ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2006
Sessione suppletiva

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1

Nel piano, riferito a un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnate le due parabole p' e p'' di equazioni rispettivamente:

$$y = x^2, \quad x = y^2 - 2y.$$

a) Fornirne la rappresentazione grafica, dopo aver determinato, fra l'altro, i loro punti comuni.

b) Indicato con V' il vertice della parabola p', con V'' il vertice della parabola p'' e con P il punto in cui p'' interseca il semiasse positivo delle y, calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dall'arco $V'V''$ della parabola p', dall'arco $V''P$ della parabola p'' e dal segmento $V'P$.

c) Calcolare l'ampiezza dell'angolo secondo cui le due parabole si secano in O e con l'uso di una calcolatrice esprimerla in gradi sessagesimali, primi e secondi.

d) Le due parabole p' e p'' sono congruenti: farlo vedere, dimostrando che esiste almeno un'isometria che trasforma una di esse nell'altra e trovando le equazioni di tale isometria.

e) Stabilire se l'isometria trovata ammette elementi uniti.

PROBLEMA 2

Nel piano, riferito a un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnate le curve di equazione:

$$y = \frac{x+k}{x^2},$$

dove k è un parametro reale non nullo.

a) Dimostrare che non hanno punti in comune e ognuna di esse presenta uno e un solo flesso.

b) Tra le curve assegnate, indicare con γ quella che ha come tangente inflessionale la retta r di equazione $x + 27y - 9 = 0$.

c) Disegnare l'andamento di γ, dopo averne trovato le caratteristiche salienti e, in particolare, l'equazione della retta t tangente alla curva γ nel punto A di ascissa 1 e le coordinate dell'ulteriore punto B che t ha in comune con γ.

d) Trovare l'equazione della circonferenza di diametro AB.

e) Calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dalla curva γ, dalla retta r e dall'asse x.

QUESTIONARIO

1 Si considerino il rettangolo $ABCD$ e la parabola avente l'asse di simmetria parallelo alla retta AD, il vertice nel punto medio del lato AB e passante per i punti C e D. In una rotazione di mezzo giro intorno all'asse della parabola il rettangolo genera un solido di volume V' e la regione piana delimitata dalla parabola e dalla retta CD genera un solido di volume V''. Determinare il rapporto V'/V''.

2 Il numero delle soluzioni dell'equazione $\operatorname{sen} 2x \cos x = 2$ nell'intervallo reale $[0; 2\pi]$ è:

A 0. B 2. C 3. D 5.

Una sola alternativa è corretta: individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta operata.

3 Il limite della funzione $f(x) = x\operatorname{sen}\dfrac{1}{x}$, per $x \to 0$:

A non esiste. B è $+\infty$. C è 0. D è un valore finito diverso da 0.

Una sola alternativa è corretta: individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta operata.

4 Dimostrare che la funzione $f(x) = x^a$, dove a è un qualsiasi numero reale non nullo, è derivabile in ogni punto del suo dominio.

5 Il seguente teorema esprime la condizione d'integrabilità di Mengoli-Cauchy:
Se una funzione reale di variabile reale, definita in un intervallo chiuso e limitato [a; b], è ivi continua, allora ivi è anche integrabile.
Enunciare la proposizione inversa e spiegare in maniera esauriente perché tale proposizione non è un teorema.

6 Dire se è corretto o no, affermare che si ha:

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln(x) + c$$

dove c è una costante arbitraria e fornire una esauriente spiegazione della risposta.

7 Calcolare l'ampiezza dell'angolo formato da due facce consecutive di un ottaedro regolare, espressa in gradi sessagesimali e approssimata al «primo».

8 Dimostrare che ogni similitudine trasforma una parabola in una parabola.

9 Un'urna contiene 150 palline, che possono essere di vetro o di plastica, bianche o nere. Per la precisione: 62 palline sono bianche, 38 sono di vetro nero e 40 sono di plastica bianca. Calcolare la probabilità che, estratta a caso una pallina, *non* sia di plastica nera.

10 In ciascuna di tre buste uguali vi sono due cartoncini: in una busta essi sono bianchi, in un'altra sono neri, nella terza sono uno bianco e l'altro nero. Si estrae a caso una busta e, da essa, un cartoncino. Qual è la probabilità che il cartoncino rimasto in questa busta sia dello stesso colore di quello estratto?

