

# I 5 quesiti più difficili di matematica

+ 19 da proporre in classe

a cura di

**Stefania Pozio**

Prima ricercatrice INVALSI

# 1. Sviluppare un'argomentazione

## AMBITO Numeri

### Che cosa chiede il quesito

Il quesito richiede di **sviluppare un'argomentazione** per giustificare che, nella successione dei **numeri naturali**, due **numeri consecutivi** sono sempre uno **pari** e uno **dispari**. La somma di due numeri consecutivi sarà quindi sempre un numero dispari. Lo studente poteva fornire un'argomentazione algebrica o discorsiva. Nel primo caso era necessario che scrivesse due numeri naturali consecutivi, cioè  $n$  e  $n + 1$  e le somme:  $n + n + 1 = 2n + 1$ . Il risultato rappresenta un numero dispari. Nel secondo caso poteva dare una spiegazione più discorsiva in cui esplicitava che se  $n$  è un numero pari allora  $n + 1$  sarà dispari, o viceversa. Infatti, sommando un numero pari con un numero dispari si ottiene sempre un numero dispari.

✓ 24,7%

✗ 58,2%

m.r. 17,1%

### PROVA NAZIONALE INVALSI 2017

**D8** La somma di un numero naturale  $n$  con il suo successivo  $n + 1$  è sempre un numero dispari? ✗

Risposte sbagliate  
58,2%

Scegli una delle due risposte e completa la frase.

Sì, perché *...se n è un numero pari, allora n + 1 sarà dispari mentre se n*.....

*è dispari n + 1 sarà pari*.....

*In ogni caso la somma di un numero pari con un numero dispari è sempre*.....

*dispari*.....

No, perché .....

### Perché hanno sbagliato

La percentuale così alta di risposte errate fa riflettere sulla difficoltà che gli studenti hanno sia nell'argomentare, sia nel manipolare algebricamente le relazioni che esprimono i numeri naturali pari e dispari.

Un'ulteriore difficoltà sta nell'interpretare il significato di un'espressione algebrica: molti studenti faticano a capire che la scrittura  $2n + 1$  rappresenti un numero dispari. Molti altri hanno prodotto a sostegno dell'argomentazione solo alcuni esempi numerici, ma non sono stati in grado di generalizzare. È un errore comune pensare che un esempio a sostegno della verità di un'affermazione sia sufficiente a dimostrarne la verità in generale, come avviene nel caso della falsificazione tramite controesempio.

### Suggerimenti didattici

Le Indicazioni nazionali per **Numeri** e per i **Traguardi** da raggiungere alla fine della scuola secondaria di I grado raccomandano che lo studente sia capace di:

- eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo
- utilizzare e interpretare il linguaggio matematico e coglierne il rapporto con il linguaggio naturale
- produrre argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (per esempio utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).

## ► Quesiti da proporre in classe

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2014** [► percentuali delle risposte a pag. 105]

**D6** Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase.

Sì, perché .....

.....

No, perché.....

.....

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2014** [► percentuali delle risposte a pag. 105]

**D14** La somma di due numeri naturali  $a$  e  $b$  è pari. Se aggiungo 1 a entrambi i numeri, come sarà ora la somma? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

La somma sarà pari perché .....

.....

La somma sarà dispari perché .....

.....

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2015** [► percentuali delle risposte a pag. 105]

**D23** Considera due numeri naturali qualsiasi  $s$  e  $t$ . Se  $a = 3s$  e  $b = 3t$ , allora  $a + b$  è sempre divisibile per 3 perché...

A.  $a + b = 3s + 3t = 3 \times (s + t)$

B.  $a + b = 3$

C.  $a + b = 6 + 9 = 15$

D.  $a + b = 3s + 3t = 3 \times s + t$

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2016** [► percentuali delle risposte a pag. 105]

**D15**  $n$  è un numero naturale. Considera l'affermazione: "Se  $n$  è pari allora  $n + 1$  è un numero primo". L'affermazione è vera o falsa?

Scegli la risposta e completa la frase.

L'affermazione è vera perché .....

.....

L'affermazione è falsa perché .....

.....

## 2. Le equivalenze

AMBITO Numeri

### Che cosa chiede il quesito

In questa domanda si richiede allo studente di esprimere, utilizzando le potenze del 10, il numero di molecole presenti in 3 litri di acqua, sapendo che in 3 millilitri ne sono presenti circa  $10^{23}$ .

