

M6

MODELLI Democrazia

M1	Crescita e forma 1	Volume 3
M2	Ottimizzazione	
M3	Climate change	
M4	Economia 1	Volume 4
M5	Crescita e forma 2	
▶ M6	Democracy (Democrazia)	Volume 5
M7	Economia 2	
M8	Decidere in condizioni di incertezza	
M9	War and Peace	



INTRODUZIONE DELL'AUTORE

In una democrazia rappresentativa, come l'Italia, il popolo esercita il potere tramite i suoi rappresentanti. Ma come si scelgono?

Nel mondo esistono diversi metodi che spesso sono combinazioni del sistema proporzionale e del sistema maggioritario, alla ricerca di un difficile equilibrio tra rappresentatività fedele e governabilità.

In questo capitolo analizziamo i più semplici aspetti matematici del problema di scegliere «il migliore» tra i candidati.

Questo capitolo può essere inserito in un percorso di *Cittadinanza e costituzione*.

PROBLEMI GUIDATI

Problema 1

Le difficoltà della democrazia rappresentativa

Non è sempre facile prendere decisioni, soprattutto se questo compito spetta a un gruppo, invece che a un individuo.

In un paesino, 500 persone devono eleggere 5 rappresentanti al consiglio comunale, scegliendoli tra i candidati del partito rosso e del partito azzurro.

- Come faranno gli elettori a decidere il numero di rappresentanti che ciascun partito dovrà fornire?



Come si fa

I metodi che determinano il risultato delle elezioni variano molto da una nazione all'altra. I sistemi elettorali più comuni sono il proporzionale e il maggioritario.

Nel sistema proporzionale, ogni partito fornisce rappresentanti secondo la percentuale di voti che riceve. Per esempio, un partito che si aggiudica il 30% dei voti designerà il 30% dei rappresentanti.

In questo modo l'insieme degli eletti rappresenta fedelmente la volontà popolare, ma ci sono alcuni svantaggi:

- rappresentazione geografica squilibrata: poiché i rappresentanti sono scelti da un'unica lista, è possibile che una data città o regione non abbia alcun rappresentante eletto;
- difficoltà nel formare una maggioranza: se i partiti sono tanti, può essere difficile formare una coalizione che nel complesso superi il 50% dei voti.

Nel sistema maggioritario, vince le elezioni il candidato o il partito che ottiene più voti. Molte nazioni usano un sistema misto, in parte proporzionale e in parte maggioritario: assegnano alcuni seggi al candidato primo in classifica e gli altri seggi proporzionalmente.

Nel sistema maggioritario, la regione dove si vota può essere divisa in collegi che eleggono un rappresentante ciascuno, tramite un voto a maggioranza.

La maniera di delimitare i collegi può stravolgere l'esito delle elezioni, come vedremo in seguito.

Torniamo al paesino con 500 abitanti. Supponiamo che 300 di loro votino il partito azzurro e 200 il partito rosso. Nella **figura 1**, ciascun simbolo rappresenta 10 elettori.

Nel sistema proporzionale, il partito rosso otterrebbe il 40% dei voti e il partito azzurro il 60%. Varrebbero le stesse percentuali per il numero di rappresentanti eletti: due apparterrebbero al partito rosso e tre a quello azzurro.

In alternativa, si potrebbe dividere il paesino in cinque collegi, ciascuno dei quali elegge un rappresentante. La **figura 2** mostra una possibile suddivisione del territorio, e quindi degli elettori.

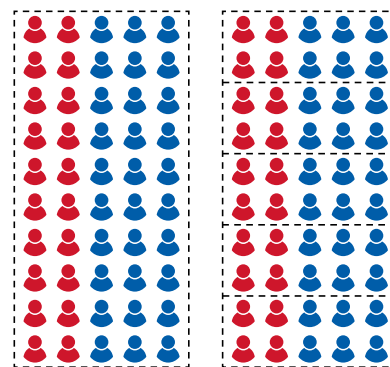


Figura 1

Figura 2

In ciascun collegio (rettangolo orizzontale) il partito azzurro vince per 60-40; tutti e cinque i rappresentanti appartenerebbero perciò a quel partito. Ma... si possono tracciare i confini dei collegi in varie maniere. La **figura 3** mostra un'altra possibilità.

