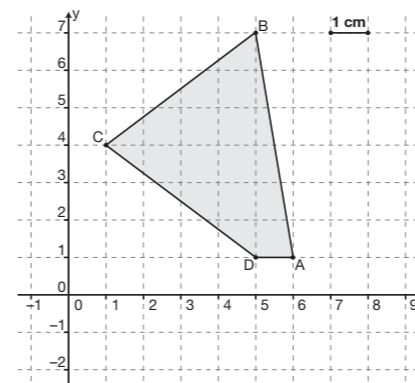
Abilità:

- conoscere e saper usare misure di grandezze geometriche come: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio

► **Quesiti da proporre in classe**

PROVA INVALSI 2011 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D18 L'unità di misura riportata sugli assi cartesiani rappresenta 1 cm.

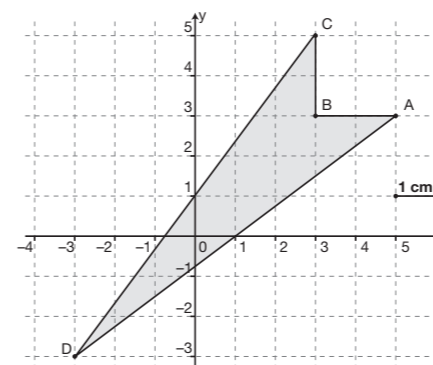


Calcola l'area del quadrilatero ABCD.

Risposta:cm²

PROVA INVALSI 2012 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

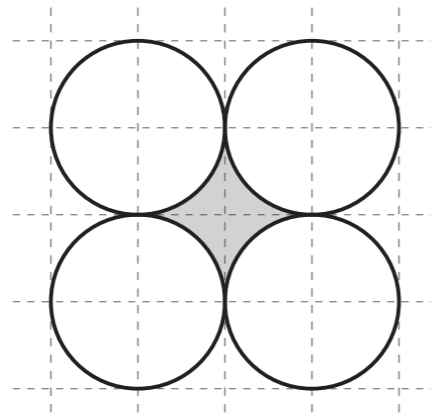
D17 Calcola l'area del quadrilatero ABCD disegnato in figura.



Risposta:cm²

PROVA INVALSI 2013 ▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D13 Ricorda che la lunghezza di una circonferenza si calcola moltiplicando il suo diametro per π e che l'area di un cerchio si ottiene moltiplicando il quadrato del suo raggio per π . Quattro circonferenze, ciascuna con diametro 10 cm, sono tangenti a due a due come mostrato nella seguente figura.



a. Il perimetro della regione evidenziata in grigio misura in centimetri:

- A. 20π
- B. 10π
- C. 5π
- D. 4π

b. La superficie della regione evidenziata in grigio misura

..... cm²

2. La media ponderata

AMBITO Dati e previsioni

Che cosa chiede il quesito

Il quesito chiede di calcolare la **media ponderata** del punteggio ottenuto in un test fra due gruppi con un diverso numero di elementi e un punteggio medio differente. Il numero di studenti deve quindi essere considerato il peso da attribuire a ciascun punteggio medio.

Generali	Tecnici
✓ 13,6%	✓ 12,6%
✗ 57,8%	✗ 60,4%
m.r. 28,6%	m.r. 27%
Licei	Professionali
✓ 18,9%	✓ 3,7%
✗ 59,5%	✗ 50,3%
m.r. 21,5%	m.r. 46%

PROVA INVALSI 2015

D23 Lo stesso test di matematica è stato proposto a due diversi gruppi di studenti. Il primo gruppo, composto da 20 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 85 e il secondo, composto da 80 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 65.

Qual è il punteggio medio ottenuto dai 100 studenti dei due gruppi?

Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

$$\text{Punteggio medio} = \frac{20 \cdot 85 + 80 \cdot 65}{100} = 69$$

Risultato: 69

✗ Risposte sbagliate 57,8%

Perché hanno sbagliato

La maggior parte degli studenti ha sbagliato perché calcola la media come se i due gruppi fossero composti dallo stesso numero di persone. Infatti, non attribuisce il corretto peso ai due diversi punteggi medi e ne calcola la media aritmetica.

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- conoscere definizioni e proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità
- saper usare strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- rapporti e percentuali
- valori medi e misure di variabilità

Abilità:

- utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi
- calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione

► **Quesito da proporre in classe**

PROVA INVALSI 2013 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D14 Un automobilista percorre i primi 120 km di un certo percorso alla velocità media di 60 km/h e i successivi 120 km alla velocità media di 120 km/h.

Qual è la sua velocità media durante l'intero percorso?

- A. 70 km/h
- B. 80 km/h
- C. 90 km/h
- D. 100 km/h

PROVA INVALSI 2014 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D10 Osserva la seguente tabella, che riporta la distribuzione di frequenza degli stipendi mensili dei dipendenti di un'azienda.

Stipendio (in €)	1000	1300	1800	3500	5000
N° dipendenti	12	145	20	8	6

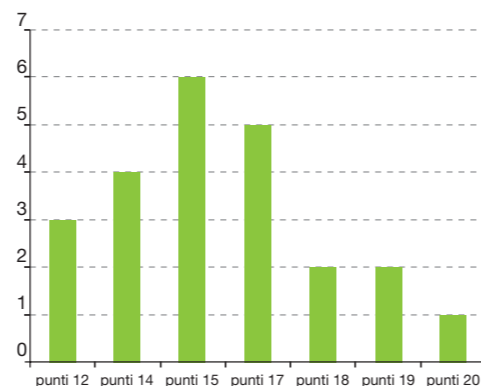
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

	Vero	Falso
a. La moda della distribuzione è 145	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b. La mediana della distribuzione è 1300 €	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c. La media aritmetica della distribuzione è minore di 1800 €	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

PROVA INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D15 Il grafico rappresenta la distribuzione di frequenza dei punteggi attribuiti da una giuria alle coppie partecipanti a una gara di ballo.

- a. Quante coppie hanno partecipato alla gara?
Risposta:
- b. Quante coppie hanno ottenuto almeno 15 punti?
 A. 10
 B. 6
 C. 13
 D. 16
- c. Qual è la media aritmetica dei punteggi attribuiti dalla giuria?
(Approssima alla prima cifra dopo la virgola)
Risposta:



3. L'ordine di grandezza

AMBITO Numeri

Che cosa chiede il quesito

Il quesito chiede di stimare la somma di due numeri molto piccoli espressi in notazione scientifica senza effettuare calcoli. Lo studente deve accorgersi che si tratta di ordini di grandezza molto diversi, per cui l'addendo minore non modifica in modo apprezzabile la somma dei due dati.

Generali	Tecnici
A. 18%	A. 18,1%
B. 9,4%	B. 8,8%
C. 33,3%	C. 34,4%
D. 33,3%	D. 34,2%
m.r. 6,1%	m.r. 4,5%
Licei	Professionali
A. 21,3%	A. 11,8%
B. 9,3%	B. 10,4%
C. 32,1%	C. 33,8%
D. 30,8%	D. 36,5%
m.r. 6,5%	m.r. 7,5%

PROVA INVALSI 2013

D6 Un atomo di idrogeno contiene un protone la cui massa m_p è all'incirca $2 \cdot 10^{-27}$ kg, e un elettrone la cui massa m_e è all'incirca $9 \cdot 10^{-31}$ kg.