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

PROBLEMA 1

a) La parabola p' ha il vertice V' nell'origine e l'asse y come asse di simmetria. La parabola p'' ha l'asse di simmetria parallelo all'asse delle ascisse, ha vertice di ordinata $y_{V''} = -\frac{b}{2a} = 1$ e ascissa $x_{V''} = -1$, interseca l'asse y nei punti (0; 0) e (0; 2).
Determiniamo ora i punti comuni alle due parabole risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x = y^2 - 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^4 - 2x^2 - x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x(x+1)(x^2 - x - 1) = 0 \end{cases}$$

Le soluzioni dell'ultima equazione sono:

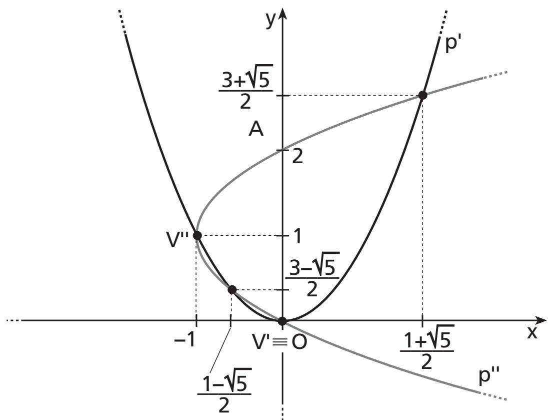
$$x = 0 \vee x = -1 \vee x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

In corrispondenza di tali ascisse troviamo i punti di intersezione di coordinate:

$$(0; 0),\ (-1; 1),\ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right),$$

$$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right).$$

I grafici delle due parabole sono rappresentati in figura 1.



▲ **Figura 1.**

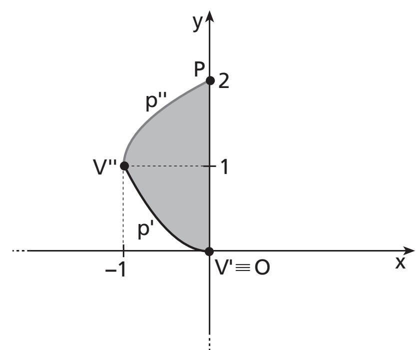
b) Considerati i punti $V'(0; 0)$, $V''(-1; 1)$, $P(0; 2)$, l'area richiesta è quella evidenziata nella figura 2.
Per calcolare tale superficie determiniamo la funzione che descrive il ramo $V''P$ esplicitando y in funzione di x.

$$y^2 - 2y = x \rightarrow (y-1)^2 - 1 = x \rightarrow$$

$$\rightarrow (y-1)^2 = x + 1 \rightarrow y = 1 \pm \sqrt{x+1}.$$

La funzione che descrive il ramo $V''P$ è

$$y = 1 + \sqrt{x+1}, \quad \text{con } -1 \leq x \leq 0.$$

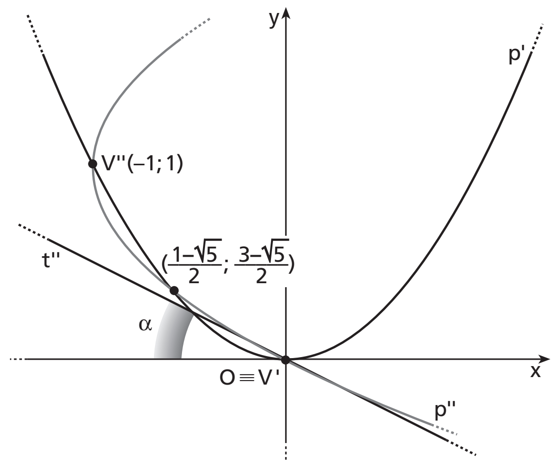


▲ **Figura 2.**

Ne segue che l'area cercata vale:

$$A = \int_{-1}^{0} (\sqrt{x+1} + 1 - x^2)\, dx = \left[\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^{0} = \frac{2}{3} - \left(-1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}.$$

c) L'angolo richiesto è quello formato dalle tangenti nell'origine alle due parabole. La tangente alla parabola p' è l'asse delle ascisse, quindi l'angolo cercato coincide con l'angolo formato dalla tangente t'' nell'origine della parabola p'' con l'asse x (figura 3).



