

**ESAME DI STATO  
DI LICEO SCIENTIFICO  
2006**

**Indirizzo**

**Scientifico Tecnologico**

**Progetto Brocca**

## La prova

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e delle cifre significative nella presentazione dei risultati numerici.

### Primo tema

L'effetto fotoelettrico, che presenta oggi tante applicazioni tecnologiche, si basa su una fondamentale interpretazione teorica che ha contribuito in modo essenziale allo sviluppo della fisica contemporanea.

Il candidato risponda ai seguenti quesiti e, dove è necessario effettuare calcoli, descriva i passaggi intermedi e commenti le conclusioni.

1. Relazionare sulla spiegazione teorica dell'effetto fotoelettrico proposta da Albert Einstein, confrontandola con i falliti tentativi d'interpretazione basati sulla fisica classica.
2. Dopo avere scritto e commentato le leggi che governano l'effetto fotoelettrico, proporre un esempio pratico descrivendo un'applicazione tecnologica e spiegandone il funzionamento.
3. Calcolare la lunghezza d'onda corrispondente alla frequenza di soglia per l'estrazione di fotoelettroni dal potassio, sapendo che il suo lavoro di estrazione è 2,21 eV.
4. Calcolare, in J e in eV, la massima energia cinetica e la corrispondente quantità di moto degli elettroni estratti da una superficie ricoperta di potassio irradiata con raggi ultravioletti di lunghezza d'onda  $\lambda = 248,2 \text{ nm}$  e calcolare la corrispondente lunghezza d'onda di de Broglie.

Si ricordano i seguenti valori approssimati:

$$\begin{aligned} e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; & m_e &= 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; \\ h &= 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; & c &= 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

# La soluzione

## Primo tema

### La spiegazione dell'effetto fotoelettrico

Nel redigere le risposte per questo quesito e i seguenti, abbiamo ripreso il testo della discussione delle prove d'esame relative agli anni 1997 e 2000.

L'effetto fotoelettrico può essere messo in evidenza utilizzando un opportuno tubo a vuoto con due elettrodi connessi a una pila che mantiene fra essi una differenza di potenziale assegnata. Poiché i due elettrodi sono isolati, nel circuito così costituito non passa alcuna corrente (fatto salvo il brevissimo transitorio per la carica delle capacità parassite presenti nel circuito). Ma se il catodo (l'elettrodo connesso al polo negativo della pila) è costituito da una piastrina metallica, è possibile far passare una corrente nel circuito illuminando il catodo con una sorgente di onde elettromagnetiche, visibili o ultraviolette. Finché la lunghezza d'onda della radiazione impiegata è *superiore* a un certo valore  $\lambda_0$ , detto lunghezza d'onda di soglia, nel circuito non si osserva alcuna corrente, qualunque sia l'intensità della sorgente impiegata. La corrente passa soltanto se la radiazione ha una lunghezza d'onda uguale o inferiore a  $\lambda_0$ .

Einstein propose un modello, basato sull'ipotesi che la luce abbia natura corpuscolare e sia costituita da quanti di luce che oggi chiamiamo fotoni. Quando un fotone colpisce un elettrone nel metallo che costituisce il catodo, gli cede la propria energia  $hf$ , con  $f$  pari alla frequenza della luce incidente. Se la frequenza del fotone è troppo bassa (ovvero, se la lunghezza d'onda è troppo alta), l'energia ceduta all'elettrone è inferiore al *lavoro di estrazione*  $W$  che misura l'energia necessaria ad estrarre un elettrone, e l'elettrone resta confinato nel metallo: qui, negli urti con il reticolo cristallino, perde immediatamente l'energia acquistata. Se invece  $f$  è uguale o superiore a una frequenza di soglia  $f_0$  (ovvero, se  $\lambda$  è uguale o inferiore a  $\lambda_0 = c/f_0$ ) l'elettrone acquista un'energia almeno sufficiente a lasciare il metallo e a muoversi nel campo elettrico esterno stabilito dalla pila. La condizione che determina  $\lambda_0$  è allora semplicemente:

$$W = \frac{hc}{\lambda_0}. \quad (1)$$

### L'effetto fotoelettrico dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico

Dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico, l'effetto fotoelettrico è sconcertante. Se nel circuito si stabilisce una corrente, possiamo ipotizzare che il catodo illuminato emetta elettroni, in maniera simile a quello che avviene nell'effetto termoionico. L'energia necessaria ad abbandonare il catodo, indicata dal lavoro di estrazione  $W$ , deve evidentemente essere fornita agli elettroni dalla radiazione incidente. Ma secondo l'elettromagnetismo classico l'energia della radiazione non dipende dalla lunghezza d'onda. Per la precisione, la densità di energia elettromagnetica in una zona dello spazio in cui è presente un campo elettrico sinusoidale è direttamente proporzionale al quadrato del valore massimo del campo. In questa relazione non compaiono né la frequenza né la lunghezza d'onda dell'onda elettromagnetica in questione.