Risposte sbagliate 76%

Quale tra i seguenti valori approssima meglio la massa totale dell'atomo di idrogeno (cioè $m_p + m_e$)?

- A. $2 \cdot 10^{-27}$ kg
- B. $11 \cdot 10^{-31}$ kg
- C. $11 \cdot 10^{-58}$ kg
- D. $18 \cdot 10^{-58}$ kg

Risoluzione:

Esistono due strategie per risolvere l'esercizio:

• *osservo che l'ordine di grandezza della somma dei due dati non può essere minore dell'ordine di grandezza di uno dei due, quindi scelgo il più grande*

oppure

• $2 \cdot 10^{-27} + 9 \cdot 10^{-31} = 10^{-27} \cdot (2 + 9 \cdot 10^{-4}) = 2,0009 \cdot 10^{-27} \approx 2 \cdot 10^{-27}$

Perché hanno sbagliato

La maggior parte degli studenti, più del 65%, sceglie il distrattore C o il distrattore D. In molti casi gli studenti non sanno come procedere nel calcolo della somma perché trovano difficoltà nel dover applicare il raccoglimento a fattore comune di 10^{-27} . Utilizzano erroneamente le proprietà del prodotto di potenze con la stessa base e poi sommano o moltiplicano i coefficienti 2 e 9:
 Distrattore C: $(2+9) \cdot 10^{(-27)+(-31)} = 11 \cdot 10^{-58}$
 Distrattore D: $(2 \cdot 9) \cdot 10^{(-27)+(-31)} = 18 \cdot 10^{-58}$

Suggerimenti didattici

- Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:
- fare calcoli (mentali, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi e con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione sia nella rappresentazione decimale
 - conoscere le proprietà delle operazioni.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà
- potenze e radici.

Abilità:

- saper utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi
- saper operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati
- saper calcolare semplici espressioni con potenze e radicali.

► **Quesito da proporre in classe**

PROVA INVALSI 2011 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D5 L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?

- A. $4,5 \times 10^9$ anni
- B. $3,5 \times 10^9$ anni
- C. $4,5 \times 10^6$ anni
- D. $4,5 \times 10^3$ anni

PROVA INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D21 Scrivi il numero 4561 in notazione scientifica senza approssimarlo (puoi aiutarti con il formulario).

Risposta:

PROVA INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 92]

D27 Oggi la popolazione mondiale è di circa 7 miliardi. Tenuto conto che 2^{10} è circa 10^3 , qual è, fra le seguenti, la potenza di 2 più vicina al numero di abitanti della Terra?

- A. 2^{27}
- B. 2^{33}
- C. 2^{90}
- D. 2^{1007}

4. Le variazioni percentuali

AMBITO Dati e previsioni

Che cosa chiede il quesito

Il quesito chiede di **calcolare una variazione percentuale** individuando l'aumento in valore assoluto e il valore di riferimento rispetto al quale calcolare la percentuale. La domanda chiede una corretta approssimazione del risultato.

Generali

✓ 9,6%
 ✗ 59%
 m.r. 31,4%

Licei

✓ 12,7%
 ✗ 61%
 m.r. 26,3%

Tecnici

✓ 9,4%
 ✗ 59,7%
 m.r. 30,9%

Professionali

✓ 3,9%
 ✗ 54,4%
 m.r. 41,7%

PROVA INVALSI 2016

D22 La tabella riporta il numero di studenti (in migliaia) iscritti alle scuole superiori dal 2000 al 2005 in Italia (fonte ISTAT).

✗ Risposte sbagliate 59%

Anno	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Numero di studenti	2565	2583	2617	2634	2654	2692

Completa la frase che segue.

Dal 2001 al 2005 il numero di studenti delle scuole superiori è aumentato all'incirca del 4,22 % (approssima con una o due cifre dopo la virgola).

Risoluzione:

$$\frac{\text{numero studenti 2005} - \text{numero studenti 2001}}{\text{numero studenti 2001}} \cdot 100 = \frac{2692 - 2583}{2583} \cdot 100 \approx 4,22$$

Perché hanno sbagliato

L'elevato numero di studenti che non risponde alla domanda fa pensare che l'argomento sia poco diffuso.

Gli studenti che rispondono in modo errato prendono generalmente come riferimento gli anni sbagliati:

- nel calcolo dell'aumento considerano l'intero periodo dal 2000 al 2005
- nel calcolo della percentuale considerano o il 2005 o il 2000

Come si vede nell'esempio, un errore frequente, infatti, nasce nell'impostazione del calcolo: utilizzano come divisore il numero di studenti del 2005 anziché del 2001.

$$\frac{\text{numero studenti 2005} - \text{numero studenti 2001}}{\text{numero studenti 2005}} \cdot 100 = \frac{2692 - 2583}{2692} \cdot 100 \approx 4,05$$

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- conoscere definizioni e proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità
- saper usare strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- rapporti e percentuali
- approssimazioni
- valori medi e misure di variabilità.

Abilità:

- utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi
- utilizzare correttamente il concetto di approssimazione
- calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione.

► **Quesito da proporre in classe**

PROVA INVALSI 2012 [► percentuali delle risposte a pag. 93]

D14 La seguente tabella riporta il numero di occupati, in migliaia, in Italia in ciascuno degli anni dal 1995 al 2005.

Anni	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Occupati in migliaia	20240	20326	20384	20591	20847	21210	21604	21913	22241	22404	22563

a. Quale tra le seguenti espressioni dà come risultato l'aumento percentuale del numero di occupati nel 2001 rispetto al numero di occupati nel 2000?

- A. $\frac{21604}{21210} \times 100$
- B. $\frac{394}{21210} \times 100$
- C. $\frac{21210}{21604} \times 100$
- D. $\frac{394}{21604} \times 100$

b. Di quanto sono aumentati gli occupati dal 1995 al 2005?

Risposta: migliaia

c. Qual è stato l'aumento medio annuo del numero di occupati nei dieci anni dal 1995 al 2005?

Risposta: migliaia

PROVA INVALSI 2013 [► percentuali delle risposte a pag. 93]

D7 Considera un quadrato di lato a .

a. Se si aumenta il lato a del 20%, si ottiene un nuovo quadrato di lato b . Quale delle seguenti espressioni rappresenta la misura di b ?

- A. $20a$
- B. $1,20a$
- C. $a + 20$
- D. $a + 0,20$

b. Di quanto aumenta in percentuale l'area del quadrato di lato b rispetto all'area del quadrato di lato a ?

- A. Del 20%
- B. Del 40%
- C. Del 44%
- D. Del 120%

PROVA INVALSI 2013 [► percentuali delle risposte a pag. 93]

D20 La tabella riporta il numero di vittime per incidenti stradali dal 2001 al 2007 in una regione italiana (fonte: Eurostat, Tegional Transport Statistics).

Anno	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Numero di vittime	792	776	700	681	635	539	531

a. In quale dei seguenti periodi si è avuta la diminuzione più consistente del numero di vittime per incidenti stradali?

- A. Tra il 2001 e il 2002
- B. Tra il 2002 e il 2003
- C. Tra il 2003 e il 2004
- D. Tra il 2004 e il 2005

b. Di quale percentuale è diminuito il numero di vittime per incidenti stradali dal 2001 al 2007?

Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e infine riporta il risultato

.....

Risultato:

5. L'argomentazione

AMBITO Numeri

Che cosa chiede il quesito
 Il quesito chiede di comprendere se un'affermazione è vera o falsa e di motivare adeguatamente la risposta. Lo studente può anche rispondere con argomentazioni che ricorrono all'uso di controesempi corretti, o a calcoli che dimostrino che la disequazione data è equivalente a $x > 0$.

- Generali**
 ✓ 18,1%
 ✗ 50,6%
 m.r. 31,4%
- Licei**
 ✓ 27,2%
 ✗ 50,8%
 m.r. 22,0%
- Tecnici**
 ✓ 13,9%
 ✗ 54,1%
 m.r. 32,0%
- Professionali**
 ✓ 5,1%
 ✗ 44,6%
 m.r. 50,3%

PROVA INVALSI 2015

D20 Lorenza afferma:

“La disequazione $\frac{1}{2}x < x$ è soddisfatta per ogni numero reale x ”.

✗ Risposte sbagliate 50,6%

Lorenza ha ragione?

Scegli la risposta corretta e completa la frase

- Lorenza ha ragione perché
- Lorenza non ha ragione perché *i numeri reali comprendono anche i numeri negativi.*

Perché hanno sbagliato

I risultati mettono in evidenza la difficoltà degli studenti ad argomentare in modo chiaro e completo e ad attribuire alla soluzione della disequazione il significato corretto. In generale hanno sbagliato perché assumono che un solo esempio sia sufficiente per confermare l'affermazione di Lorenza. Alcuni considerano come insieme dei numeri reali solo quello dei reali positivi; altri interpretano in modo errato la soluzione della disequazione o riformulano l'affermazione data per suffragarne la verità.

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- eseguire calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica
- studiare le soluzioni delle equazioni di primo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite
- conoscere le tecniche necessarie alla loro risoluzione grafica e algebrica.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- equazioni e disequazioni di primo e secondo grado.

Abilità:

- risolvere equazioni e disequazioni di primo e secondo grado.

► Quesiti da proporre in classe

PROVA INVALSI 2011 [▶ percentuali delle risposte a pag. 93]

D14 L'insegnante chiede:

“Se n è un numero naturale qualsiasi, cosa si ottiene addizionando i tre numeri $2n+1$, $2n+3$ e $2n+5$?”

Mario afferma: “Si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri”.

Luisa risponde: “Si ottiene sempre un numero dispari”.

Giovanni dice: “Si ottiene sempre un multiplo di 3”.

Chi ha ragione?

- A. Tutti e tre
- B. Solo Mario
- C. Solo Luisa
- D. Solo Giovanni

PROVA INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 93]

D12 La seguente tabella riporta, per alcune regioni, il numero di incidenti stradali verificatisi nell'anno 2010 e la lunghezza della rete stradale in chilometri:

Regioni	Numero di incidenti	Lunghezza della rete stradale (km)
Umbria	4520	6639
Sicilia	10283	20833
Sardegna	5562	12132

a. Basandosi solo sulle informazioni presenti in tabella, in quale delle tre regioni era più rischioso circolare nel 2010?

Risposta:

b. Nel 2010 in Italia si sono verificati 292 762 incidenti e la lunghezza della rete stradale italiana era di 303 365 km. Laura afferma che in Sicilia il rischio di incidenti nel 2010 era maggiore di quello che si aveva in Italia nello stesso anno. Laura ha ragione?

- Laura ha ragione, perché in Sicilia
- Laura non ha ragione, perché in Sicilia

PROVA INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 93]

D18 Mauro e Piero vanno in vacanza. Mauro ha un'auto a gasolio che in media percorre 24 km con un litro. Piero ha un'auto a GPL che in media percorre 13 km con un litro. Il costo di un litro di gasolio è circa 1,70 € mentre quello di un litro di GPL è circa 0,79 €. Mauro sostiene che è più conveniente utilizzare la sua auto a gasolio.

Scegli una delle due risposte e completa la frase.

- Mauro ha ragione, perché
-
-
- Mauro non ha ragione, perché
-
-

6. La formalizzazione

AMBITO Relazioni e funzioni

Che cosa chiede il quesito

Il quesito chiede di **descrivere la dinamica di un fenomeno che varia nel tempo**. Lo studente deve completare una tabella a due colonne che illustra la dipendenza fra le variabili in gioco e formalizzare i risultati con una formula che esprima la relazione fra le due variabili. Nell'ultimo item deve risolvere un problema relativo alla situazione descritta sopra.

Generali

- ✓ a. 55,8% b. 16,4% c. 56,4%
- ✗ a. 32,8% b. 43,8% c. 35,1%
- m.r. a. 11,4% b. 39,8% c. 8,5%

Licei

- ✓ a. 64,6% b. 23,9% c. 63,0%
- ✗ a. 26,9% b. 43,4% c. 30,2%
- m.r. a. 8,5% b. 32,7% c. 6,8%

Tecnici

- ✓ a. 58,7% b. 14,0% c. 58,2%
- ✗ a. 31,7% b. 46,8% c. 34,4%
- m.r. a. 9,6% b. 39,2% c. 7,4%

Professionali

- ✓ a. 32,7% b. 4,4% c. 39,8%
- ✗ a. 46,9% b. 40,0% c. 46,4%
- m.r. a. 20,4% b. 55,7% c. 13,8%

PROVA INVALSI 2015

D4 Una sorgente di montagna alimenta continuamente un serbatoio con 5 m³ di acqua ogni settimana. Oggi il serbatoio contiene 100 m³ di acqua e un villaggio inizia a prelevare 7 m³ di acqua alla settimana.

✗

Risposte sbagliate
a. 32,8%
b. 43,8%
c. 35,1%

a. Completa la seguente tabella relativa al numero n di m³ di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero t di settimane a partire da oggi:

t (settimane)	n (m ³)
0	100
1	98
2	96
3	94
4	92

b. Scrivi un'espressione che rappresenti il numero n di m³ di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero t di settimane.

Risposta: $n = 100 + 5t - 7t = 100 - 2t$

c. Dopo quante settimane il serbatoio sarà vuoto?

- A. 20 settimane
- B. 50 settimane
- C. 98 settimane
- D. 102 settimane

Perché hanno sbagliato

In generale, gli studenti hanno risposto correttamente all'item a, dimostrando di aver compreso la dinamica del fenomeno.

Molti di loro hanno saputo anche rispondere all'item c per via iterativa.

In pochi però sono stati in grado di tradurre in una formula ciò che hanno compreso e passare dal registro di rappresentazione numerica a quello di rappresentazione simbolica.

In generale, gli studenti hanno sbagliato l'item b perché:

- 1) esprimono in modo errato la condizione iniziale, generalizzandola o facendola variare in funzione di n :
 $n = 100n - 2t$ o $n = n - 2$;
- 2) tolgono al dato iniziale l'acqua che viene sottratta ogni settimana, senza considerare l'acqua che allo stesso tempo è aggiunta: $n = 100 - 7t$;
- 3) interpretano in modo errato la richiesta fornendo il numero di m³ d'acqua sottratti ogni settimana: $n = 2m^3$.

