

**ESAME DI STATO  
DI LICEO SCIENTIFICO  
2002**

**Indirizzo Scientifico  
Progetto Brocca**

## La prova

**Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica.**

### Tema 1

L'effetto fotoelettrico rimase per lunghi anni un mistero fino alla scoperta delle sue leggi da parte di Albert Einstein e le attività sperimentali di Robert Andrews Millikan. Nel 1905, Einstein riuscì a fornire un'interpretazione del fenomeno introducendo il concetto di fotone, la cui esistenza fu poi confermata dalla scoperta dell'effetto Compton nel 1923. Einstein, Millikan e Compton ebbero il premio Nobel per la fisica rispettivamente negli anni 1921, 1923 e 1927.

Il candidato:

1. scriva e commenti le leggi fisiche dell'effetto fotoelettrico, descriva il fenomeno e proponga un esempio di applicazione tecnologica;
2. spieghi perché non è stato possibile interpretare l'effetto fotoelettrico utilizzando le caratteristiche di un'onda elettromagnetica;
3. descriva somiglianze e differenze tra il fotone di Einstein e il quanto di energia proposto da Planck nella radiazione del corpo nero;
4. descriva l'effetto Compton e commenti la formula:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \theta)$$

che mette in relazione le grandezze fisiche interessate;

5. calcoli l'angolo di diffusione di un fotone che, avendo un'energia iniziale di 0,8 MeV, ne perde un terzo per effetto Compton:  
( $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ,  $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

## La soluzione

### Tema 1

#### Le leggi dell'effetto fotoelettrico

Nel redigere le risposte per questo quesito e i seguenti, abbiamo ripreso il testo della discussione delle prove d'esame relative agli anni 1997 e 2000.

L'effetto fotoelettrico può essere messo in evidenza utilizzando un opportuno tubo a vuoto con due elettrodi connessi a una pila che mantiene fra essi una differenza di potenziale assegnata. Poiché i due elettrodi sono isolati, nel circuito così costituito non passa alcuna corrente. Ma se il catodo (l'elettrodo connesso al polo negativo della pila) è costituito da una piastrina metallica, è possibile far passare una corrente nel circuito illuminando il catodo con una sorgente di onde elettromagnetiche, visibili o ultraviolette. Finché la lunghezza d'onda della radiazione impiegata è *superiore* a un certo valore  $\lambda_0$ , detto lunghezza d'onda di soglia, nel circuito non si osserva alcuna corrente, qualunque sia l'intensità della sorgente impiegata. La corrente passa soltanto se la radiazione ha una lunghezza d'onda uguale o inferiore a  $\lambda_0$ .

Einstein propose un modello, basato sull'ipotesi che la luce abbia natura corpuscolare e sia costituita da quanti di luce che oggi chiamiamo fotoni. Quando un fotone colpisce un elettrone nel metallo che costituisce il catodo, gli cede la propria energia  $hf$ , con  $f$  pari alla frequenza della luce incidente. Se la frequenza del fotone è troppo bassa (ovvero, se la lunghezza d'onda è troppo alta), l'energia ceduta all'elettrone è inferiore al *lavoro di estrazione*  $W$  che misura l'energia necessaria ad estrarre un elettrone, e l'elettrone resta confinato nel metallo: qui, negli urti con il reticolo cristallino perde immediatamente l'energia acquistata. Se invece  $f$  è uguale o superiore a una frequenza di soglia  $f_0$  (ovvero, se  $\lambda$  è uguale o inferiore a  $\lambda_0 = c/f_0$ ) l'elettrone acquista un'energia almeno sufficiente a lasciare il metallo e a muoversi nel campo elettrico esterno stabilito dalla pila. La condizione che determina  $\lambda_0$  è allora semplicemente:

$$W = \frac{hc}{\lambda_0}. \quad (1)$$

L'effetto fotoelettrico è sfruttato in diversi dispositivi, fra cui le *cellule fotoelettriche* impiegate come interruttori sensibili alla luce nei circuiti che regolano l'apertura di cancelli automatici o l'attivazione di sistemi di allarme. Quando la radiazione che illumina il catodo viene intercettata da un oggetto di passaggio, la corrente nel circuito si interrompe. La variazione di corrente può essere utilizzata come segnale che attiva il servomeccanismo di apertura di un cancello.

#### L'effetto fotoelettrico dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico

Dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico, l'effetto fotoelettrico è sconcertante. Se nel circuito si stabilisce una corrente, possiamo ipotizzare che il catodo illuminato emetta elettroni, in maniera simile a quello che avviene nell'effetto termoionico. L'energia necessaria ad abbandonare il catodo, indicata dal lavoro di estrazione  $W$ , deve evidentemente essere fornita agli elettroni dalla radiazione incidente. Ma secondo l'elettromagnetismo classico l'energia della radiazione non dipende dalla lunghezza d'onda. Per la precisione, la densità di energia elettromagnetica in una zona dello spazio in cui è presente un campo elettrico sinusoidale è direttamente proporzionale al quadrato del valore massimo del campo. In questa relazione non compaiono né la frequenza né la lunghezza d'onda dell'onda elettromagnetica in questione.