Poiché 3 litri di acqua equivalgono a 3000 millilitri, cioè a  $3 \times 10^3$ , si ha  $10^{23} \times 10^3 = 10^{26}$ .

✓ 15,3%

✗ 62,2%

m.r. 22,6%

### PROVA NAZIONALE INVALSI 2017

**D10** In 3 millilitri d'acqua ci sono circa  $10^{23}$  molecole.

Quante molecole ci sono all'incirca in 3 litri d'acqua?  
(Ricorda che 1 litro equivale a 1000 millilitri).

Scrivi il risultato come potenza del 10 inserendo l'esponente nel quadratino.

Risposta: 10  molecole

✗

Risposte sbagliate  
62,2%

### Perché hanno sbagliato

La difficoltà di questa domanda risiede non tanto nell'applicazione della proprietà delle potenze relativa al prodotto di potenze che hanno la stessa base, quanto nell'individuazione dei termini da moltiplicare e nella capacità di eseguire l'equivalenza tra millilitri e litri.

La risposta errata più frequente è stata 3000 che deriva dalla semplice trasformazione di 3 L in mL.

Un'altra risposta errata con frequenza è stata 23000 perché gli studenti si sono limitati a moltiplicare per 1000 l'esponente 23. Altri studenti effettuano la moltiplicazione tra 23 e 3 ottenendo come risultato 69, oppure fanno la differenza tra 23 e 3 e ottengono 20.

Una percentuale così alta di risposte errate dimostra la difficoltà degli studenti ad applicare le proprietà delle potenze al di fuori di esercizi standard.

### Suggerimenti didattici

Le Indicazioni nazionali per **Numeri** e per i **Traguardi** da raggiungere alla fine della scuola secondaria di I grado raccomandano che lo studente sia capace di:

- muoversi con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, padroneggiarne le diverse rappresentazioni e stimare la grandezza di un numero e il risultato di operazioni
- saper utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevole del significato, e le proprietà delle potenze per semplificare calcoli e notazioni.

## ► Quesiti da proporre in classe

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2008** [► percentuali delle risposte a pag. 105]

**C1** Le potenze  $\left(\frac{4}{3}\right)^2$  e  $\frac{4^2}{3}$  hanno lo stesso valore?

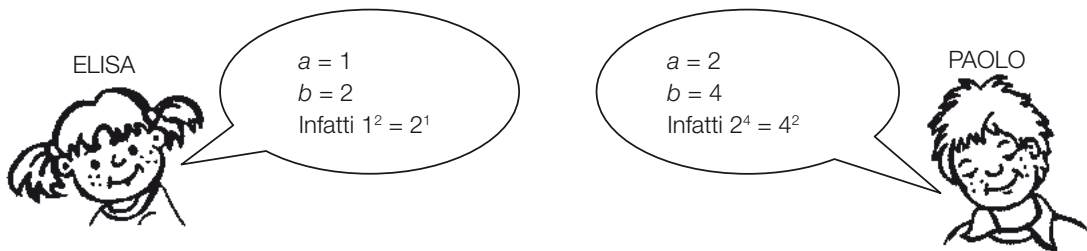
- A. No, la prima vale  $\frac{16}{3}$  e la seconda  $\frac{16}{9}$
- B. No, la prima vale  $\frac{16}{9}$  e la seconda  $\frac{16}{3}$
- C. Sì, valgono entrambe  $\frac{16}{9}$
- D. Sì, valgono entrambe  $\frac{16}{3}$

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2011** [► percentuali delle risposte a pag. 105]

**D18** Elisa e Paolo stanno cercando di rispondere a questa domanda:

*“Qual è la coppia di numeri interi  $a, b$  (diversi fra loro) tali che  $a^b = b^a$ ?”*

Ecco le loro soluzioni



Chi ha ragione?

