

Svolgimento del quesito 2

2 Indichiamo con p la probabilità che esca 4 nel lancio di uno dei dadi tetraedrici.

Per quanto detto nel testo del quesito si ha:

$$p(4) = p, \quad p(3) = 2p, \quad p(2) = 4p, \quad p(1) = 8p.$$

La somma delle quattro probabilità deve essere pari a 1, quindi:

$$p + 2p + 4p + 8p = 1 \quad \rightarrow \quad 15p = 1 \quad \rightarrow \quad p = \frac{1}{15}.$$

Le probabilità di uscita di ciascuna faccia risultano pertanto:

$$p(4) = \frac{1}{15}, \quad p(3) = \frac{2}{15}, \quad p(2) = \frac{4}{15}, \quad p(1) = \frac{8}{15}.$$

Calcoliamo la probabilità richiesta P , ovvero la probabilità di uscita di due numeri uguali nel lancio contemporaneo di due dadi, come somma di eventi incompatibili:

$$P = p(D_1 = 1 \wedge D_2 = 1) + p(D_1 = 2 \wedge D_2 = 2) + p(D_1 = 3 \wedge D_2 = 3) + p(D_1 = 4 \wedge D_2 = 4)$$

dove D_1 indica l'esito del primo dado e D_2 quello del secondo dado.

Gli esiti dei due dadi rappresentano eventi indipendenti, quindi:

$$P = p(1)p(1) + p(2)p(2) + p(3)p(3) + p(4)p(4) =$$

$$\left(\frac{8}{15}\right)^2 + \left(\frac{4}{15}\right)^2 + \left(\frac{2}{15}\right)^2 + \left(\frac{1}{15}\right)^2 =$$

$$\frac{64 + 16 + 4 + 1}{225} = \frac{85}{225} = \frac{17}{45} \approx 0,38.$$

In conclusione, la probabilità richiesta è circa uguale al 38%.

Anche se non richiesto dal quesito, osserviamo che nel caso di due dadi tetraedrici regolari, nei quali l'uscita di ogni faccia ha probabilità $\frac{1}{4}$, la probabilità di uscita di due numeri uguali nel lancio dei due dadi è pari a:

$$P = p(1)p(1) + p(2)p(2) + p(3)p(3) + p(4)p(4) =$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 =$$

$$4 \frac{1}{16} = \frac{1}{4} = 0.25 \quad \rightarrow \quad 25\%.$$