ANNO 2003 • Indirizzo MECCANICA • Corsi di ordinamento e corsi del progetto SIRIO

ARGOMENTO *Ruote dentate, alberi di trasmissione*

RIFERIMENTO Volume 2, Capitoli 12 e 13; Volume 3, Capitolo 5

Si deve provvedere all'accoppiamento tra un motore asincrono trifase e una pompa a vite, mediante un riduttore a ruote dentate cilindriche a denti diritti. Si consideri che:

- il motore asincrono ha una sola coppia polare;
- il regime di rotazione della pompa è variabile tra 450 e 600 giri/min;
- la potenza nominale del motore è pari a 25 kW.

Il candidato, dopo aver tracciato uno schema dell'accoppiamento e dopo aver scelto, secondo opportuni e giustificati criteri, ogni altro elemento mancante, esegua il proporzionamento del riduttore verificando, anche a usura, l'ingranaggio.

Sappiamo che la velocità di rotazione di un motore elettrico asincrono trifase è:

$$n = 60 \cdot \frac{f}{p}$$

dove f è la frequenza = 50 Hz e p è il numero di coppie di poli = 1. Quindi è:

$$n = 60 \cdot \frac{50}{1} = 3000 \text{ giri/min}$$

e la velocità angolare è:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cong 314{,}16 \text{ rad/s}$$

Supponendo che la pompa a vite debba poter variare con continuità la sua velocità, il motore dovrà essere comandato da un variatore di frequenza (inverter); possiamo quindi trascurare lo scorrimento del motore sotto carico (recuperabile con un leggero incremento della frequenza) e dimensionare il riduttore con i seguenti dati:

$$n_1 = 3000 \text{ giri/min} \qquad n_2 = 600 \text{ giri/min}$$

facendo corrispondere la massima velocità della pompa alla velocità nominale del motore.

Alle frequenze più basse un inverter fornisce potenze più basse, ma anche la pompa a vite assorbe potenze più basse (la portata di fluido elaborata è direttamente proporzionale alla velocità di rotazione); le due cose sono quindi perfettamente compatibili. La frequenza di alimentazione più bassa, se a 50 Hz corrispondono 600 giri/min della pompa, sarà:

$$f_{min} = 50 \cdot \frac{450}{600} = 37{,}5 \text{ Hz}$$

Il rapporto di riduzione del riduttore sarà quindi $i = 3000/600 = 5$ e, non essendo un valore molto elevato, ragionevolmente il riduttore stesso potrà essere realizzato con una sola coppia di ruote.

Per ridurre il più possibile l'ingombro, sappiamo che è bene che il numero di denti del pignone sia il minimo possibile, compatibilmente con la necessità di evitare l'interferenza. I manuali prevedono per la ruota motrice un numero minimo di denti:

$$z_1 = 14 \text{ denti}$$

cui corrisponderà un numero di denti della ruota condotta:

$$z_2 = 14 \cdot 5 = 70 \text{ denti}$$

Per dimensionare il riduttore scegliamo come materiale un acciaio da bonifica C50; la pressione massima tollerata sul fianco del dente è $p_{am} = 375 \text{ N/mm}^2$ (v. Manuale, pag. 702).

Per acciai bonificati, l'usura risulta il tipo di sollecitazione più gravoso, pertanto il calcolo del modulo si esegue in base alla resistenza all'usura (RH). Si effettua con la formula riportata dal Manuale:

$$m = C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_{am}^2}}$$

in cui il coefficiente C è dato, in funzione di z_1 e del rapporto di ingranaggio pari a 5, dalla tab. 62 interpolata. Si ha $C = 15{,}5$; prevedendo di realizzare un supporto scatolato assumeremo $\lambda = 25$.

La potenza nominale del motore, data dal testo, è di 25 kW; assumendo un fattore di servizio di 1,3 (tab. 61, servizio normale con lieve sovraccarico) la potenza di calcolo sarà:

$$P = f_s \cdot P_n = 1{,}3 \cdot 25 = 32{,}5 \text{ kW}$$

Quindi iI momento massimo sull'albero (M_1) risulta:

$$M_1 = 9549{,}3 \cdot \frac{32{,}5}{3000} \cong 103{,}45 \text{ N} \cdot \text{m} \cong 103\,450 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Si ha pertanto:

$$m = C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_{am}^2}} = 15{,}5 \cdot \sqrt[3]{\frac{103\,450}{25 \cdot 375^2}} \cong 4{,}8 \text{ mm}$$

Si adotta quindi il modulo unificato $m = 5$ mm.

