

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione suppletiva

4 Si consideri la seguente equazione in x :

$$(k-2)x^2 - (2k-1)x + (k+1) = 0, \text{ dove } k \text{ è un parametro reale diverso da } 2.$$

Indicate con x' e x'' le sue radici, calcolare i limiti di $x' + x''$ quando k tende a 2, a $+\infty$ e a $-\infty$.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione suppletiva

- 4** Affinché l'equazione di secondo grado $(k-2)x^2 - (2k-1)x + (k+1) = 0$ ammetta soluzioni reali è necessario che il discriminante sia maggiore o uguale a zero:

$$\Delta = (2k-1)^2 - 4(k-2)(k+1) \geq 0 \quad \rightarrow \quad 4k^2 + 1 - 4k - 4k^2 + 4k + 8 \geq 0 \quad \rightarrow \quad 9 \geq 0.$$

Tale condizione è quindi verificata per qualsiasi $k \in \mathbb{R}$.

Poiché in una equazione di secondo grado, $ax^2 + bx + c = 0$, la somma delle radici vale $x' + x'' = -\frac{b}{a}$, risulta:

$$x' + x'' = \frac{2k-1}{k-2}, \quad k \neq 2.$$

I limiti richiesti valgono: $\lim_{k \rightarrow 2^+} \frac{2k-1}{k-2} = +\infty$, e quindi $\lim_{k \rightarrow 2} \frac{2k-1}{k-2}$ non esiste, $\lim_{k \rightarrow \pm\infty} \frac{2k-1}{k-2} = 2$.