▲ **Figura 3.**

L'equazione della funzione che descrive p'' nel tratto $V'V''$ dell'origine è $f'(x) = 1 - \sqrt{x+1}$, come si può dedurre dal punto precedente. Poiché $f(x) = -\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$, il coefficiente angolare di t'' è $m'' = f'(0) = -\dfrac{1}{2}$. L'angolo α cercato è, quindi, tale che $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\dfrac{1}{2}$ da cui $\operatorname{tg}\alpha = +\dfrac{1}{2}$.

Possiamo ora determinare, con l'utilizzo di una calcolatrice scientifica impostata in gradi sessagesimali, un'approssimazione di tale angolo tramite la seguente relazione:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right) \simeq 26{,}565° = 26°\,33'\,54''.$$

d) L'equazione della parabola p'' può essere riscritta nel seguente modo:

$$p'':\ x + 1 = (y-1)^2.$$

Consideriamo pertanto la traslazione secondo il vettore $\vec{v}\,(1; -1)$ di equazioni $\begin{cases} x' = x+1 \\ y' = y-1 \end{cases}$ e la simmetria rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante di equazioni $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$. Le equazioni dell'isometria g che si ottiene componendo la traslazione e la simmetria assiale precedenti sono:

$$\begin{cases} x' = y-1 \\ y' = x+1 \end{cases}.$$

Verifichiamo che p' è l'immagine di p'' rispetto a questa isometria. Ricaviamo la trasformazione inversa g^{-1}:

$$g^{-1}:\ \begin{cases} x = y' - 1 \\ y = x' + 1 \end{cases}$$

Sostituendo tali espressioni nell'equazione di p'' otteniamo:

$$y' - 1 = (x'+1)^2 - 2(x'+1).$$

Togliamo gli apici e svolgiamo i calcoli:

$$y - 1 = x^2 + 1 + 2x - 2x - 2 \ \rightarrow\ y = x^2,$$

che è proprio l'equazione della parabola p'. Possiamo concludere perciò che le parabole p' e p'' sono congruenti.

e) Verifichiamo se vi sono punti uniti ponendo $x' = x$ e $y' = y$ nelle equazioni dell'isometria g:

$$\begin{cases} x = y-1 \\ y = x+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ y = x+1 \end{cases} \rightarrow\ y = x+1.$$

Le coppie $(x; y)$ soluzioni di tale sistema sono le coordinate dei punti della retta di equazione $y = x+1$. Dunque, tale retta è una retta di punti uniti. In particolare è anche una retta unita.
Inoltre, osservando che il vettore $\vec{v}\,(1; -1)$ è perpendicolare all'asse di simmetria $y = x$, si ha anche che

ogni retta parallela a tale vettore è una retta unita.

PROBLEMA 2

a) Consideriamo due curve di equazioni $y=\frac{x+k}{x^2}$ e $y=\frac{x+k'}{x^2}$ con $k\neq k'$ e $x\neq 0$. Esse hanno un punto in comune se esiste una soluzione del seguente sistema nelle incognite x e y:

$$\begin{cases} y=\dfrac{x+k}{x^2} \\ y=\dfrac{x+k'}{x^2} \end{cases} \rightarrow \frac{x+k}{x^2}=\frac{x+k'}{x^2} \rightarrow x+k=x+k' \rightarrow k=k'.$$

Poiché $k\neq k'$, il sistema è impossibile. Tali curve non hanno quindi punti in comune.

Per determinare i flessi della curva di equazione $y=\frac{x+k}{x^2}$, studiamo il segno della derivata seconda:

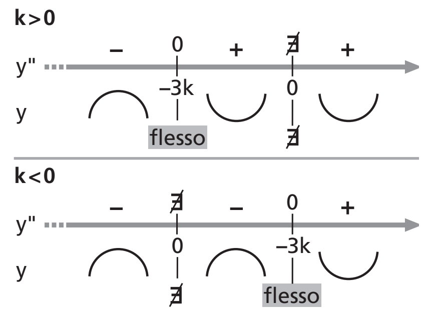
$$y'=\frac{x^2-2x(x+k)}{x^4}=-\frac{x^2+2kx}{x^4}=-\frac{x+2k}{x^3},$$

$$y''=-\frac{x^3-3x^2(x+2k)}{x^6}=-\frac{x-3(x+2k)}{x^4}=\frac{2(x+3k)}{x^4}.$$

Nel campo di esistenza $\mathbb{R}-\{0\}$ della funzione, vale:

$$y''\geq 0 \Leftrightarrow x+3k\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -3k.$$

Rappresentiamo quanto trovato negli schemi di figura 4.