- A. Solo Elisa
- B. Solo Paolo
- C. Entrambi
- D. Nessuno dei due

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2012** [► percentuali delle risposte a pag. 105]

**E11** La decima parte di  $10^{20}$  è

- A.  $10^{10}$
- B.  $1^{20}$
- C. 100
- D.  $10^{19}$

## I 5 quesiti più difficili

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2015** [▶ percentuali delle risposte a pag. 105]

**D4** Sulla seguente retta dei numeri sono ordinate due potenze di un numero razionale  $n$ .



Indica con una crocetta se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

	Vero	Falso
A. Il valore di $n$ può essere $+\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B. Il valore di $n$ può essere $-\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C. Il valore di $n$ può essere $+\frac{3}{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D. Il valore di $n$ può essere $-\frac{3}{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 3. Riconoscere le forme del piano e dello spazio

AMBITO Spazio e figure

#### Che cosa chiede il quesito

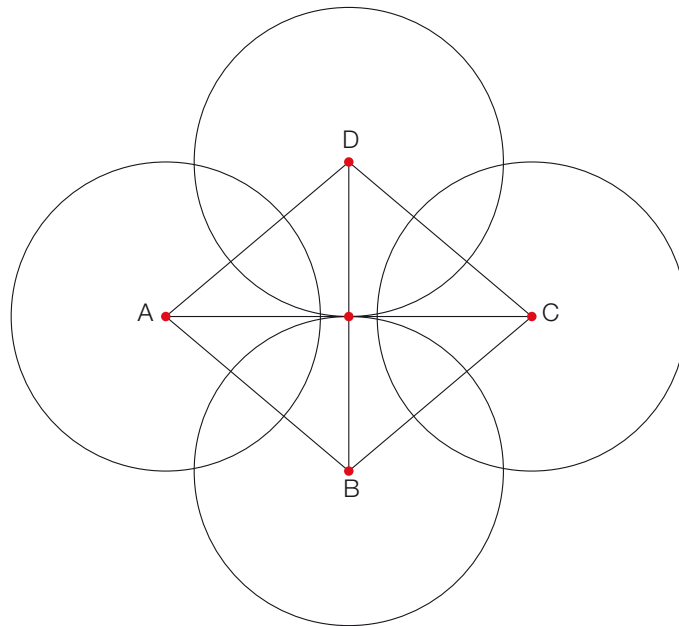
Per poter rispondere in modo corretto a questa domanda è necessario leggere con attenzione le diverse argomentazioni. In figura è visibile un **quadrilatero**, costruito unendo i centri di quattro circonferenze dello stesso diametro, che ha diagonali diverse: la minore  $BD$  è uguale al diametro delle circonferenze, mentre la maggiore  $AC$  è più lunga del diametro. Per poter scegliere la giusta argomentazione, lo studente deve conoscere le proprietà del quadrato e del rombo. Il quadrato è un tipo particolare di rombo, quindi la giustificazione "perché è un rombo" non è corretta perché non esclude affatto che possa essere un quadrato.

#### PROVA NAZIONALE INVALSI 2017

**D14** Il quadrilatero  $ABCD$  è costruito unendo i centri di 4 circonferenze congruenti.



Risposte sbagliate  
64,8%



Il quadrilatero  $ABCD$  è un quadrato?

Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

Sì,  $ABCD$  è un quadrato...

- A. perché le diagonali sono perpendicolari  
 B. perché le diagonali sono congruenti ai diametri delle circonferenze

No,  $ABCD$  non è un quadrato...

- C. perché è un rombo  
 D. perché le circonferenze di centro  $A$  e  $C$  non sono tangenti

10,7%  
13,2%  
40,9%  
**32,9%**  
m.r. 2,3%

## I 5 quesiti più difficili

### Perché hanno sbagliato

Molti studenti hanno trovato difficoltà a rispondere non essendo stati capaci di sostenere l'argomentazione adeguata per descrivere la figura del quesito.

Il 23,9% di loro ha sostenuto che il quadrilatero ABCD fosse un quadrato: ritenevano che diagonali perpendicolari (opzione A) o diagonali congruenti ai diametri delle circonferenze (opzione B) fossero due argomentazioni corrette e sufficienti per giustificare la loro tesi.

L'opzione C, invece, è più sottile, e richiede un passaggio logico in più: infatti, il fatto che il quadrilatero sia un rombo, non esclude la possibilità che possa essere un quadrato.

L'unica opzione corretta è la D: la figura non è un quadrato perché le circonferenze di centro A e C non sono tangenti.

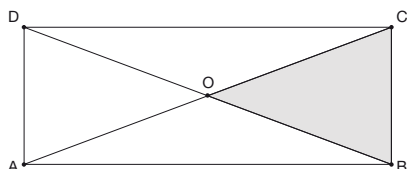
### Suggerimenti didattici

Le Indicazioni nazionali per **Spazio e figure** e per i **Traguardi** da raggiungere alla fine della scuola secondaria di I grado raccomandano che lo studente sia capace di:

- riconoscere e denominare le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e coglierne le relazioni tra gli elementi
- descrivere figure complesse e costruzioni geometriche al fine di comunicarle ad altri
- sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni
- accettare di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.