In questo caso il partito azzurro vince in due collegi (90-10) e quello rosso vince negli altri tre (60-40); si avrebbero quindi tre rappresentanti rossi e due azzurri, benché il partito rosso abbia complessivamente ottenuto meno voti! Nel sistema maggioritario, quindi, il risultato può variare molto a seconda di come sono delimitati i collegi (naturalmente, i loro confini sono stabiliti *prima* delle elezioni!).

[esempio tratto da Colin Beveridge, *The Maths Behind...*, Cassel Illustrated]

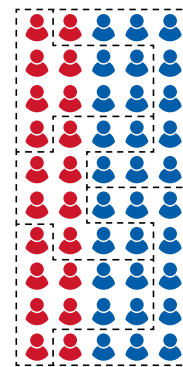


Figura 3

Problema 2

Il migliore tra tanti

Gli anziani del Regno Lontano Lontano devono eleggere una nuova regina o un nuovo re. I nove membri del Consiglio degli Anziani hanno scelto tre candidati: il principe Arthur (A), la principessa Brigitte (B) e la principessa Charlotte (C).

Ora gli anziani devono stabilire un sistema per scegliere il migliore dei tre candidati. Proponi una procedura da seguire.

Come si fa

Se si trovano in lizza più di due candidati, il procedimento elettorale più semplice è *il voto a maggioranza relativa*: ciascun elettore vota un candidato; vince quello che ottiene più voti.

Questo metodo è spesso considerato iniquo, perché si può vincere anche senza ottenere la maggioranza assoluta; inoltre il risultato può dipendere dai candidati secondari. Immaginiamo che A riceva 5 voti, B ne riceva 4 e C ne riceva 2. Se B e C sono molto simili, in assenza di C i suoi voti potrebbero andare a B, che quindi ne totalizzerebbe 6 e vincerebbe.

Per evitare questo problema si usa spesso un *sistema elettorale a doppio turno*: se nessun candidato arriva al 50% dei voti, si tiene un ballottaggio tra quello che ha ottenuto più voti e il secondo classificato.

Supponiamo di conoscere la classifica dei tre candidati stabilita da ciascun anziano:

	Anziano 1	Anziano 2	Anziano 3	Anziano 4	Anziano 5	Anziano 6	Anziano 7	Anziano 8	Anziano 9
Prima scelta	A	B	A	A	B	C	B	A	C
Seconda scelta	B	C	B	C	C	B	A	B	B
Terza scelta	C	A	C	B	A	A	C	C	A

Se si tenesse un'elezione a maggioranza relativa, A otterrebbe 4 voti, B ne otterrebbe 3 e C ne otterrebbe 2: vincerebbe A.

Usando invece un sistema elettorale a doppio turno, si andrebbe al ballottaggio perché A non ha la maggioranza; nella seconda elezione si troverebbero in lizza A e B, e sarebbe B a vincere, con 5 voti contro 4.

Problema 3

Il migliore tra tanti 2: il conteggio di Borda

Lo scopo delle elezioni è scegliere il candidato migliore in un gruppo, un po' come nei campionati sportivi.

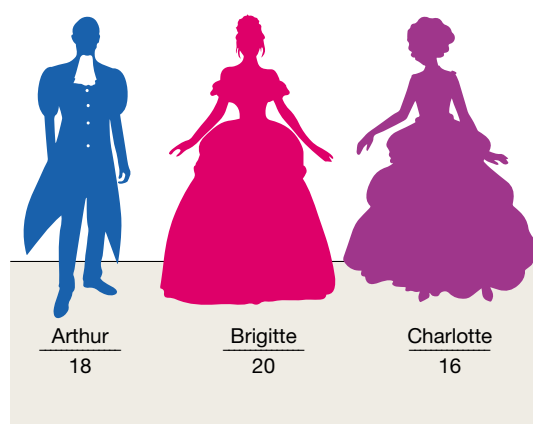
Per questo motivo si è proposto un procedimento elettorale che ricorda i punteggi sportivi, perché tiene conto della classifica completa dei candidati stilata dagli elettori: se per esempio i candidati sono tre, ogni elettore assegna tre punti al candidato preferito, due punti al candidato di seconda scelta e un punto al candidato che apprezza di meno. Vince il candidato che totalizza più punti.