Va notato che effettuando un dimensionamento a flessione, con $k = 180$ N/mm^2, si sarebbe trovato un modulo di 2 mm, che sarebbe stato bocciato da una verifica a usura.

Dimensionamento delle ruote

Si ha quindi:

- modulo: $m = 5$ mm;
- angolo di pressione: $\theta = 20°$;
- rapporto di riduzione: $i = 5$;
- larghezza: $b = \lambda \cdot m = 25 \cdot 5 = 125$ mm;
- numero denti pignone: $z_1 = 14$;
- diametro primitivo del pignone: $d_1 = 5 \cdot 14 = 70$ mm;
- numero denti della ruota: $z_2 = 70$
- diametro primitivo della ruota: $d_2 = 5 \cdot 70 = 350$ mm

La velocità sarà di circa 11 m/s. La lubrificazione dovrà essere a bagno d'olio.

Dimensionamento dell' albero motore

Abbiamo già calcolato il momento torcente sull'albero motore, pari a 103,45 N · m; sulla prima ruota si ha quindi:

$$F_{t1} = \frac{M_{t1}}{r_{p1}} = \frac{103450}{35} \cong 2956 \text{ N}$$

e la forza che agisce sull'albero vale:

$$F = \frac{F_{t1}}{\cos\theta} = \frac{2956}{\cos 20°} \cong 3145 \text{ N}$$

La forza che agisce sui due supporti della ruota à quindi:

$$R_a = R_b \cong 1573 \text{ N}$$

Stabiliamo che i cuscinetti degli alberi dell'ingranaggio siano a sfere, e stabiliamo per la loro scelta un numero di ore di funzionamento pari a 40 000 h.

Essendo n = 3000 giri/min, la durata in milioni di giri si calcola con la formula (6.22) del volume 3:

$$L = \frac{60 \cdot n \cdot L_h}{1\,000\,000} = \frac{60 \cdot 3000 \cdot 40\,000}{1\,000\,000} = 7200$$

Questo significa che il cuscinetto deve avere un coefficiente di carico dinamico, secondo la relazione (6.21):

$$C = F \cdot L^{1/p} = 1573 \cdot 7200^{1/3} \cong 30\,370 \text{ N}$$

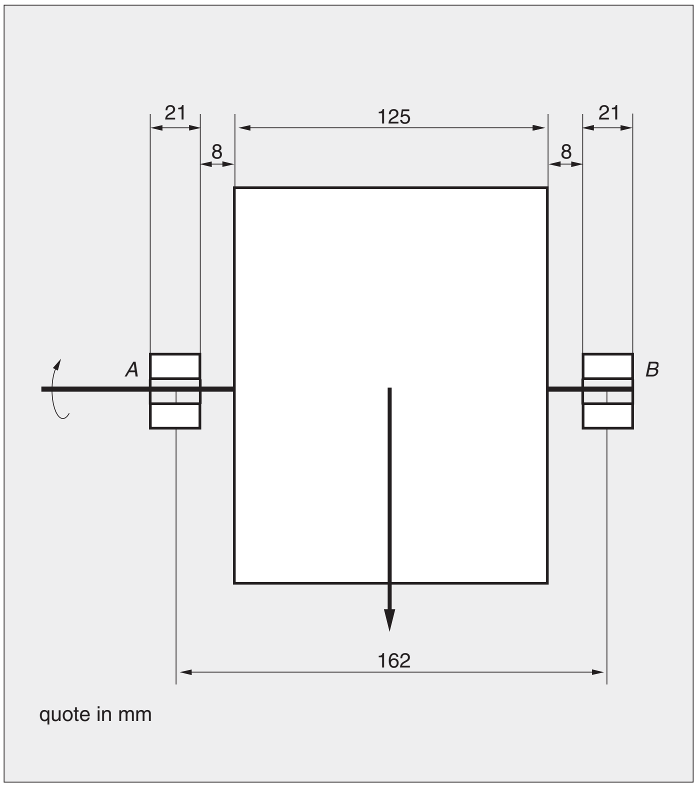
Dal Manuale (tab. 39, pag. 680) si sceglie un cuscinetto della serie 03, con coefficiente di carico C = 33 200 N, di diametro d = = 35 mm. Disponendo di un catalogo SKF si vede che l'appellativo del cuscinetto è 6307. I suoi dati principali, che per inciso si possono ritrovare anche nel volume 3 alla tabella 6.4, sono:

C = 33 200 N $\qquad$ d = 35 mm

D = 80 mm $\qquad$ B = 21 mm

La velocità massima (se lubrificato con olio) è n = 10 000 giri/min.