### ► Quesiti da proporre in classe

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2012** [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

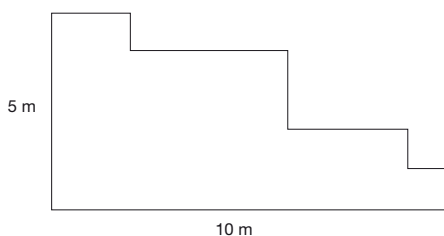


**E6** In figura è rappresentato il rettangolo ABCD con le sue diagonali. Se conosci l'area del rettangolo, puoi calcolare l'area del triangolo in grigio?

- A. No, perché i quattro triangoli di vertice O non sono tutti uguali fra loro
- B. No, perché non conosco le dimensioni del rettangolo
- C. Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono equivalenti
- D. Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono isosceli

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2014** [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

**D8** La seguente figura rappresenta il prato davanti alla casa di Paolo.



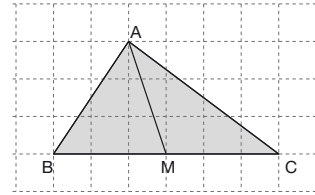
È possibile, con i dati a disposizione, calcolare il perimetro del prato?

- A. Sì, misura 15 m
- B. Sì, misura 30 m
- C. Sì, misura 50 m
- D. No, non si può calcolare



**PROVA NAZIONALE INVALSI 2014** [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

**D22** Nel triangolo in figura il segmento  $AM$  congiunge il vertice  $A$  con il punto medio  $M$  del lato  $BC$ .  
Il triangolo risulta così diviso in due triangoli.



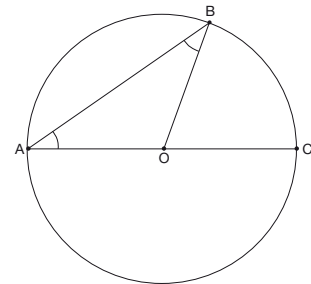
I due triangoli  $ABM$  ed  $AMC$  risultano tra loro equivalenti?

- A. Sì, perché i triangoli  $ABM$  e  $AMC$  hanno una base e la relativa altezza di uguali lunghezze
- B. Sì, perché il lato  $AM$  è in comune ai triangoli  $ABM$  e  $AMC$
- C. No, perché i triangoli  $ABM$  e  $AMC$  non sono congruenti
- D. No, perché il segmento  $AM$  è la mediana relativa al lato  $BC$  del triangolo  $ABC$

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2016** [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

**D6** Osserva la figura.  $AC$  è il diametro di una circonferenza di centro  $O$ .

Nel triangolo  $AOB$ , l'angolo  $\widehat{BAO}$  è uguale all'angolo  $\widehat{OBA}$ .  
Immagina di muovere il punto  $B$  sulla circonferenza.  
Gli angoli  $\widehat{BAO}$  e  $\widehat{OBA}$  sono ancora uguali tra loro?



Scegli la risposta e completa la frase.

- Sì, perché .....
- .....
- No, perché .....
- .....

# 4. Il teorema di Pitagora in contesti reali

AMBITO Spazio e figure

### Che cosa chiede il quesito

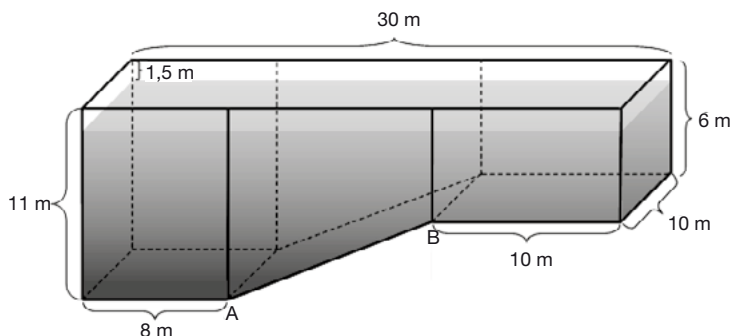
Il quesito nell'item a chiede di riconoscere che AB è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo e di applicare il teorema di Pitagora per determinarne la lunghezza. Il rettangolo però non è disegnato in figura e lo studente deve immaginarlo. Il cateto minore è dato dalla differenza tra l'altezza maggiore e quella minore della piscina ( $11 - 6 = 5$  m). Il cateto maggiore è dato dalla differenza tra la lunghezza totale della piscina e le lunghezze dei due tratti in piano ( $30 - 18 = 12$  m).

