

**ESAME DI STATO
DI LICEO SCIENTIFICO
1999**

Indirizzo

Scientifico-Tecnologico

Progetto Brocca

La prova

Il candidato svolga una breve relazione su uno solo dei seguenti temi, a sua scelta.

Tema 1

Si vuole determinare il rapporto e/m , tra carica e massa di un elettrone, utilizzando un tubo contenente neon a bassa pressione al cui interno gli elettroni sono emessi per effetto termoelettronico (conosciuto anche come effetto termoionico).

Essi hanno una velocità iniziale trascurabile e sono accelerati tra due elettrodi da una differenza di potenziale $\Delta V = 0,78 \text{ kV}$ fino a raggiungere la velocità v . Gli atomi di neon ne rendono visibile la traiettoria interagendo al loro passaggio.

Una volta raggiunta la velocità v , gli elettroni entrano in una zona che è sede di un campo magnetico con $B = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ e con un angolo α tra i vettori \vec{B} e \vec{v} .

Il candidato:

1. descriva e spieghi l'effetto termoelettronico;
2. spieghi perché gli atomi di neon nel tubo rendono visibile la traiettoria degli elettroni;
3. disegni e commenti la possibile traiettoria di un elettrone tra due elettrodi (prima che risenta del campo magnetico) e poi all'interno del campo magnetico per $\alpha = 90^\circ$ e per $\alpha < 90^\circ$;
4. ricavi e commenti la formula che permette di calcolare la velocità dell'elettrone in funzione della d.d.p. tra gli elettrodi in un tubo sotto vuoto; calcoli tale velocità ricordando che la carica e la massa dell'elettrone sono $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;
5. ricavi e commenti la formula che permette di calcolare il raggio della traiettoria in funzione della velocità dell'elettrone e dell'induzione magnetica; calcoli il raggio di tale traiettoria sapendo che l'angolo tra i vettori \vec{B} e \vec{v} è $\alpha = 60^\circ$;

6. ricavare e commentare la formula che permette di calcolare il rapporto e/m in funzione dei valori misurabili ΔV , B e r .

La soluzione

Tema 1

1.

L'espressione *effetto termoelettronico* indica il fenomeno consistente nell'emissione di elettroni da parte di un metallo portato a una temperatura sensibilmente superiore alla temperatura ambiente. Consideriamo un tubo a vuoto con due elettrodi connessi ai poli di una batteria in serie con un amperometro. In condizioni normali, l'amperometro non indica il passaggio di alcuna corrente, o al più di una debole corrente di scarica dovuta al gas residuo nel tubo. Se però il catodo viene riscaldato, ad esempio facendovi passare la corrente di un circuito secondario, si osserva il passaggio di una corrente tanto più intensa quanto più è elevata la temperatura del catodo.

L'effetto termoelettronico è facilmente spiegabile in termini classici ricordando che, aumentando la temperatura, aumenta l'energia cinetica media delle particelle che costituiscono il metallo e in particolare degli elettroni. Aumenta di conseguenza la percentuale di elettroni veloci, con un'energia almeno sufficiente a vincere l'attrazione elettrostatica da parte del reticolo cristallino e ad uscire dal catodo. Una volta all'esterno del metallo, la differenza di potenziale applicata dalla batteria accelera gli elettroni verso l'anodo, in modo che essi vanno a costituire una corrente misurabile.

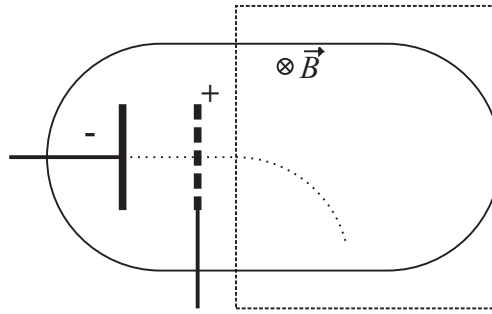
2.

Se nel tubo discusso in precedenza è presente del neon a bassa pressione, gli elettroni accelerati verso l'anodo urteranno gli atomi di neon al loro passaggio. Nell'urto fra un elettrone e un atomo di neon, l'energia dell'elettrone libero sarà ceduta in parte a uno degli elettroni più esterni dell'atomo di neon, il quale si porterà allora su un livello energetico più alto. Dopo un brevissimo intervallo di tempo, l'elettrone tornerà al livello energetico più basso, emettendo un fotone di energia hf pari alla differenza di energia fra i due livelli.

In altri termini, gli atomi di neon emetteranno luce al passaggio degli elettroni, permettendo così di individuarne la traiettoria (nei limiti in cui il concetto di traiettoria è applicabile a un elettrone).

3.