▲ Figura 4.

Possiamo quindi concludere che per ogni k non nullo la curva di equazione $y=\frac{x+k}{x^2}$ ha un unico flesso, precisamente nel punto di coordinate $\left(-3k; -\frac{2}{9k}\right)$.

b) Il coefficiente angolare della retta tangente nel punto $\left(-3k; -\frac{2}{9k}\right)$ è $y'(-3k)=-\frac{1}{27k^2}$. La tangente inflessionale è perciò la retta di equazione:

$$y+\frac{2}{9k}=-\frac{1}{27k^2}(x+3k) \rightarrow x+27k^2y+9k=0.$$

Tale retta coincide con quella di equazione $x+27y-9=0$ solo per $k=-1$. La curva γ è perciò quella di equazione $y=\frac{x-1}{x^2}$.

c) Il campo di esistenza della funzione $f(x)=\frac{x-1}{x^2}$ è $\mathbb{R}-\{0\}$. Il grafico di tale funzione non interseca l'asse y, mentre interseca l'asse x nel punto $A(1; 0)$. La funzione è positiva solo per $x>1$ e negativa negli altri punti del dominio. Inoltre vale:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-1}{x^2}=-\infty,$$

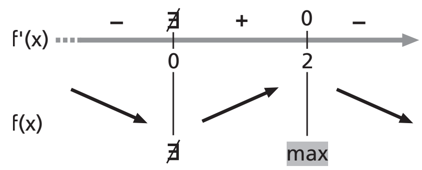
$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x-1}{x^2}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{x}=0.$$

Dunque l'asse y è asintoto verticale, mentre l'asse x è asintoto orizzontale.

Studiamo ora la derivata prima, sostituendo $k = -1$ nell'espressione già calcolata nel punto a).

$$f'(x) = -\frac{x-2}{x^3} = \frac{2-x}{x^3}.$$

Essa si annulla per $x = 2$, è positiva se $0 < x < 2$ e negativa negli altri punti del campo di esistenza. Nella figura 5 è mostrato il quadro del segno della derivata prima.



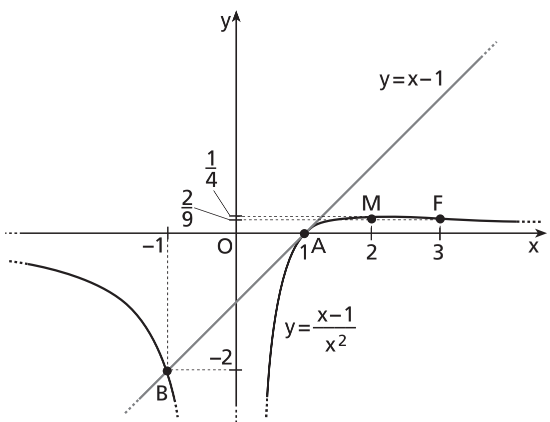
▲ **Figura 5.**

La funzione ha un massimo assoluto in $M\left(2; \frac{1}{4}\right)$, è crescente se $0 < x < 2$ e decrescente se $x < 0 \vee x > 2$.

Inoltre la retta t, tangente a γ in $A(1; 0)$, ha coefficiente angolare $f'(1) = 1$. La sua equazione è perciò $y = x - 1$. Determiniamo poi, come richiesto, l'ulteriore punto di intersezione tra t e γ, considerando il seguente sistema:

$$\begin{cases} y = \dfrac{x-1}{x^2} \\ y = x - 1 \end{cases} \rightarrow \frac{x-1}{x^2} = x - 1.$$

Quindi, escludendo il punto A (supponendo cioè $x \neq 1$), si ottiene $\frac{1}{x^2} = 1 \rightarrow x = -1$.
L'ulteriore punto di intersezione è perciò $B(-1; -2)$.
Passiamo ora allo studio della derivata seconda. Per quanto trovato nel punto a) sappiamo che la funzione ha un unico flesso nel punto $F\left(3; \frac{2}{9}\right)$, ha la concavità rivolta verso il basso per $x < 3 \wedge x \neq 0$, rivolta verso l'alto per $x > 3$. L'andamento di γ è rappresentato nella figura 6.