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- eseguire calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica
- descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni
- ottenere informazioni e ricavare le soluzioni di un modello matematico di fenomeni, anche in contesti di ricerca operativa o di teoria delle decisioni.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- espressioni letterali e polinomi
- equazioni e disequazioni di primo e secondo grado.

Abilità:

- padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile
- risolvere problemi che implicano l'uso di funzioni, di equazioni e di sistemi di equazioni anche per via grafica, collegati con altre discipline e situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la modellizzazione matematica.

► **Quesiti da proporre in classe**

PROVA INVALSI 2011 [▶ percentuali delle risposte a pag. 93]

D13 L'insegnante di inglese dà ai suoi studenti un test formulato da 25 domande e spiega che il punteggio totale p è calcolato assegnando 4 punti per ogni risposta esatta e togliendo 2 punti per ogni risposta sbagliata o mancante.

a. Il punteggio massimo possibile è

b. Scrivi la formula che fornisce il punteggio p complessivo, indicando con n il numero di risposte esatte.

$p =$

c. Se la sufficienza si ottiene con più di 60 punti, qual è il numero minimo di domande al quale occorre rispondere correttamente per avere la sufficienza?

Risposta:

PROVA INVALSI 2011 [▶ percentuali delle risposte a pag. 93]

D27 Carlotta, nel periodo di Natale, lavora come commessa in un negozio di calzature e guadagna 8 € all'ora più una commissione del 5% sul ricavo totale delle scarpe che riesce a vendere.

Quale formula esprime il suo guadagno g , se lavora h ore e vende scarpe per un valore totale di s euro?

- A. $g = 8h + 0,05s$
- B. $g = 8h + 0,5s$
- C. $g = 5h + 8s$
- D. $g = 8h + 5s$

PROVA INVALSI 2014 [▶ percentuali delle risposte a pag. 93]

D4 Per frequentare una palestra Paolo deve pagare quest'anno una quota fissa di 60 € e 5 € per ogni ingresso.

a. Quale fra i seguenti grafici descrive il costo C (in €) della palestra in funzione del numero n di ingressi?

- A. Grafico 1
- B. Grafico 2
- C. Grafico 3
- D. Grafico 4

Grafico 1

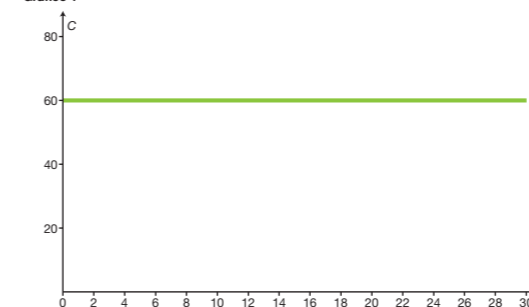


Grafico 3

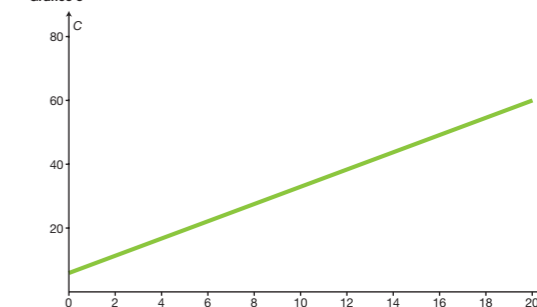


Grafico 2

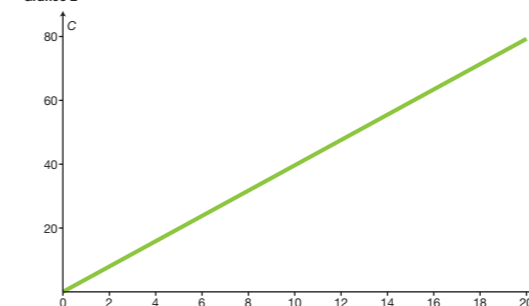
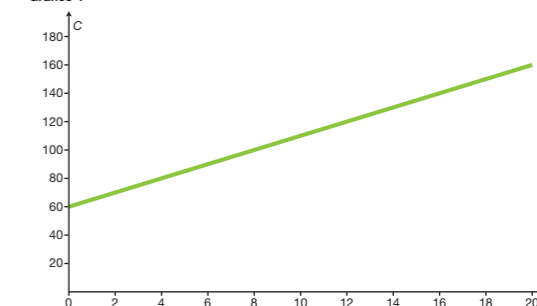


Grafico 4



b. Paolo ha a disposizione 200 €. Se si iscrive alla palestra, qual è il numero massimo di ingressi a cui ha diritto quest'anno?

Risposta:

c. Completa la formula che esprime il costo C della palestra in funzione del numero n di ingressi.

$C =$

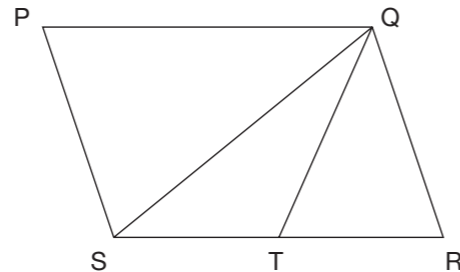
7. La geometria sintetica

AMBITO Spazio e figure

Che cosa chiede il quesito
Il quesito chiede di calcolare il rapporto tra le aree di due figure geometriche riconoscendo figure congruenti o figure equivalenti.

PROVA INVALSI 2014

D11 PQRS è un parallelogramma e T è il punto medio di SR.



X Risposte sbagliate 18,9%
Risposte mancate 64,9%

Qual è il rapporto tra l'area del triangolo QST e l'area del parallelogramma?

Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

Sono possibili due strategie per risolvere il quesito:

• osservo che la diagonale QS divide il parallelogramma PQRS in due triangoli congruenti, $PQS \cong QRS$, quindi il triangolo QSR ha un'area uguale alla metà dell'area del parallelogramma. Inoltre, noto che i triangoli QST e QTR sono equivalenti perché hanno le basi congruenti, $ST \cong TR$, poiché T è per ipotesi il punto medio di SR, e la stessa altezza perché PQ è parallelo a SR: l'area del triangolo QST è la metà di quella del triangolo QSR, quindi $1/4$ dell'area del parallelogramma.

Oppure

• traccio la mediana relativa a PQ, parallela a QT, per rendere evidente la scomposizione del parallelogramma in quattro triangoli equivalenti.

Risposta: $1/4$

- Generali
 - ✓ 14,7%
 - X 18,9%**
 - m.r. 64,9%
- Licei
 - ✓ 21,6%
 - X 20,9%
 - m.r. 55,9%
- Tecnici
 - ✓ 12,5%
 - X 18,8%
 - m.r. 67,1%
- Professionali
 - ✓ 3,7%
 - X 14,8%
 - m.r. 80,2%

Perché hanno sbagliato

Probabilmente gli studenti che hanno confrontato direttamente l'area del parallelogramma PQRS con quella del triangolo QST, per stabilire il corretto rapporto fra le basi e le altezze, non hanno riconosciuto che i due poligoni hanno la stessa altezza. Altri studenti, nell'analizzare possibili relazioni di congruenza ed equivalenza tra le figure, non sono riusciti a completare tutti i passaggi richiesti per la dimostrazione.

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- conoscere i fondamenti della geometria euclidea del piano.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio
- perimetro e area dei poligoni.

Abilità:

- conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio.