In altri termini, con una sorgente di radiazione abbastanza intensa e quindi in grado di generare un campo elettrico con un valore massimo sufficientemente intenso, si dovrebbe osservare un passaggio di corrente per qualunque valore della lunghezza d'onda. L'esistenza di un effetto di soglia resta classicamente inspiegabile.

### I quanti di luce secondo Planck e secondo Einstein

L'effetto fotoelettrico fu spiegato da Einstein nel 1905 in base all'ipotesi dei quanti di luce, già avanzata in altra forma da Planck cinque anni prima a proposito del problema del corpo nero. In quel contesto, Planck aveva proposto di *quantizzare* gli scambi di energia fra radiazione e materia, ipotizzando che essi potessero avvenire soltanto per multipli di un'energia minima, data dal prodotto della costante  $h$  (oggi nota come *costante di Planck*) per la frequenza  $f$  della radiazione. Einstein estende l'ipotesi di Planck, proponendo di quantizzare *la radiazione stessa* e di considerarla come composta di corpuscoli o *quanti di luce* aventi energia  $hf$ . Ogni quanto ha quindi un'energia:

$$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda}. \quad (2)$$

Vale la pena di far notare che il termine *fotone*, che il testo della prova sembra attribuire ad Einstein, è più tardo e non è dovuto a lui.

Schematicamente:

- somiglianze: sia Planck che Einstein superano l'elettromagnetismo classico, riconoscendo che per spiegare un insieme di fatti sperimentali (il comportamento del corpo nero e l'effetto fotoelettrico) è inevitabile introdurre una forma di *quantizzazione* dell'energia;
- differenze: mentre Planck quantizza soltanto gli scambi energetici fra materia e radiazione, lasciando alla radiazione stessa il carattere continuo che le attribuisce l'elettromagnetismo classico, Einstein quantizza la radiazione stessa, proponendo esplicitamente di unificare dal punto di vista corpuscolare la descrizione della materia e della radiazione.

### L'effetto Compton

L'effetto Compton è osservabile mediante il seguente apparato sperimentale: una sorgente di raggi X viene usata per irraggiare un bersaglio di grafite; un apposito rivelatore raccoglie i raggi X diffusi al di là del bersaglio e ne misura la lunghezza d'onda. Si osserva che la lunghezza d'onda  $\lambda'$  della frazione più significativa dei raggi X diffusi è *maggiore* della lunghezza d'onda  $\lambda$  dei raggi incidenti.

Compton propose di spiegare la variazione della lunghezza d'onda considerando l'interazione fra i raggi X e gli elettroni della grafite come un urto elastico fra un fotone e un elettrone. Scrivendo i principi di conservazione dell'energia e della quantità di moto totali (in forma relativistica, data la presenza del fotone), e risolvendo il sistema di equazioni corrispondente, Compton ottenne l'espressione:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \theta) \quad (3)$$

dove  $m_0$  rappresenta la massa a riposo dell'elettrone, mentre  $\theta$  è l'angolo di diffusione fra la direzione dei fotoni X incidenti e quella dei fotoni diffusi.

L'ottimo accordo fra i dati sperimentali e l'espressione proposta da Compton convinse definitivamente la comunità dei fisici della validità del modello corpuscolare della luce proposto da Einstein.

## Il calcolo dell'angolo di diffusione

L'energia del fotone incidente è:

$$E = 0,8 \text{ MeV} = 0,8 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 1,28 \cdot 10^{-13} \text{ J} \quad (4)$$

mentre l'energia del fotone diffuso è

$$E = \frac{2}{3} 0,8 \text{ MeV} = 0,85 \cdot 10^{-13} \text{ J}. \quad (5)$$

Le corrispondenti lunghezze d'onda sono:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,28 \cdot 10^{-13} \text{ J}} = 1,55 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (6)$$

$$\lambda' = \frac{hc}{E'} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,85 \cdot 10^{-13} \text{ J}} = 2,34 \cdot 10^{-12} \text{ m}. \quad (7)$$

La variazione di lunghezza d'onda è pertanto:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2,34 \cdot 10^{-12} \text{ m} - 1,55 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 0,79 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (8)$$

e dalla (3) otteniamo:

$$\begin{aligned} \theta &= \arccos \left( 1 - \frac{m_0 \cdot c \cdot \Delta\lambda}{h} \right) = \\ &= \arccos \left( 1 - \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 0,78 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \right) = \\ &= 48^\circ. \end{aligned} \quad (9)$$