In altri termini, con una sorgente di radiazione abbastanza intensa e quindi in grado di generare un campo elettrico con un valore massimo sufficientemente intenso, si dovrebbe osservare un passaggio di corrente per qualunque valore della lunghezza d'onda. L'esistenza di un effetto di soglia resta classicamente inspiegabile.

### Le leggi dell'effetto fotoelettrico

Per il principio di conservazione dell'energia, l'energia che l'elettrone possiede appena al di fuori del catodo deve essere uguale all'energia ceduta dal fotone, diminuita dell'energia  $W$  necessaria ad abbandonare il metallo e, eventualmente, dell'ulteriore energia persa per collisioni con gli atomi del

metallo. L'energia che un elettrone possiede dopo essere sfuggito al metallo è quindi al più uguale a:

$$E_e = E_f - W \quad (2)$$

dove  $E_f$  è l'energia del fotone incidente, mentre  $E_e$  è l'energia cinetica dell'elettrone estratto dal metallo.

Non appena l'elettrone è emesso dal catodo, esso viene accelerato dal campo elettrico imposto dalla pila fra gli elettrodi. Se la polarità del campo viene invertita, in modo che il catodo sia connesso al polo *positivo* della pila, la corrente nel circuito non va necessariamente a zero (*corrente inversa*), perché l'energia cinetica  $E_e$  può essere sufficiente a permettere all'elettrone di raggiungere l'elettrodo opposto. L'elettrone *risale* la ddp  $\Delta V$  grazie all'energia cinetica che possiede, e in questo modo tale energia cinetica si trasforma nell'energia potenziale  $E_p = e \cdot \Delta V$ . Se  $\Delta V$  è abbastanza grande, l'energia cinetica dell'elettrone non è sufficiente a permettergli di raggiungere l'elettrodo opposto e la corrente nel circuito va a zero: la ddp  $\Delta V_{arr}$  necessaria ad ottenere questo risultato è nota come *potenziale di arresto*.

### Un'applicazione dell'effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico è sfruttato in diversi dispositivi, fra cui le *cellule fotoelettriche* impiegate come interruttori sensibili alla luce nei circuiti che regolano l'apertura di cancelli automatici o l'attivazione di sistemi di allarme. Quando la radiazione che illumina il catodo viene intercettata da un oggetto di passaggio, la corrente nel circuito si interrompe. La variazione di corrente può essere utilizzata come segnale che attiva il servomeccanismo di apertura di un cancello.

### La lunghezza d'onda di soglia

Poiché  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , il lavoro di estrazione del potassio risulta:

$$W = 2,21 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \quad (3)$$

Dall'equazione (1) si ricava, nel caso in esame:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}. \quad (4)$$

### Le proprietà dei fotoelettroni

I fotoni della luce ultravioletta incidente hanno una frequenza:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{248,2 \text{ nm}} = 1,208 \cdot 10^{15} \text{ Hz}. \quad (5)$$

(In questo calcolo si è usato per  $c$  il valore più preciso  $2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Dato che questo valore è ben noto, mentre ottenere la lunghezza d'onda della luce incidente con quattro cifre significative dovrebbe aver richiesto un impegno sperimentale non indifferente, sarebbe poco sensato arrivare a un risultato della frequenza *con una sola cifra significativa*, come dovremmo fare se utilizzassimo il valore fornito dal testo.)

L'energia dei singoli fotoni è pertanto

$$E_f = h \cdot f = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 1,208 \cdot 10^{15} \text{ Hz} = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \quad (6)$$

(Anche qui si sarebbe potuto ricorrere a un valore più preciso di  $h$ , facilmente disponibile anche con sette cifre significative.)

Dalla (2) otteniamo per l'energia cinetica dei fotoelettroni:

$$K = E_f - W = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,5 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,8 \text{ eV}. \quad (7)$$

L'energia  $K$  è molto inferiore all'energia di riposo di un elettrone, che vale  $E_r = m_e \cdot c^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ . Siamo dunque in regime non relativistico e possiamo ricavare la velocità degli elettroni con la formula newtoniana:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 9,9 \cdot 10^5 \text{ m/s}. \quad (8)$$

La quantità di moto di un elettrone animato da tale velocità è, sempre secondo la meccanica newtoniana:

$$p = m_e \cdot v = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9,9 \cdot 10^5 \text{ m/s} = 9,0 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}. \quad (9)$$

Secondo una nota ipotesi di de Broglie, da cui prese le mosse la meccanica quantistica moderna, ad ogni particella materiale si deve associare un'onda di lunghezza d'onda inversamente proporzionale alla sua quantità di moto. In questo caso:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,0 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 0,73 \text{ nm}. \quad (10)$$