◀ **Figura 6.**

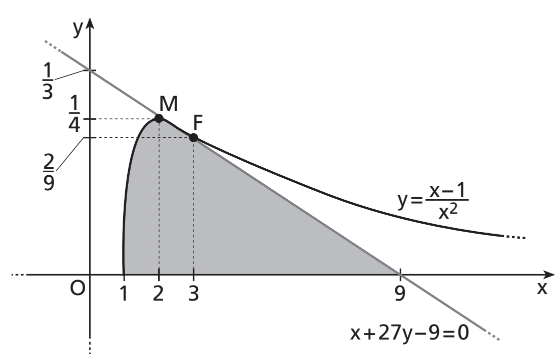
d) La circonferenza di diametro AB ha come centro il punto medio del segmento AB, cioè:

$$C\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right), \rightarrow C(0; -1),$$

e come raggio $r = \overline{AC} = \sqrt{2}$. L'equazione di tale circonferenza è, perciò:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2$$
$$\rightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0.$$

e) La regione di cui si vuole calcolare l'area è evidenziata nel sistema cartesiano dimetrico di figura 7.



▲ **Figura 7.**

Tale superficie si trova calcolando il seguente integrale:

$$Area=\int_1^3 \frac{x-1}{x^2}\,dx+\int_3^9\left(-\frac{1}{27}x+\frac{1}{3}\right)dx=\int_1^3\left(\frac{1}{x}-x^{-2}\right)dx+\frac{1}{3}\int_3^9\left(-\frac{1}{9}x+1\right)dx=$$

$$=\left[\ln|x|+x^{-1}\right]_1^3+\frac{1}{3}\left[-\frac{x^2}{18}+x\right]_3^9=\ln 3$$

QUESTIONARIO

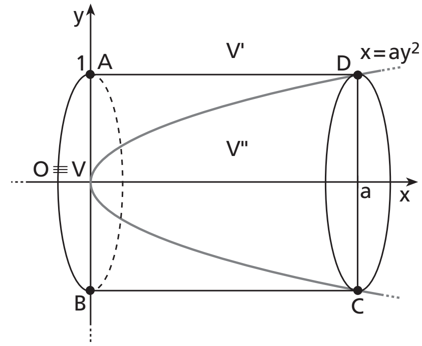
1 Scelto un sistema di riferimento *Oxy*, rappresentiamo il rettangolo *ABCD*, la parabola e la loro rotazione di mezzo giro intorno all'asse x (figura 8).

Rispetto a questo sistema di riferimento i vertici del rettangolo hanno coordinate:

$A(0;\,1)$, $B(0;\,-1)$, $C(a;\,-1)$, $D(a;\,1)$ con $a>0$.

La parabola, con vertice $V(0;\,0)$ e passante per C e D, ha equazione $y=ax^2$.

Il solido generato dalla rotazione del rettangolo è un cilindro di altezza a e raggio di base uguale a 1. Quindi, $V'=\pi a$. Mentre, es-



▲ **Figura 8.**

sendo $y=\sqrt{\frac{x}{a}}$ l'equazione del ramo della parabola formato dai punti di ordinata positiva, il volume di rotazione del ramo risulta:

$$V''=\pi\int_0^a\left(\sqrt{\frac{x}{a}}\right)^2 dx=\frac{\pi}{a}\int_0^a x\,dx=\frac{\pi}{a}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^a=\frac{\pi a}{2}.$$

Calcoliamo il rapporto dei due volumi:

$$\frac{V'}{V''}=\pi a\cdot\frac{2}{\pi a}=2.$$

2 L'equazione considerata non ha soluzioni poiché il prodotto di due numeri minori o uguali a 1 ($\operatorname{sen}2x\leq 1$, $\cos x\leq 1$) è ancora un numero minore o uguale a 1 e quindi non può essere uguale a 2. L'alternativa esatta è A.

