

Svolgimento del quesito 7

- 7** Osserviamo innanzitutto che $a + 1 > a$ per ogni valore reale di a . Gli estremi di integrazione sono quindi ordinati e non dobbiamo distinguere fra più casi.

Calcoliamo l'integrale in funzione del parametro a :

$$\begin{aligned}\int_a^{a+1} (3x^2 + 3) dx &= \int_a^{a+1} 3(x^2 + 1) dx = 3 \int_a^{a+1} (x^2 + 1) dx = \\ 3 \left[\frac{x^3}{3} + x \right]_a^{a+1} &= 3 \left[\frac{(a+1)^3}{3} + (a+1) - \frac{a^3}{3} - a \right] = \\ (a+1)^3 + 3(a+1) - a^3 - 3a &= 3a^2 + 3a + 4.\end{aligned}$$

Imponiamo che il valore dell'integrale sia uguale a 10:

$$3a^2 + 3a + 4 = 10 \quad \rightarrow \quad 3a^2 + 3a - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad a^2 + a - 2 = 0.$$

Le soluzioni dell'equazione sono:

$$a = \frac{-1 \pm 3}{2} \quad \rightarrow \quad a = -2 \quad \text{e} \quad a = 1.$$

Entrambe le soluzioni sono accettabili poiché la funzione integranda è un polinomio definito su tutto l'asse reale.