L'item b chiede poi di calcolare il volume di un parallelepipedo rettangolo. Anche in questo caso lo studente deve capire quali tra i dati della figura sono necessari per il calcolo: la lunghezza totale della piscina (30 m), la lunghezza del parallelepipedo stesso (10 m) e lo spessore della quantità di acqua mancante (1,5 m).

- ✓ 20,6%
- ✗ 46,6%
- m.r. 32,8%
- ✓ 17,3%
- ✗ 41,1%
- m.r. 41,6%

### PROVA NAZIONALE INVALSI 2017

D15 In figura è rappresentata la vasca di un acquario.



X

Risposte sbagliate  
a. 46,6%  
b. 41,1%

Risposte mancate  
a. 32,8%  
b. 41,6%

a. Quanto misura AB?

Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

$11 - 6 = 5$  m

$10 + 8 = 18$  m

$30 - 18 = 12$  m

Risultato:  $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$  m

b. Il livello dell'acqua arriva a 1,5 metri dal bordo della vasca.

Quanti metri cubi di acqua mancano per riempire la vasca fino all'orlo?

Risposta: 450 m<sup>3</sup>

### Perché hanno sbagliato

Il quesito è costituito da due item risultati entrambi difficili per gli studenti. Una delle maggiori difficoltà sta nel fatto che per le due risposte i dati si ricavano dall'osservazione delle figure.

Nell'item a molti studenti hanno riportato solo il risultato senza i calcoli: in questo caso la risposta non era considerata corretta. Altri hanno applicato in modo corretto il teorema di Pitagora ma poi hanno sbagliato i calcoli. Altri ancora non hanno visualizzato il triangolo rettangolo: tra le risposte errate più frequenti appariva il risultato 12 m, cioè la differenza tra la lunghezza totale della piscina e la somma delle lunghezze dei due tratti in piano.

Nell'item b gli studenti hanno per la maggior parte sbagliato a individuare i dati da moltiplicare per ottenere il volume dell'acqua mancante. Altri poi hanno sbagliato i calcoli: il valore 1,5 m ha sottolineato la difficoltà di alcuni a effettuare operazioni che coinvolgono numeri con la virgola.

### Suggerimenti didattici

Le Indicazioni nazionali per **Spazio e figure** e per i **Traguardi** da raggiungere alla fine della scuola secondaria di I grado raccomandano che lo studente sia capace di:

- risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure
- riconoscere e risolvere problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza
- calcolare il volume delle figure solide più comuni e dare stime di oggetti della vita quotidiana
- riconoscere e denominare le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e coglierne le relazioni tra gli elementi.

### ► Quesiti da proporre in classe

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2010** [► percentuali delle risposte a pag. 106]

**D11** Un barattolo di pelati da 0,4 kg è alto 11 cm e ha la base di 6 cm di diametro. Qual è il volume del barattolo?

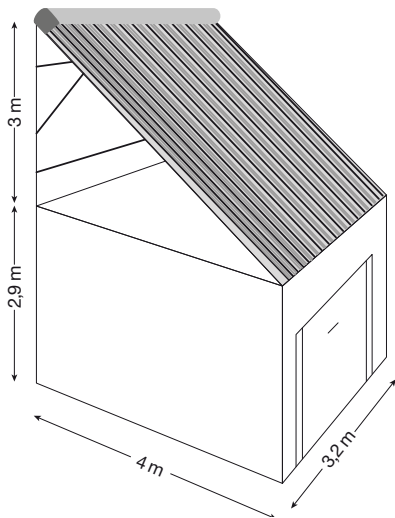
- A. Circa 100 cm<sup>3</sup>
- B. Circa 200 cm<sup>3</sup>
- C. Circa 300 cm<sup>3</sup>
- D. Circa 400 cm<sup>3</sup>