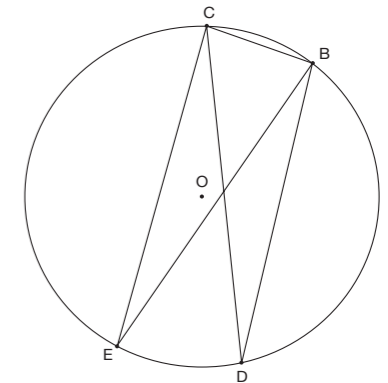
► Quesiti da proporre in classe

PROVA INVALSI 2012 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D13 Osserva la circonferenza di centro O rappresentata in figura.

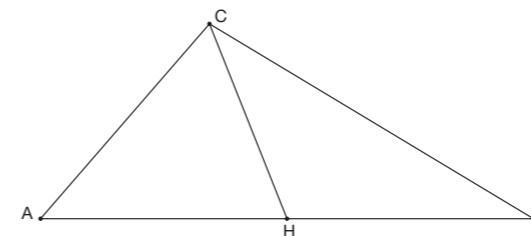
Comunque siano presi i punti B, C, D, E sulla circonferenza, è possibile affermare che

- A. il triangolo BCE è congruente al triangolo CBD
- B. il segmento BD è congruente al segmento CE
- C. l'angolo EBC è congruente all'angolo DCB
- D. l'angolo CEB è congruente all'angolo CDB



PROVA INVALSI 2013 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D5 H è il punto medio del lato AB del triangolo ABC.



I triangoli AHC e HBC hanno la stessa area perché

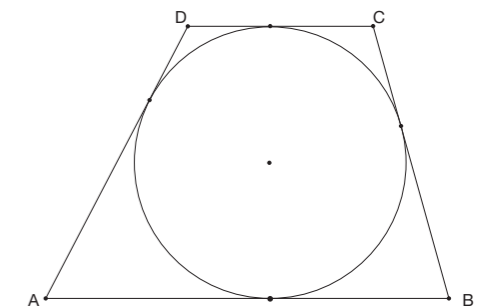
- A. la distanza di C da AB è la stessa nei due triangoli e $AH = HB$
- B. la mediana CH divide il triangolo in due triangoli congruenti
- C. hanno come altezza comune CH e le relative basi sono della stessa lunghezza
- D. i triangoli CHA e CHB sono tutti e due triangoli isosceli

PROVA INVALSI 2014 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D18 Il trapezio ABCD, circoscritto a un cerchio di raggio 5 cm, ha l'area di 120 cm^2 .

Quanto misura la somma delle basi AB e DC?

Risposta: cm



8. La probabilità

AMBITO Dati e previsioni

Che cosa chiede il quesito
 Nel primo item si chiede di calcolare la probabilità dell'evento contrario di un evento noto e nel secondo la probabilità di due eventi indipendenti congiunti.

PROVA INVALSI 2015

D18 Nel foglietto illustrativo contenuto nella confezione di un farmaco, alla voce "Effetti collaterali" si legge che:

- il 2% dei pazienti trattati con il farmaco ha accusato vertigini;
- il 7% dei pazienti trattati con il farmaco ha avuto bruciori di stomaco.

I due tipi di effetti collaterali sono indipendenti l'uno dall'altro.

a. Qual è la probabilità che un paziente che ha assunto il farmaco non abbia bruciori di stomaco? Esprimi il risultato in forma percentuale.

Risposta: 93 %

b. Qual è la probabilità che un paziente che ha assunto il farmaco manifesti entrambi gli effetti collaterali?

- A. 9%
- B. 0,14%
- C. 14%
- D. 0,9%

Siano

A) l'evento: "Il paziente trattato con il farmaco ha accusato vertigini"

B) l'evento: "Il paziente trattato con il farmaco ha avuto bruciori di stomaco"

allora

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 100\% - 7\% = 93\%$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 2\% \cdot 7\% = 0,14\%$$

Risposte sbagliate
 a. 29,6%
 b. 74,7%

ITEM A	ITEM B
Generali	Generali
✓ 58,4%	A. 43,7%
✗ 29,6%	B. 19,4%
m.r. 12,0%	C. 6,4%
	D. 24,6%
	m.r. 5,9%
Licei	Licei
✓ 67,9%	A. 41,0%
✗ 22,7%	B. 23,0%
m.r. 9,4%	C. 5,6%
	D. 24,9%
	m.r. 5,5%
Tecnici	Tecnici
✓ 59,7%	A. 44,8%
✗ 29,5%	B. 17,8%
m.r. 10,8%	C. 5,7%
	D. 26,4%
	m.r. 5,4%
Professionali	Professionali
✓ 36,5%	A. 47,9%
✗ 44,2%	B. 14,2%
m.r. 19,4%	C. 9,4%
	D. 21,0%
	m.r. 7,4%

Perché hanno sbagliato

I risultati mostrano che le maggiori difficoltà si sono presentate nell'item b. Gli studenti che scelgono il distrattore A, che ha raccolto oltre il 40% di risposte, pensano erroneamente che per calcolare la probabilità di due eventi indipendenti si faccia la somma delle probabilità:
 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) = 2\% + 7\% = 9\%$.

Gli studenti che scelgono il distrattore C fanno di dover moltiplicare fra loro le probabilità dei due eventi, ma sbagliano nel calcolo del prodotto di due percentuali; dovrebbero infatti considerare che:

$$2\% \cdot 7\% = \frac{2}{100} \cdot \frac{7}{100} = \frac{14}{10000} = 0,0014 = 0,14\%$$

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- conoscere la nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- significato della probabilità e sue valutazioni
- semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti
- probabilità e frequenza.

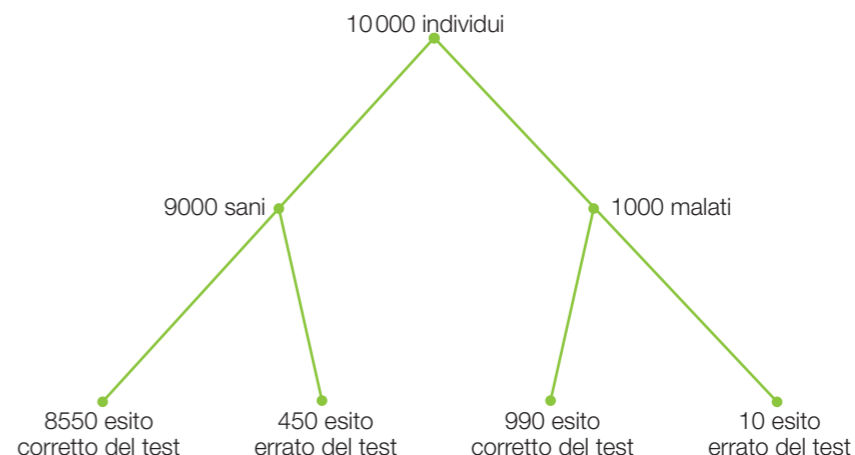
Abilità:

- calcolare la probabilità di eventi elementari.

► Quesiti da proporre in classe

PROVA INVALSI 2012 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D6 Si sa che in una popolazione di 10000 individui il 10% è affetto da una malattia, mentre il 90% è sano. Il test che diagnostica la presenza della malattia è affidabile solo parzialmente: nel 5% dei casi rileva la malattia su un individuo sano e nell'1% dei casi non rileva la malattia su un individuo malato. Il diagramma seguente riassume la situazione:



a. Utilizzando i dati del diagramma ad albero, completa la seguente tabella.

