ESAME DI STATO 2018 ◇ PROVA DI MATEMATICA

Svolgimento del quesito 6

6 Troviamo l'equazione della retta s perpendicolare al piano π e passante per il punto $T(-4; 0; 1)$. Poiché il vettore normale al piano π è $\vec{n}(3; -1; -2)$, si ha:

$$s: \begin{cases} x = -4 + 3k \\ y = 0 - k \\ z = 1 - 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R} \quad \rightarrow \quad s: \begin{cases} x = -4 + 3k \\ y = -k \\ z = 1 - 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

Il centro C della superficie sferica S appartiene alla retta r, quindi ha coordinate del tipo $C(\alpha; \alpha; \alpha)$ con $\alpha \in \mathbb{R}$, e appartiene alla retta s, quindi deve essere:

$$\begin{cases} \alpha = -4 + 3k \\ \alpha = -k \\ \alpha = 1 - 2k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4 + 3k = -k \\ \alpha = -k \\ \alpha = 1 - 2k \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 4k = 4 \\ \alpha = -k \\ \alpha = 1 - 2k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ \alpha = -1 \end{cases} \rightarrow \quad C(-1; -1; -1).$$

Il raggio R della superficie sferica è $\overline{CT}$, quindi:

$$R^2 = (-4 + 1)^2 + (0 + 1)^2 + (1 + 1)^2 = (-3)^2 + 1^2 + 2^2 = 14.$$

L'equazione della superficie sferica S è:

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 14 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z - 11 = 0$$