

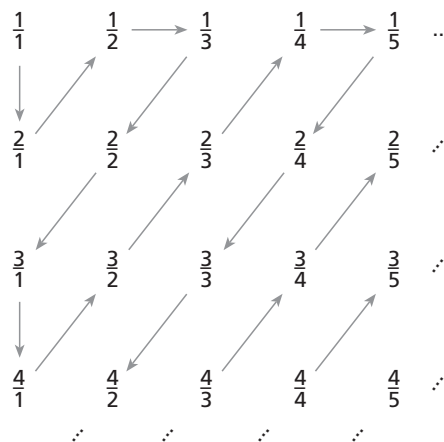
**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2012**

- 4** L'insieme dei numeri naturali e l'insieme dei numeri razionali sono insiemi equipotenti? Si giustifichi la risposta.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2012

4 Due insiemi si dicono equipotenti o equicardinali se tra essi esiste una corrispondenza biunivoca. Un insieme è numerabile se è equipotente all'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} . La numerabilità dell'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} fu dimostrata da G. Cantor (1845-1918). La sua dimostrazione si basa sul diagramma a fianco (figura 8) che stabilisce con il metodo della diagonalizzazione una corrispondenza biunivoca tra i razionali positivi \mathbb{Q}^+ e $\mathbb{N} - \{0\}$.

Seguendo le frecce si possono elencare i numeri razionali positivi, saltando le frazioni equivalenti che non rappresentano nuovi numeri razionali. Lo stesso procedimento può essere adottato per dimostrare la numerabilità di \mathbb{Q}^- . Poiché $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$ e l'unione di insiemi numerabili è numerabile si deduce che \mathbb{Q} è numerabile.



▲ Figura 8.