	Esito corretto del test	Esito errato del test	Totale
Sani	450
Malati
Totale	9540	10000

b. Qual è la probabilità che l'esito del test sia corretto per una persona scelta a caso da quella popolazione?

- A. 99,0%
- B. 97,0%
- C. 95,4%
- D. 85,5%

c. Qual è la probabilità che un individuo, preso a caso tra tutti quelli che hanno avuto un esito corretto al test, sia sano? Scrivi il risultato in percentuale con una cifra dopo la virgola.

Risposta: %

PROVA INVALSI 2013 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D11 Una fabbrica utilizza due diversi macchinari, M_1 e M_2 , per produrre tondini.

M_1 ha un indice di qualità uguale a 0,96 (cioè la probabilità che un tondino che esce da M_1 non sia difettoso è del 96%), mentre M_2 ha indice di qualità uguale a 0,98.

a. La probabilità che un tondino esca da M_2 difettoso è:

- A. 0,02
- B. 0,04
- C. 0,96
- D. 0,98

b. Per la realizzazione di tondini metallici, M_1 e M_2 lavorano in serie, cioè ogni tondino viene lavorato prima da M_1 e poi da M_2 . Supponiamo che gli eventi “ M_1 produce un tondino non difettoso” e “ M_2 produce un tondino non difettoso” siano fra loro indipendenti; allora la probabilità che un tondino non sia difettoso alla fine del ciclo di produzione (cioè dopo essere stato lavorato sia da M_1 che da M_2) è:

- A. 98%
- B. 94,08%
- C. 6%
- D. 1,94%

PROVA INVALSI 2014 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D12 È stato effettuato un sondaggio su un campione di 1 500 donne di età compresa tra i 25 e i 55 anni per conoscere la loro opinione su una rivista mensile dedicata alla salute.

Si sono ottenuti i seguenti risultati:

	Occupate	Disoccupate
Giudizio positivo	450	276
Giudizio negativo	367	407

a. Quante sono le donne che hanno espresso un giudizio positivo?

Risposta:

b. Quante sono le donne disoccupate intervistate?

Risposta:

c. Scegliendo a caso una delle donne intervistate, qual è la probabilità che abbia espresso un giudizio negativo?

Risposta:

d. Scegliendo a caso una delle donne intervistate tra quelle che hanno espresso un giudizio positivo, qual è la probabilità che sia una donna occupata?

Risposta:

9. Le proprietà delle potenze

AMBITO Numeri

Che cosa chiede il quesito

Il quesito chiede di calcolare il risultato di un'operazione fra potenze riconducendole prima alla stessa base. È dunque necessario che lo studente riconosca che 16 può essere scritto come una opportuna potenza di due.

Generali	Tecnici
A. 16,3%	A. 16,0%
B. 52,2%	B. 56,0%
C. 11,7%	C. 11,4%
D. 17,1%	D. 14,2%
m.r. 2,5%	m.r. 2,1%
Licei	Professionali
A. 17,3%	A. 14,7%
B. 48,8%	B. 53,2%
C. 9,5%	C. 16,7%
D. 21,8%	D. 12,2%
m.r. 2,4%	m.r. 3,1%

PROVA INVALSI 2014

D8 Il risultato di $16^{100} : 2$ è uguale a

- A. 8^{99}
- B. 8^{100}
- C. 16^{50}
- D. 2^{399}

È possibile rispondere applicando le proprietà delle potenze:

$$16^{100} : 2 = (2^4)^{100} : 2 = 2^{400} : 2 = 2^{399}$$

X Risposte sbagliate 80,2%

Perché hanno sbagliato

I valori percentuali delle risposte mancate sono bassi: per questo possiamo pensare che gli studenti conoscano l'argomento e provino quindi a rispondere. Gli errori sono tuttavia molto frequenti. I distrattori fanno riferimento agli sbagli più comuni che gli studenti commettono nell'applicare le proprietà delle potenze:

- **Distrattore A** Si dividono fra loro le basi e si sottraggono gli esponenti: $16^{100} : 2 = 16^{100} : 2^1 = (16 : 2)^{100-1} = 8^{99}$
- **Distrattore B** Si dividono fra loro le basi e si sottraggono gli esponenti, ma poiché il 2 è privo di un esponente esplicito, si assume erroneamente che abbia esponente zero: $16^{100} : 2 = 16^{100} : 2^0 = (16 : 2)^{100-0} = 8^{100}$
- **Distrattore C** Si divide per 2 l'esponente: $16^{100} : 2 = 16^{100:2} = 16^{50}$

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- saper fare i calcoli (mentali, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi e con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione sia nella rappresentazione decimale.
- conoscere le proprietà delle operazioni.

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà
- potenze e radici.

Abilità:

- utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi
- operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati
- calcolare semplici espressioni con potenze e radicali.

► Quesiti da proporre in classe

PROVA INVALSI 2011 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D10 Qual è la metà del numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$?

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$
- B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$
- C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{51}$
- D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{49}$

PROVA INVALSI 2012 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D19 Giovanni afferma che $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$ è maggiore di $\left(\frac{3}{40}\right)^{81}$. Ha ragione?

- A. Giovanni ha ragione perché quando si eleva a potenza una qualsiasi frazione il risultato diminuisce all'aumentare dell'esponente.
- B. Giovanni non ha ragione perché l'esponente della seconda frazione è maggiore dell'esponente della prima.
- C. Giovanni ha ragione perché moltiplicando $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$ per $\frac{3}{40}$, che è minore di 1, si ottiene un numero minore di $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$.
- D. Giovanni non ha ragione perché calcolando $\left(\frac{3}{40}\right)^{81}$ si ottiene una frazione con un numeratore maggiore di quello di $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$.

PROVA INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 94]

D24 La radice quadrata di 64^{2016} è

- A. 8^{2014}
- B. 8^{1008}
- C. 64^{2014}
- D. 64^{1008}

10. Le rette

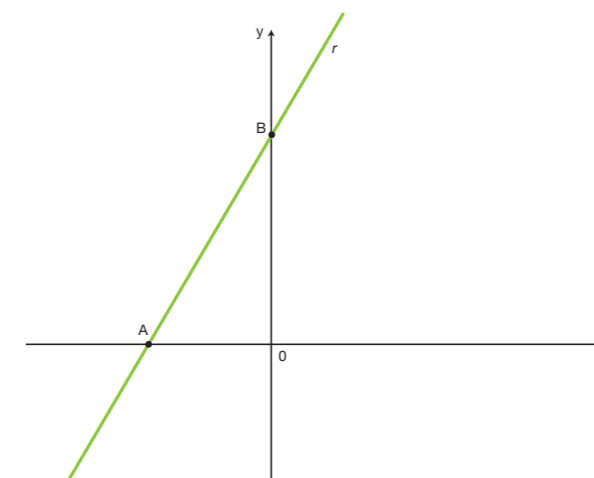
AMBITO Spazio e figure

Che cosa chiede il quesito

Il quesito chiede di associare al grafico di una retta la sua equazione individuando le coordinate di un punto e riconoscendone l'appartenenza a una retta data.

