Dimostrazione del teorema di Varignon

Pidatella, Ferrari Aggradi, Pidatella, *Corso di meccanica, macchine ed energia* © Zanichelli 2012

Dimostreremo la validità del teorema di Varignon limitandoci a considerare per semplicità un sistema di due sole forze; è evidente che l'estensione a un sistema composto da n forze non crea difficoltà.

Siano F_1 ed F_2 le forze del sistema (FIGURA **1**) ed R la loro risultante costruita con il metodo del parallelogramma. Scegliamo un punto P ad arbitrio nel piano delle due forze e tracciamo il segmento h che unisce P con il punto di applicazione O delle forze. Successivamente proiettiamo le forze date e la loro risultante sulla retta r, passante per O e normale al segmento h. Indichiamo con b_1 e b_2 i bracci delle due forze e con d quello della risultante R. Per la similitudine dei triangoli ADO e OEP, possiamo scrivere:

$$F_{1x} : b_1 = F_1 : h \qquad \text{ovvero} \qquad F_{1x} \cdot h = F_1 \cdot b_1$$

In modo del tutto analogo, dalla similitudine dei triangoli BHO e OSP:

$$F_{2x} \cdot h = F_2 \cdot b_2 \qquad \text{e anche} \qquad R_x \cdot h = R \cdot d$$

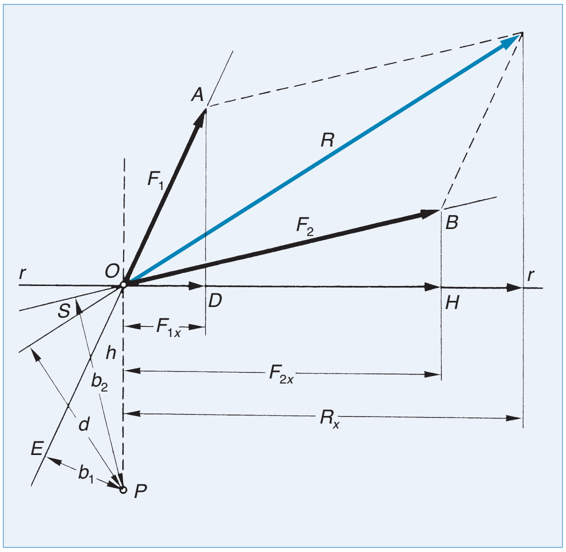
Il teorema sarà dimostrato se:

$$F_1 \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 = R \cdot d$$

che, con le notazioni precedenti, diviene:

$$F_{1x} \cdot h + F_{2x} \cdot h = R_x \cdot h$$

da cui, semplificando, segue: $F_{1x} + F_{2x} = R_x$, relazione senz'altro esatta, perché in accordo con il teorema delle proiezioni enunciato nell'approfondimento online *Le forze nello spazio*.



1 Dimostrazione del teorema di Varignon.