**PROVA NAZIONALE INVALSI 2013** [► percentuali delle risposte a pag. 106]

**D3** Marco vuole installare dei pannelli solari sul tetto del suo box auto.

La superficie su cui poggieranno i pannelli deve essere inclinata per ricevere i raggi del sole nel modo più efficace. Il progetto di Marco è schematizzato nella figura.



a. La superficie che misura i pannelli solari misura

- A. 12 m<sup>2</sup>
- B. 12,8 m<sup>2</sup>
- C. 16 m<sup>2</sup>
- D. 16,4 m<sup>2</sup>

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

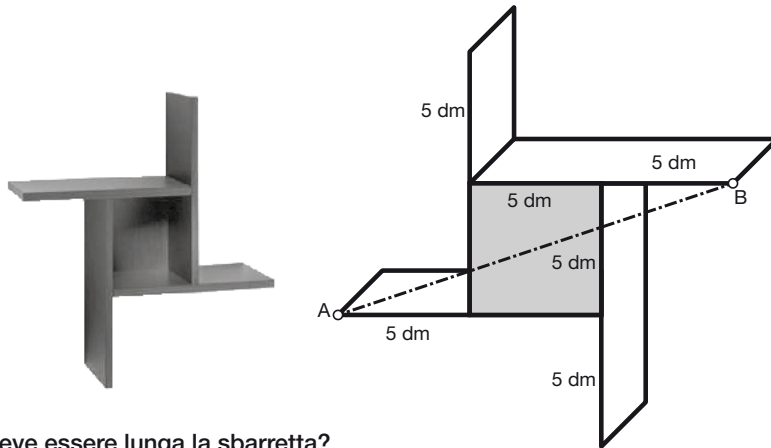
.....

## I 5 quesiti più difficili

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2014** [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

**D19** Leonardo vuole costruire una mensola come quella in figura. La parte sporgente delle assi della mensola è di lunghezza uguale a quella del lato del quadrato centrale.

Qui sotto è riportato lo schema della parte posteriore della mensola con le misure. Affinché la mensola sostenga il peso dei libri è necessario mettere una sbarretta d'acciaio che colleghi il punto A con il punto B, come nello schema.



a. Quanto deve essere lunga la sbarretta?

- A. Circa 11 dm
- B. Circa 16 dm
- C. Circa 20 dm
- D. Circa 25 dm

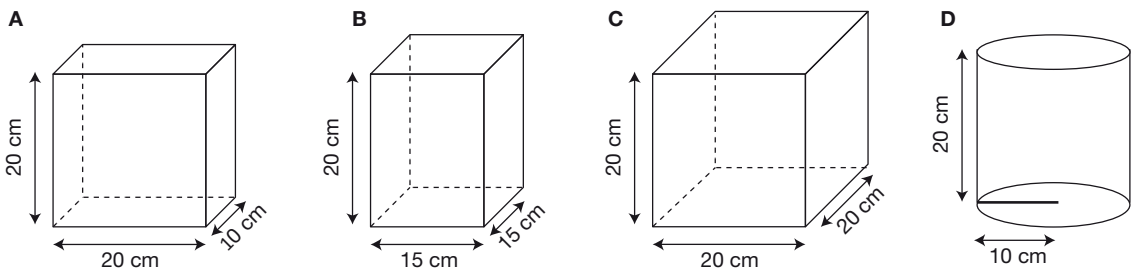
b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

.....

.....

**PROVA NAZIONALE INVALSI 2015** [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

**D13** Si versa 1 litro di acqua in ognuno dei contenitori qui rappresentati.



In quale contenitore l'acqua raggiungerà il livello più alto?

- A. Nel contenitore A
- B. Nel contenitore B
- C. Nel contenitore C
- D. Nel contenitore D

## 5. Le superfici e i volumi

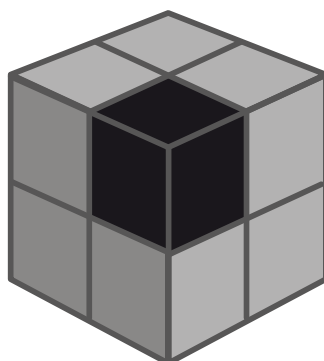
AMBITO Spazio e figure

### Che cosa chiede il quesito

Per risolvere in modo corretto il quesito, lo studente deve essere in grado di visualizzare come si modifica la superficie di un **solido composto**, se ne si toglie una parte. Pur essendo un quesito a scelta multipla, è risultato particolarmente difficile probabilmente perché per molti studenti il termine "eliminare" evoca una diminuzione. In questo caso, trattandosi di superficie e non di volume, l'eliminazione di un cubetto non comportava nessuna diminuzione della superficie totale del solido.