PROVA NAZIONALE INVALSI 2013

D21 Osserva la seguente figura



Le coordinate di A sono $(-3; 0)$ e l'area del triangolo AOB è 9.

Quale fra le seguenti equazioni rappresenta la retta r?

- A. $y = 2x + 6$
- B. $y = -2x - 6$
- C. $y = 3x + 9$
- D. $y = -3x - 9$

Generali

- A. 28,4%
- B. 9,5%
- C. 25,1%
- D. 29,3%
- m.r. 7,7%

Licei

- A. 36,9%
- B. 9,4%
- C. 21,2%
- D. 24,7%
- m.r. 7,9%

Tecnici

- A. 24,5%
- B. 9,4%
- C. 27,3%
- D. 31,0%
- m.r. 7,8%

Professionali

- A. 18,6%
- B. 9,7%
- C. 29,2%
- D. 35,0%
- m.r. 7,4%

X Risposte sbagliate 63,9%

Determino l'ordinata del punto B, corrispondente all'altezza del triangolo AOB, di base AO = |x_A|. Applico la formula inversa di

$$A = \frac{b \times h}{2} \Rightarrow h = \frac{2A}{b} = \frac{18}{3} = 6 \Rightarrow B(0;6)$$

A questo punto posso procedere in vari modi:
 • *trovo l'equazione della retta nella forma y=mx+q, poiché conosco due dei suoi punti:*

$$\frac{y-0}{6-0} = \frac{x+3}{0+3} \Rightarrow y = 2x + 6$$

oppure
 • *procedo per esclusione conoscendo il significato di q come ordinata all'origine che porta a non considerare le opzioni B, C, D in cui q assume valori diversi da 6*
oppure
 • *verifico l'appartenenza del punto B(0;6) a ciascuna delle rette proposte.*

Perché hanno sbagliato

I risultati mostrano che i distrattori C e D, che contenevano i dati numerici forniti nel quesito (3 e 9), hanno raccolto complessivamente circa il 60% delle risposte.

È probabile che gli studenti abbiano interpretato tali dati come valori da assegnare ai parametri m e q presenti nell'equazione in forma esplicita della retta.

Suggerimenti didattici

Le **Indicazioni nazionali per i licei** come obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio raccomandano che lo studente sia capace di:

- conoscere i fondamenti della geometria euclidea del piano
- conoscere funzioni del tipo $f(x) = ax + b$
- saper usare il metodo delle coordinate cartesiane, in una prima fase limitato alla rappresentazione di punti e rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità
- passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale).

Le **Linee guida per gli Istituti Tecnici e Professionali**, primo biennio, richiedono invece:

Conoscenze:

- funzioni e relativa rappresentazione (numerica, funzionale, grafica)
- funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa)
- nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio
- perimetro e area dei poligoni.

Abilità:

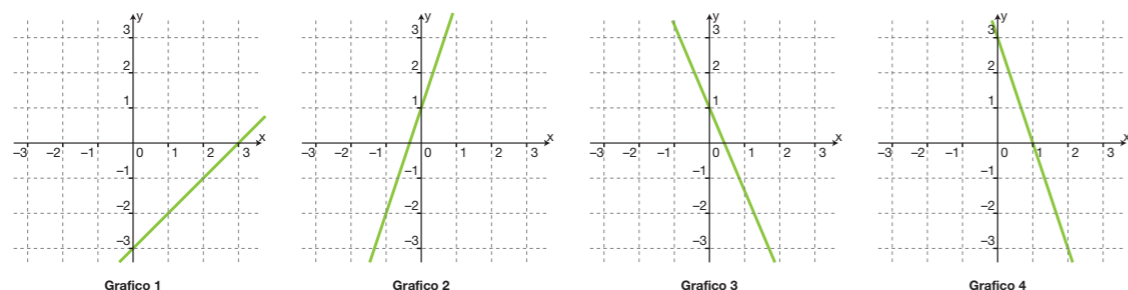
- rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate.
- studiare le funzioni $f(x) = ax + b$ e $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio.

► **Quesiti da proporre in classe**

PROVA INVALSI 2013 [▶ percentuali delle risposte a pag. 95]

D8 Considera la funzione definita da: $y = 3x + 1$.

a. Quale dei seguenti grafici può rappresentare questa funzione?

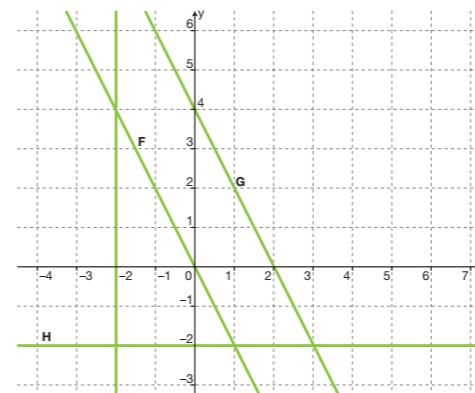


- A. Il grafico 1
- B. Il grafico 2
- C. Il grafico 3
- D. Il grafico 4

- b. Quale valore di y si ottiene per $x = 0$?
- c. Per quale valore di x si ottiene $y = 0$?
- d. Per quali valori di x la y assume valori positivi?

PROVA INVALSI 2014 [▶ percentuali delle risposte a pag. 95]

D14 Sul seguente piano cartesiano sono rappresentate le rette F, G, H, K .



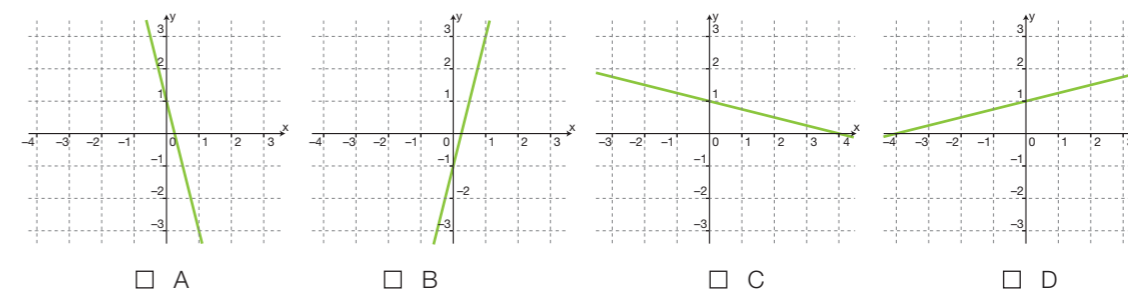
Associa a ciascuna delle equazioni in tabella la retta corrispondente.

Metti una crocetta per ogni riga.

	Equazione	Retta F	Retta G	Retta H	Retta K
a.	$y = -2x + 4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$y = -2x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	$y = -2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

PROVA NAZIONALE INVALSI 2015 [▶ percentuali delle risposte a pag. 95]

D5 Uno dei seguenti grafici rappresenta la funzione definita da $y = 1 - 4x$ nell'insieme dei numeri reali. Quale?