3 Risulta $\lim\limits_{x\to 0^+} x\operatorname{sen}\frac{1}{x}=0$.

Infatti, poiché $-1\leq \operatorname{sen}\frac{1}{x}\leq 1$ e $x>0$, vale $-x\leq x\operatorname{sen}\frac{1}{x}\leq x$. Per il teorema del confronto, essendo $\lim\limits_{x\to 0^+} x=\lim\limits_{x\to 0^+}(-x)=0$, risulta anche $\lim\limits_{x\to 0^+} x\operatorname{sen}\frac{1}{x}=0$. Analogamente si dimostra che $\lim\limits_{x\to 0^-} x\operatorname{sen}\frac{1}{x}=0$. La risposta esatta è C.

4 La funzione $f(x)=x^a$ è definita per $x>0$. Osserviamo che:

$$f(x)=x^a=e^{\ln x^a}=e^{a\ln x}=(g\circ h)(x),$$

dove $h(x)=a\ln x$ e $g(x)=e^x$. Poiché h e g sono entrambe funzioni derivabili, allora (per il teorema sulla derivata della composizione di funzioni) anche $g\circ h$ è derivabile e la sua derivata vale:

$$f'(x)=g'(h(x))\cdot h'(x)=a\frac{1}{x}\cdot e^{a\ln x}=a\frac{1}{x}\cdot x^a=ax^{a-1}.$$

5 L'enunciato della proposizione inversa della condizione d'integrabilità di Mengoli-Cauchy è il seguente: *se una funzione reale di variabile reale, definita in un intervallo chiuso e limitato [a; b], è ivi integrabile, allora ivi è anche continua.*

Tale proposizione non è un teorema in quanto è falsa. L'insieme delle funzioni integrabili è infatti più ampio dell'insieme delle funzioni continue. Ad esempio, una funzione che in un dato intervallo non è continua ma è limitata e ha un numero finito di punti di discontinuità è integrabile. Basta, infatti, sommare gli integrali definiti in tutti gli intervalli in cui la funzione è continua. Ad esempio, sia $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 2 & \text{se } 2 < x \leq 4 \end{cases}$.

Essa non è continua in $x = 2$ ma è integrabile nell'intervallo [0; 4] e il suo integrale vale:

$$\int_0^4 f(x)dx = \int_0^2 1\,dx + \int_2^4 2\,dx = 2 + 4 = 6.$$

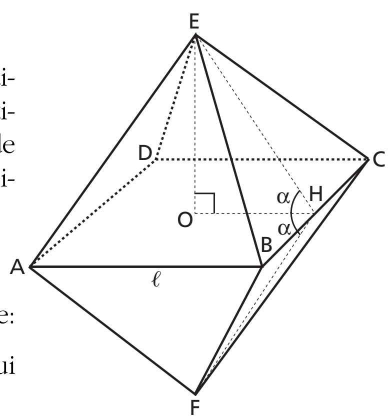
6 Considerata la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$, il suo campo di esistenza è $\mathbb{R} - \{0\}$. La sua primitiva è la funzione $F(x) = \ln|x| + c$ e non $F(x) = \ln x + c$.

Osservazione. Qualora si restringa il dominio della funzione a $\mathbb{R}^+$ la relazione $\int \frac{1}{x}dx = \ln(x) + c$ risulta corretta.

7 Nella figura 9 è rappresentato un ottaedro regolare *ABCDEF* di lato *l*.

Si prendano le due facce consecutive *BCF* e *BCE* e si sezioni perpendicolarmente il diedro da esse formato con un piano passante per il vertice *E*. Tale piano intercetta il triangolo rettangolo *EOH*, dove *O* è il piede della perpendicolare da *E* al piano *ABCD* e *H* è il punto medio dello spigolo *BC* del diedro. Indicato con α l'angolo $O\hat{H}E$, l'ampiezza del diedro è 2α. Per il teorema dei triangoli rettangoli vale $\cos\alpha = \frac{\overline{OH}}{\overline{EH}}$.

Poiché il segmento *OH* è pari a metà del lato del quadrato *ABCD*, vale: $\overline{OH} = \frac{l}{2}$. Inoltre *EH* è l'altezza del triangolo equilatero *BCE*, per cui



▲ **Figura 9.**

$\overline{EH} = \frac{\sqrt{3}}{2}l$. Risulta allora: $\cos\alpha = \frac{\overline{OH}}{\overline{EH}} = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}l} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Essendo $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$, ricaviamo:

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

$$2\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) \simeq 109{,}4712° \simeq 109°28'.$$

8 Una similitudine è una particolare affinità che mantiene costante il rapporto tra segmenti corrispondenti, ossia comunque si scelgano *A* e *B*, considerati i loro trasformati *A'* e *B'* si ha: $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = k$, dove *k* è una costante positiva.