Avendo stabilito la larghezza dei cuscinetti (21 mm) e la larghezza della ruota dentata (125 mm), lasciando un ragionevole spazio per i giochi assiali e la scatola ingranaggi, possiamo ipotizzare lo schema di albero rappresentato in figura.



L'albero è sollecitato dal momento torcente già calcolato, pari a 103,45 N·m, e da un momento flettente massimo

$$M_f = R_a \cdot \frac{l}{2} = 1573 \cdot \frac{162}{2} \cong 127\,400 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Il momento flettente ideale è quindi:

$$M_{f(id)} = \sqrt{\left(M_f\right)^2 + 0{,}75 \cdot \left(M_t\right)^2} = \sqrt{127\,400^2 + 0{,}75 \cdot 103\,450^2} \cong 155\,700 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Assumendo un diametro dell'albero costante, pari a quello interno dei cuscinetti, ossia 35 mm, e prevedendo di montare la ruota con una linguetta ed un leggero forzamento, la profondità della cava sull'albero è di 5 mm, e quindi il diametro resistente di 30 mm. Con questo diametro risulta un modulo di resistenza

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot 30^3 \cong 2651 \text{ mm}^3$$

e quindi una sollecitazione

$$\sigma = \frac{M_{f(id)}}{W_f} = \frac{155\,700}{2651} \cong 58{,}7 \text{ N/mm}^2$$

Pensando di utilizzare come materiale per l'albero un acciaio C40 bonificato, con σ_r = 700 N/mm^2, si ha un coefficiente di sicurezza alla rottura a = 700/58,7 ≅ 12, addirittura esagerato.

Che il montaggio del pignone possa essere realizzato con linguetta si verifica considerando che la profondità della cava sul mozzo è di 3,3 mm, il raggio del foro è 35/2 = 17,5 mm, il diametro di piede è 57,5 mm e quindi sulla ruota tra il fondo della cava e il piede del dente restano 7,95 mm, spessore più che sufficiente.

Dimensionamento dell' albero condotto

Si procede come per l'albero motore, considerando la stessa distanza tra gli appoggi. La forza F_t sarà uguale a quella prima calcolata per la ruota 1, e anche le reazioni sugli appoggi risulteranno le stesse. Il momento flettente massimo sarà quindi uguale, mentre il momento torcente sarà maggiore:

$$M_{t2} = M_{t1} \cdot i = 103\,450 \cdot 5 \cong 517\,250 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

il momento flettente ideale è:

$$M_{f(id)} = \sqrt{\left(M_f\right)^2 + 0{,}75 \cdot \left(M_t\right)^2} = \sqrt{127\,400^2 + 0{,}75 \cdot 517\,250^2} \cong 1\,465\,700 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Assumendo lo stesso materiale dell'albero motore, ma stavolta con un coefficiente di sicurezza pari a 9, si ha:

$$k = \frac{\sigma_r}{a} = \frac{700}{9} \cong 78 \text{ N/mm}^2$$

e il diametro

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{f(id)}}{0{,}1 \cdot k}} = \sqrt[3]{\frac{465\,700}{0{,}1 \cdot 78}} \cong 37{,}7 \text{ mm}$$

che porteremo a 43 mm per tener conto della profondità della cava sull'albero.

Per quanto riguarda i cuscinetti, converrà per motivi di uniformità utilizzare lo stesso tipo selezionato per l'albero motore. In ogni caso, cambiando la velocità, cambierà il carico dinamico, e in teoria potrebbero essere scelti differenti. A puro scopo didattico, essendo n = 600 giri/min, la durata in milioni di giri diventa:

$$L = \frac{60 \cdot 600 \cdot 40\,000}{1\,000\,000} = 1440$$

Questo significa che il cuscinetto deve avere un coefficiente di carico dinamico, secondo la relazione (6.21):

$$C = F \cdot L^{1/p} = 1573 \cdot 1440^{1/3} \cong 17\,760 \text{ N}$$

Dal Manuale (tab. 39, pag. 680) si potrebbe scegliere un cuscinetto della serie 03, con coefficiente di carico C = 22 500 N, di diametro d = 25 mm. Disponendo di un catalogo SKF si vede che l'appellativo del cuscinetto è 6305. I suoi dati principali, anch'essi riportati nel volume 3 alla tab. 6.4, sono:

$$C = 22\,500 \text{ N} \qquad d = 25 \text{ mm} \qquad D = 62 \text{ mm} \qquad B = 17 \text{ mm}$$

La velocità massima (se lubrificato con olio) è n = 14 000 giri/min.