Questo metodo è detto *conteggio di Borda*.

Cosa succederebbe se procedessero così gli anziani del Regno Lontano Lontano (Problema 2)?

Come si fa

- Arthur è primo in classifica 4 volte, secondo in classifica 1 volta e terzo in classifica 4 volte; ottiene quindi $4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 18$ punti.
- Brigitte è prima in classifica 3 volte, seconda in classifica 5 volte e terza in classifica 1 volta; ottiene quindi $3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 20$ punti.
- Charlotte è prima in classifica 2 volte, seconda in classifica 3 volte e terza in classifica 4 volte; ottiene quindi $2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 16$ punti.



Vincerebbe Brigitte.

Problema 4

Il criterio di Condorcet

Nicolas de Condorcet (1743-1794), filosofo e matematico francese, formulò un criterio di equità per i procedimenti elettorali.

Si chiama «vincitore di Condorcet» il candidato che sconfiggerebbe tutti gli altri in confronti a due.

Si dice che il procedimento elettorale soddisfa il criterio di Condorcet se, in qualunque modo gli elettori classifichino i candidati, o non c'è un vincitore di Condorcet (cioè nessun candidato sconfiggerebbe tutti gli altri in confronti a due) o, in alternativa, il vincitore individuato dal procedimento scelto è un vincitore di Condorcet.

Il criterio di Condorcet sembra molto ragionevole; ogni sistema democratico vorrebbe che il proprio procedimento elettorale lo rispettasse. Considera le liste di preferenze del Problema 2: c'è un vincitore di Condorcet?

Come si fa

Secondo le liste di preferenze, Brigitte sconfiggerebbe Arthur per 5 a 4 in un'elezione a due. Inoltre, Brigitte sconfiggerebbe Charlotte per 6 a 3, e Arthur sconfiggerebbe Charlotte per 5 a 4.

Brigitte è quindi una vincitrice di Condorcet.

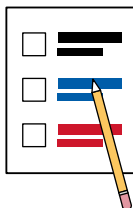


ESERCIZI PROPOSTI

1 Vincere con meno voti Il presidente degli Stati Uniti non è eletto direttamente dal popolo: con il sistema maggioritario si eleggono 538 rappresentanti («grandi elettori»), che poi eleggono il presidente. Cinque volte, nel 1824, 1876, 1888, 2000 e 2016, si è eletto un presidente che ha ricevuto meno voti complessivi («popolari») del candidato sconfitto. Scegli una di queste elezioni presidenziali, informati sui voti ottenuti dai candidati e spiega come mai il candidato con meno voti sia stato eletto.

1. ELEZIONI GENERALI

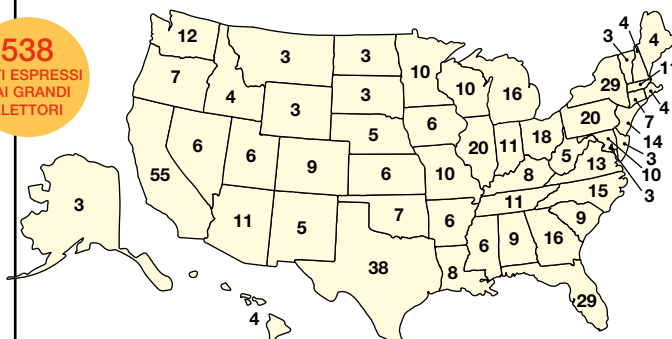
I cittadini di ciascuno stato dell'unione esprimono un voto per il presidente e uno per il vicepresidente. Così facendo contribuiscono a individuare i cosiddetti **grandi elettori** del proprio stato.