### PROVA NAZIONALE INVALSI 2017

**D19** Osserva la figura.



Il cubo nell'immagine è formato da 8 cubetti.

Viene eliminato il cubetto nero: com'è la superficie totale del solido rimanente rispetto a quella del cubo di partenza?

- A. Uguale a quella del cubo  
 B. Maggiore di quella del cubo  
 C. Minore di quella del cubo  
 D. Non si può sapere perché non si conosce la misura dello spigolo del cubo

X

Risposte sbagliate  
64,6%

34,3%

6,5%

45,0%

13,1%

m.r. 6,2%

### Perché hanno sbagliato

La maggior parte degli studenti sceglie l'opzione C, in una percentuale maggiore rispetto a chi ha individuato la risposta corretta A. È probabile che molti di loro abbiano letto in modo superficiale il quesito riportando la soluzione al volume e non alla superficie.

L'opzione D, invece, individua gli studenti che ritenevano non esistesse una risposta alla domanda perché non si hanno dati a sufficienza. Questo dimostra come molti abbiano ancora difficoltà a generalizzare per arrivare alla soluzione.

### Suggerimenti didattici

Le Indicazioni nazionali per **Spazio e figure** e per i **Traguardi** da raggiungere alla fine della scuola secondaria di I grado raccomandano che lo studente sia capace di:

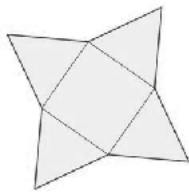
- riconoscere e denominare le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e coglierne le relazioni tra gli elementi
- visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali.

► Quesiti da proporre in classe

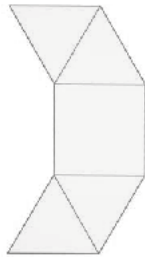
PROVA NAZIONALE INVALSI 2009 [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

**D5** La piramide disegnata qui a fianco è un solido formato da 4 triangoli equilateri uguali fra loro e una base quadrata.

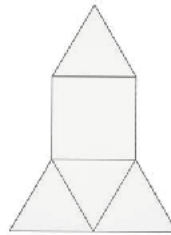
Per ciascuno dei seguenti disegni, indica con una crocetta nella tabella sottostante se è uno sviluppo della piramide.



Disegno 1



Disegno 2



Disegno 3

	SÌ	NO
Disegno 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Disegno 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Disegno 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

PROVA NAZIONALE INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

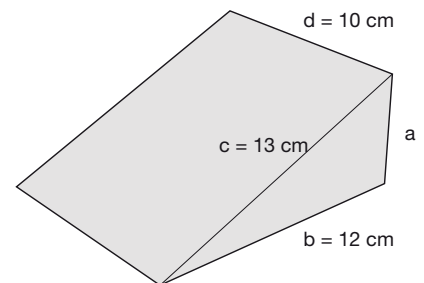
**D3** Per tenere aperte le porte a volte si usano dei cunei di legno come quello in figura.

Lo spigolo  $a$  è perpendicolare allo spigolo  $b$  e allo spigolo  $d$ .

Due cunei come quello in figura vengono incollati in modo da formare un parallelepipedo rettangolo.

Quali sono le dimensioni del parallelepipedo così ottenuto?

- A. 12 cm; 10 cm; 5 cm
- B. 13 cm; 12 cm; 5 cm
- C. 26 cm; 24 cm; 10 cm
- D. 24 cm; 20 cm; 10 cm

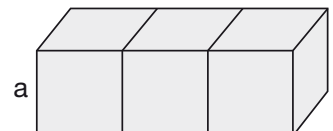


PROVA NAZIONALE INVALSI 2016 [▶ percentuali delle risposte a pag. 106]

**D22** Per formare il parallelepipedo che vedi in figura si incollano tra loro tre cubi uguali di spigolo  $a$ .

Quali sono le dimensioni del parallelepipedo così ottenuto?