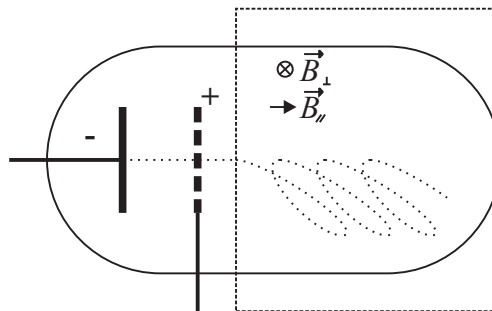
La traiettoria di un elettrone nel primo caso ($\alpha = 90^\circ$) è immediata. L'elettrone ha una traiettoria rettilinea fra i due elettrodi (a rigore, l'elettrone cade anche nel campo gravitazionale terrestre; ma il moto è così rapido che la traiettoria non fa in tempo a mostrare deviazioni dal percorso rettilineo). Quando l'elettrone entra nel rettangolo tratteggiato che è sede del campo \vec{B} (perpendicolare al piano del foglio), la forza di Lorentz fa sì che assuma una traiettoria circolare. Nel disegno che segue abbiamo tracciato la traiettoria dell'elettrone (o parte di essa) con una linea punteggiata.



Nel secondo caso ($\alpha < 90^\circ$) la situazione è più complessa, e la analizzeremo esclusivamente nel caso non relativistico $v \ll c$.

Ipotizziamo che il campo \vec{B} abbia due componenti, una \vec{B}_\perp perpendicolare al piano del foglio, l'altra \vec{B}_\parallel parallela alla direzione iniziale dell'elettrone. Scomponiamo il moto dell'elettrone in due moti indipendenti e sovrapposti, il primo con velocità \vec{v}_\perp perpendicolare a \vec{B} e il secondo con velocità \vec{v}_\parallel parallela ad esso. Mentre il secondo moto si manterrà invariato sotto l'azione del campo magnetico, il primo si trasformerà in un moto circolare uniforme. La sovrapposizione dei due moti darà luogo pertanto a una traiettoria elicoidale con asse parallelo a \vec{v}_\parallel e quindi a \vec{B} .

Il disegno non è semplice da realizzare. L'elica, nelle nostre ipotesi, ci appare di scorcio, poiché \vec{B} è inclinato rispetto al piano del disegno.



Non possiamo fare a meno di chiederci se è davvero questa la situazione che l'estensore della prova aveva in mente di sottoporre ai candidati. La ragione di dubitare ci è data dal punto 5. del tema, dove si parla di “raggio della traiettoria”. Che cosa si deve intendere per “raggio” di una traiettoria elicoidale? Il raggio del cilindro intorno al quale l'elica risulta avvolta? La risposta non è affatto ovvia. Per di più, il raggio inteso in questa accezione è proprio ciò che occorre misurare per determinare il rapporto e/m , come nel punto 6. si richiede esplicitamente. Ora, se si vuole misurare tale raggio, è certamente preferibile avere a che fare con una traiettoria piana piuttosto che con una traiettoria elicoidale: non si vede perché lo sperimentatore dovrebbe porsi in una situazione così scomoda, quando l'introduzione di un campo \vec{B} perpendicolare alla velocità iniziale degli elettroni consente misure molto più agevoli.

4.

La presenza di una differenza di potenziale ΔV accelera gli elettroni che emergono dal catodo. L'energia potenziale elettrostatica del sistema diminuisce, mentre aumenta l'energia cinetica degli elettroni:

$$-\Delta E_p = \Delta K$$

che per un singolo elettrone si scrive:

$$e\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

dove si è trascurata la velocità iniziale v_0 degli elettroni.

La velocità finale v degli elettroni risulta

$$v = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,78 \cdot 10^3 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,7 \cdot 10^7 \text{ m/s}. \quad (2)$$

Poiché $v \ll c$, la nostra trattazione non relativistica è giustificata.

5.

Rimandiamo il lettore ai nostri commenti alla fine della trattazione del punto 3., a proposito dell'espressione "raggio della traiettoria".

Supponendo che per raggio si intenda quello del cilindro intorno al quale è avvolta l'elica, ricordiamo che esso non è altro che il raggio del moto circolare uniforme relativo alla componente \vec{v}_\perp della velocità. Per questo moto, la forza di Lorentz svolge il ruolo di forza centripeta. Possiamo scrivere:

$$e v_\perp B = m \frac{v_\perp^2}{r}. \quad (3)$$

Ricavando r e osservando che $v_\perp = v \sin(\alpha)$ otteniamo:

$$r = \frac{m v \sin(\alpha)}{e B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^7 \text{ m/s} \cdot \sin(60^\circ)}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ T}} = 0,19 \text{ m}. \quad (4)$$

6.

Facciamo notare che se si vuole un'espressione che dipenda dalle grandezze sperimentalmente misurabili, nell'elenco di queste occorre comprendere l'angolo α . Di nuovo, il legame fra il tema e la cornice sperimentale proposta non ci sembra del tutto risolto.

Sostituendo nella (4) l'espressione della velocità data dalla (2) e elevando al quadrato otteniamo

$$r^2 = \frac{2 m \Delta V [\sin(\alpha)]^2}{e B^2}$$

e risolvendo per il rapporto e/m richiesto abbiamo infine:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \Delta V [\sin(\alpha)]^2}{r^2 B^2} \quad (5)$$