2. COLLEGIO ELETTORALE

Il collegio elettorale è formato dai grandi elettori; ogni stato dispone di un certo numero di grandi elettori, corrispondente al numero dei suoi rappresentanti nel Congresso. Dopo le elezioni generali, ogni grande elettore esprime un voto; vince il candidato che ottiene più della metà dei voti (cioè almeno 270).

538
VOTI ESPRESI
DAI GRANDI
ELETTORI



3. INSEDIAMENTO PRESIDENZIALE

Il presidente e il vicepresidente eletti si insediano a gennaio.



2 Il presidente della classe Gli studenti della tua classe devono eleggere un presidente. Definisci un procedimento elettorale e giustifica la tua scelta.

3 I rappresentanti di classe Gli studenti della tua classe devono eleggere due rappresentanti. Definisci un procedimento elettorale e giustifica la tua scelta.

4 Giorno dell'esame Una classe di 27 studenti deve scegliere il giorno in cui si svolgerà un certo esame. Sono qui riportate le loro preferenze:

	12 studenti	6 studenti	9 studenti
Prima scelta	martedì	mercoledì	lunedì
Seconda scelta	lunedì	lunedì	mercoledì
Terza scelta	mercoledì	martedì	martedì

Quale sarà il giorno scelto se si adotta

a. il voto a maggioranza relativa? **b.** il conteggio di Borda? **c.** un sistema elettorale a doppio turno?

5 Giorno dell'esame secondo Condorcet Considera le liste di preferenze dell'esercizio precedente.

a. «martedì» è un vincitore di Condorcet? **b.** «lunedì» è un vincitore di Condorcet?

6 Liste di preferenze Quante possono essere le liste di preferenze diverse per 3 candidati? E per n candidati?

7 Vincitore di Condorcet Nel caso di 5 elettori e 3 candidati (X, Y e Z), stila un insieme di liste di preferenze tali che:

a. Y sia un vincitore di Condorcet;
b. non ci sia un vincitore di Condorcet.

- 8** **La presidenza** La tabella seguente mostra le preferenze dei nove membri di un consiglio riguardo a tre candidati per la presidenza.

	Elettore 1	Elettore 2	Elettore 3	Elettore 4	Elettore 5	Elettore 6	Elettore 7	Elettore 8	Elettore 9
Prima scelta	A	B	A	A	B	C	B	A	C
Seconda scelta	C	C	C	C	C	B	C	C	B
Terza scelta	B	A	B	B	A	A	A	B	A

Determina chi vince in un'elezione a doppio turno. La stessa persona vince anche secondo il criterio di Condorcet?

- 9** **Concorso musicale** In un concorso musicale, tre canzoni sono arrivate in finale: *A me tutto o nulla* (A), *Baciami matematica* (B) e *Calcolerò per te* (C). La tabella seguente mostra le preferenze dei giurati.

	Giurato 1	Giurato 2	Giurato 3	Giurato 4	Giurato 5
Prima scelta	A	A	C	A	C
Seconda scelta	C	C	B	C	B
Terza scelta	B	B	A	B	A

Usa il conteggio di Borda per determinare la canzone vincente. La stessa canzone è anche una vincitrice di Condorcet?

- 10** **Sondaggi presidenziali** Tre persone sono candidate alla presidenza: Xen (X), Yum (Y) e Zam (Z). Secondo un certo sondaggio, queste sono le preferenze degli elettori:

	23%	20%	18%	11%	9%	19%
Prima scelta	X	Y	X	Y	Z	Z
Seconda scelta	Y	Z	Z	X	Y	X
Terza scelta	Z	X	Y	Z	X	Y

- Chi vincerebbe secondo il criterio di maggioranza relativa?
- Chi vincerebbe in un'elezione a doppio turno?
- C'è un vincitore di Condorcet?

- 11** **Altri sondaggi** Considera le liste di preferenze seguenti:

	22%	23%	15%	29%	7%	4%
Prima scelta	A	A	B	B	C	C
Seconda scelta	B	C	A	C	B	A
Terza scelta	C	B	C	A	A	B

- Chi vincerebbe secondo il criterio di maggioranza relativa?
- Chi vincerebbe in un'elezione a doppio turno?
- C'è un vincitore di Condorcet?