- A
- B
- C
- D

Percentuali delle risposte dei quesiti da proporre in classe

1. L'area di figure non convenzionali

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2011 D18	15 cm ²	✓ 28,7% ✗ 37,7% m.r. 33,6%
Prova INVALSI 2012 D17	12	✓ 14,7% ✗ 42,0% m.r. 41,7%
Prova INVALSI 2013 D13	a. B b. $100 - 25\pi$; accettabile anche 21,5 oppure un qualunque numero decimale compreso tra 21,4 e 22,5 (estremi inclusi)	a. A. 17,5% B. 44,3% C. 13,8% D. 14,6% m.r. 9,8% b. ✓ 13,2% ✗ 45,2% m.r. 41,7%

2. La media ponderata

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2013 D14	B	A. 6,6% B. 16,2% C. 67,7% D. 6,1% m.r. 3,4%
Prova INVALSI 2014 D10	a. F b. V c. V	a. ✓ 35,3% ✗ 59,4% m.r. 5,1% b. ✓ 41,4% ✗ 35,3% m.r. 4,8% c. ✓ 42,2% ✗ 54,5% m.r. 3,2%
Prova INVALSI 2016 D15	a. 23 b. D c. 15,7	a. ✓ 5,7% ✗ 29,0% m.r. 65,3% b. A. 3,4% B. 39,8% C. 8,6% D. 44,8% m.r. 3,4% c. ✓ 24,0% ✗ 52,6% m.r. 23,5%

3. L'ordine di grandezza

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2011 D5	A	A. 10,2% B. 6,9% C. 23,2% D. 57,0% m.r. 2,7%
Prova INVALSI 2016 D21	$4,561 \times 10^3$	✓ 46,4% ✗ 27,2% m.r. 26,4%
Prova INVALSI 2016 D27	B	A. 15,6% B. 38,1% C. 21,7% D. 17,9% m.r. 6,7%

4. Le variazioni percentuali

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2012 D14	a. B b. 2323 c. 232,3	a. A. 29,3% B. 20,8% C. 23,8% D. 18,6% m.r. 7,0% b. ✓ 72,0% ✗ 16,1% m.r. 11,4% c. ✓ 19,1% ✗ 49,0% m.r. 31,0%
Prova INVALSI 2013 D7	a. B b. C	a. A. 10,7% B. 19,8% C. 18,8% D. 46,0% m.r. 4,7% b. A. 35,6% B. 37,5% C. 14,9% D. 5,9% m.r. 6,1%
Prova INVALSI 2013 D20	a. B b. Calcoli: $(531 - 792) / 792 \times 100$ o formulazioni equivalenti Risultato: un qualunque numero compreso tra 32% e 33% oppure, in forma decimale, tra 0,32 e 0,33 (o viceversa al negativo)	a. A. 7,0% B. 63,2% C. 5,2% D. 22,1% m.r. 2,6% b. ✓ 14,6% ✗ 34,2% m.r. 51,1%

5. L'argomentazione

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2011 D14	A	A. 14,6% B. 8,4% C. 68,0% D. 6,9% m.r. 2,1%
Prova INVALSI 2016 D12	a. Umbria b. Laura non ha ragione perché, calcolando il rischio di incidenti come il rapporto fra numero di incidenti avvenuti e lunghezza in km della rete stradale, si ha che per la Sicilia il rischio di incidenti è di circa 0,49 mentre per l'Italia è di circa 0,97. Quindi il rischio di incidenti in Sicilia è minore del rischio di incidenti in Italia.	a. ✓ 46,9% ✗ 46,1% m.r. 7,0% b. ✓ 29,6% ✗ 48,9% m.r. 21,5%
Prova INVALSI 2016 D18	Mauro non ha ragione perché il costo del carburante al km per l'auto a GPL è inferiore a quello per l'auto a gasolio, infatti $\frac{1,70}{24} > \frac{0,79}{13}$ (o $0,07 > 0,06$ o affermazioni equivalenti)	✓ 36,1% ✗ 40,0% m.r. 23,8%

6. La formalizzazione

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2011 D13	a. 100 b. $p = 4n - 2(25 - n)$ o $p = 6n - 50$ c. 19	a. ✓ 89,0% ✗ 6,0% m.r. 5,0% b. ✓ 8,0% ✗ 72,7% m.r. 19,3% c. ✓ 11,3% ✗ 78,5% m.r. 10,2%
Prova INVALSI 2011 D27	A	A. 47,3% B. 20,8% C. 9,2% D. 17,1% m.r. 5,6%
Prova INVALSI 2014 D4	a. D b. 28 c. $5n + 60$	a. A. 16,8% B. 10,6% C. 9,3% D. 61,2% m.r. 1,9% b. ✓ 58,1% ✗ 34,4% m.r. 7,1% c. ✓ 32,0% ✗ 36,3% m.r. 31,7%

7. La geometria sintetica

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2012 D13	D	A. 31,3% B. 11,3% C. 18,7% D. 35,0% m.r. 2,8%
Prova INVALSI 2013 D5	A	A. 22,7% B. 18,8% C. 46,4% D. 8,1% m.r. 4,0%
Prova INVALSI 2014 D18	24	✓ 29,8% ✗ 26,8% m.r. 42,8%

8. La probabilità

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2012 D6	a. Sani: 8550; 9000 Malati: 990; 10; 1000 Totale: 460 b. C c. 89,6%	a. ✓ 81,5% ✗ 14,5% m.r. 3,8% b. A. 12,7% B. 13,1% C. 57,9% D. 10,3% m.r. 5,7% c. ✓ 14,8% ✗ 52,9% m.r. 31,8%
Prova INVALSI 2013 D11	a. A b. B	a. A. 69,0% B. 7,5% C. 4,1% D. 16,7% m.r. 2,7% b. A. 33,5% B. 26,3% C. 14,6% D. 19,2% m.r. 6,4%
Prova INVALSI 2014 D12	a. 726 b. 683 c. $774/1500 = 129/250 = 0,516 = 51,6\%$ d. $450/726 = 75/121 = 0,6198$ cioè circa il 61,98%	a. ✓ 83,0% ✗ 12,1% m.r. 4,7% b. ✓ 83,3% ✗ 11,6% m.r. 5,6% c. ✓ 32,0% ✗ 38,2% m.r. 29,2% d. ✓ 24,1% ✗ 45,4% m.r. 29,9%

9. Le proprietà delle potenze

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2011 D10	C	A. 19,8% B. 59,1% C. 12,1% D. 8,0% m.r. 1,0%
Prova INVALSI 2012 D19	C	A. 25,1% B. 26,0% C. 25,9% D. 18,1% m.r. 4,1%
Prova INVALSI 2016 D24	D	A. 13,3% B. 49,6% C. 6,2% D. 26,4% m.r. 4,5%

10. Le rette

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova INVALSI 2013 D8	a. B b. 1 c. $-\frac{1}{3}$ d. $x > -\frac{1}{3}$	a. A. 8,2% B. 31,1% C. 12,5% D. 39,9% m.r. 8,3% b. ✓ 51,5% ✗ 13,0% m.r. 35,6% c. ✓ 29,9% ✗ 27,8% m.r. 42,3% d. ✓ 8,1% ✗ 45,5% m.r. 46,4%
Prova INVALSI 2014 D14	a. retta G b. retta F c. retta H	a. ✓ 53,0% ✗ 40,4% m.r. 6,6% b. ✓ 30,8% ✗ 63,4% m.r. 5,8% c. ✓ 59,9% ✗ 64,7% m.r. 4,8%
Prova INVALSI 2015 D5	A	A. 30,6% B. 9,0% C. 10,2% D. 47,7% m.r. 2,5%