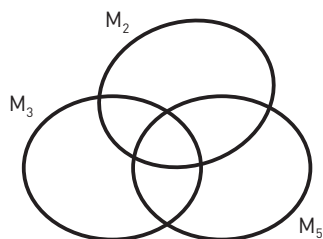


**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO DI ORDINAMENTO • 2014**

**5** Dei numeri 1, 2, 3, ..., 6000, quanti non sono divisibili né per 2, né per 3, né per 5?

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2014

- 5** Consideriamo l'insieme universo  $U$  formato dai numeri naturali da 1 a 6000 (figura 12) e consideriamo gli insiemi  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $M_5$ , rispettivamente dei numeri multipli di 2, 3, 5.



◀ **Figura 12.**

L'insieme dei numeri non divisibili né per 2, né per 3, né per 5 è l'insieme complementare dell'insieme unione  $M_2 \cup M_3 \cup M_5$ :

$$\overline{M_2 \cup M_3 \cup M_5}.$$

Determiniamo il numero  $n$  degli elementi dei vari insiemi:

$$n(M_2) = \frac{6000}{2} = 3000;$$

$$n(M_3) = \frac{6000}{3} = 2000;$$

$$n(M_5) = \frac{6000}{5} = 1200;$$

$$n(M_2 \cap M_3) = \text{numero dei multipli del } 6 = \frac{6000}{6} = 1000;$$

$$n(M_2 \cap M_5) = \text{numero dei multipli del } 10 = \frac{6000}{10} = 600;$$

$$n(M_3 \cap M_5) = \text{numero dei multipli del } 15 = \frac{6000}{15} = 400;$$

$$n(M_2 \cap M_3 \cap M_5) = \text{numero dei multipli del } 30 = \frac{6000}{30} = 200.$$

Pertanto il numero degli elementi dell'insieme unione  $M_2 \cup M_3 \cup M_5$  è:

$$\begin{aligned} n(M_2 \cup M_3 \cup M_5) &= \\ &= n(M_2) + n(M_3) + n(M_5) - n(M_2 \cap M_3) - n(M_2 \cap M_5) - n(M_3 \cap M_5) + \\ &+ n(M_2 \cap M_3 \cap M_5) = 3000 + 2000 + 1200 - 1000 - 600 - 400 + 200 = 4400. \end{aligned}$$

Ne segue allora che l'insieme dei numeri non divisibili né per 2, né per 3, né per 5 ha il seguente numero di elementi:

$$n(\overline{M_2 \cup M_3 \cup M_5}) = 6000 - 4400 = 1600.$$