Ricordiamo, inoltre, che ogni similitudine possiede le seguenti proprietà:

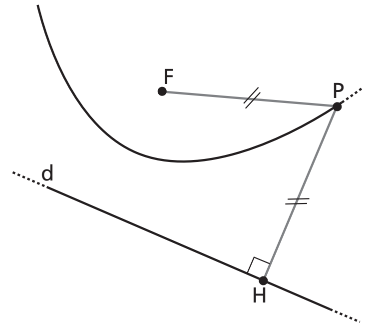
a) conserva il rapporto fra lunghezze,

b) trasforma rette perpendicolari in rette perpendicolari.

Consideriamo ora una qualsiasi parabola di fuoco *F* e direttrice *d*. Essa è il luogo dei punti *P* del piano aventi uguale distanza dal fuoco e dalla direttrice. Cioè P è un punto della parabola se e solo se $\overline{PF}=\overline{PH}$, dove H è il piede della perpendicolare alla direttrice condotta dal punto P, come mostrato nella figura 10.

Sia σ una qualsiasi similitudine. Indichiamo con F', P', H' e d' rispettivamente i trasformati dei punti F, P, H e della direttrice d rispetto a σ.

Per la proprietà b) della similitudine, essendo PH perpendicolare a d, si ha anche che $P'H'$ è perpendicolare a d', cioè $\overline{P'H'}$ rappresenta la distanza di P' dalla retta d'. Inoltre, per la proprietà a), si ha anche che $\frac{\overline{PF}}{\overline{PH}}=\frac{\overline{P'F'}}{\overline{P'H'}}$. Ma $\frac{\overline{PF}}{\overline{PH}}=1$. Ne segue che $\overline{P'F'}=\overline{P'H'}$, cioè P' ha la stessa distanza da F' e dalla retta d'.



▲ **Figura 10.**

Possiamo quindi concludere che la trasformata di una parabola è ancora una parabola.

9 Calcoliamo prima la probabilità di estrarre una pallina di plastica nera come rapporto fra casi favorevoli e casi possibili. Poiché 62 palline sono bianche, vi sono $150-62=88$ palline nere. Tra queste ultime 38 sono di vetro e le rimanenti $88-38=50$ sono di plastica nera.

La probabilità di estrarre una pallina di plastica nera è quindi: $\frac{50}{150}=\frac{1}{3}$.

Possiamo calcolare ora la probabilità dell'evento complementare. La probabilità di estrarre una pallina che non sia di plastica nera è dunque:

$$p=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$$

10 Il cartoncino rimasto nella busta è del medesimo colore di quello estratto solo se nella busta vi erano due cartoncini o entrambi bianchi o entrambi neri. Solo due delle tre buste hanno all'interno due cartoncini dello stesso colore, quindi la probabilità richiesta è pari a $\frac{2}{3}$.

Per esercitarti ancora sugli argomenti trattati nel	Svolgi il
Problema 1	• Problema 11 pag. L 235 • Esercizio 221 pag. W 118 • Problema 446 pag. J_1 101 • Quesito 5 pag. J_1 119
Problema 2	• Problema 18 pag. V 284 • Problema 247 pag. W 121 • Problema 18 pag. L 164
Quesito 1	• Quesito 270 pag. W 124 • Quesito 280 pag. W 125
Quesito 2	• Esercizio 14 pag. Q 33 • Esercizio 15 pag. Q 33
Quesito 3	• Esercizio 444 pag. U 182 • Quesito 446 pag. U 182
Quesito 4	• Quesito 3 pag. V 90 (punto a)
Quesito 5	• Quesito 6 pag. W 70
Quesito 6	• Esercizio 202 pag. W 42 • Esercizio 205 pag. W 42
Quesito 7	• Quesito 8 pag. W 167
Quesito 8	• Quesito 6 pag. J_1 119 • Quesito 10 pag. J_1 120
Quesito 9	• Esercizio 13 pag. α 74 • Esercizio 15 pag. α 74
Quesito 10	• Esercizio 10 pag. α 74 • Esercizio 11 pag. α 74