- A.  $6a^2$
- B.  $7a^2$
- C.  $14a^2$
- D.  $18a^2$



# Percentuali delle risposte dei quesiti da proporre in classe

## 1. Sviluppare un'argomentazione

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova nazionale INVALSI 2014 D6	No. Sono ovviamente corrette le risposte che mostrano un controesempio. Sono accettate le risposte che fanno riferimento al fatto che si generano solo alcuni multipli del 15 con una giustificazione di tipo generale.	✓ 24,0% ✗ 66,2% m.r. 9,8%
Prova nazionale INVALSI 2014 D14	La somma sarà pari, perché: • se aggiungo 2 a un numero pari il risultato è pari • $a + b = 2n$ ; $a + 1 + b + 1 = 2n + 2$ pari perché multiplo di 2.	✓ 48,0% ✗ 41,1% m.r. 17,9%
Prova nazionale INVALSI 2015 D23	<b>A</b>	✓ 63,0% ✗ 33,0% m.r. 4,0%
Prova nazionale INVALSI 2016 D15	L'affermazione è falsa. Sono corrette tutte le risposte che fanno riferimento a un controesempio. Es. $20 + 1 = 21$ non è primo. Oppure sono accettate affermazioni generali che fanno riferimento al fatto che con questo procedimento si trovano tutti i numeri dispari, ma non tutti i dispari sono numeri primi.	✓ 37,1% ✗ 41,4% m.r. 21,6%

## 2. Le equivalenze

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova nazionale INVALSI 2008 C1	<b>B</b>	✓ 74,4% ✗ 22,4% m.r. 3,2%
Prova nazionale INVALSI 2011 D18	<b>B</b>	✓ 63,9% ✗ 35,4% m.r. 0,7%
Prova nazionale INVALSI 2012 E11	<b>D</b>	✓ 26,2% ✗ 35,4% m.r. 0,7%
Prova nazionale INVALSI 2015 D4	A. Vero B. Vero C. Falso D. Vero	A. ✓ 56,4% ✗ 38,1% m.r. 5,5% B. ✓ 42,2% ✗ 52,2% m.r. 5,6% C. ✓ 44,7% ✗ 49,7% m.r. 5,5% D. ✓ 48,2% ✗ 46,2% m.r. 5,6%

## I 10 quesiti INVALSI più difficili

### 3. Riconoscere le forme del piano e dello spazio

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova nazionale INVALSI 2012 E6	<b>C</b>	✓ 24,1% ✗ 74,1% m.r. 1,8%
Prova nazionale INVALSI 2014 D8	<b>B</b>	✓ 53,1% ✗ 46,1% m.r. 0,7%
Prova nazionale INVALSI 2014 D22	<b>A</b>	✓ 47,2% ✗ 50,5% m.r. 2,3%
Prova nazionale INVALSI 2016 D6	Si. Sono corrette tutte le risposte che fanno riferimento al fatto che AO e OB sono congruenti in quanto raggi della circonferenza. Il triangolo AOB è dunque isoscele e gli angoli alla base sono congruenti.	✓ 23,7% ✗ 59,5% m.r. 16,8%

### 4. Il teorema di Pitagora in contesti reali

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova nazionale INVALSI 2010 D11	<b>C</b>	✓ 42,6% ✗ 53,9% m.r. 3,5%
Prova nazionale INVALSI 2013 D3	a. <b>C</b> b. $l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ m $5 \times 3,2 = 16$ m <sup>2</sup> Oppure 3 – 4 – 5 sono una terna pitagorica. $5 \times 3,2 = 16$ m <sup>2</sup>	A. ✓ 44,6% ✗ 44,7% m.r. 10,6% B. ✓ 35,4% ✗ 35,4% m.r. 29,2%
Prova nazionale INVALSI 2014 D19	a. <b>B</b> b. Si applica il teorema di Pitagora al triangolo con cateti 5 dm e 15 dm.	A. ✓ 56,5% ✗ 37,3% m.r. 6,2% B. ✓ 29,1% ✗ 44,5% m.r. 26,4%
Prova nazionale INVALSI 2015 D13	<b>A</b>	✓ 19,6% ✗ 79,9% m.r. 0,5%

### 5. Le superfici e i volumi

Quesito	Risposta corretta	Percentuali risposte
Prova nazionale INVALSI 2009 D5	1. Sì 2. No 3. Sì	✓ 98,1% ✗ 1,6% m.r. 0,3%
Prova nazionale INVALSI 2016 D3	<b>A</b>	✓ 48,7% ✗ 48,7% m.r. 2,6%
Prova nazionale INVALSI 2016 D22	<b>C</b>	✓ 48,7% ✗ 48,7% m.r. 2,6%