Esame di Stato di Istituto Tecnico Industriale
A.S. 2004/2005

Indirizzo: Elettrotecnica e automazione
Tema di: Elettrotecnica

Una macchina in corrente continua, funzionante da dinamo con eccitazione indipendente, viene mantenuta in rotazione da un motore asincrono trifase a 4 poli e con gli avvolgimenti statorici collegati a stella.
Sul motore, avente le seguenti caratteristiche:

- tensione nominale = 380 V
- corrente nominale = 22 A
- rapporto di trasformazione = 1,3

sono state eseguite 2 prove a vuoto, con tensioni di alimentazione diverse, che hanno dato i seguenti risultati:

$V_1 = 380$ V	potenza assorbita = 590 W	$\cos\varphi_0 = 0{,}21$
$V'_1 = 340$ V	potenza assorbita = 525 W	corrente assorbita = 3,88 A

mentre la resistenza misurata tra 2 morsetti statorici vale 0,28 Ω.

Il candidato, fatte eventuali ipotesi aggiuntive, calcoli separatamente le perdite nel ferro e quelle meccaniche. Considerando che il motore lavora a pieno carico con un rendimento dell'89% determini:

- la corrente nelle fasi del rotore;
- la velocità di rotazione e la resistenza delle fasi del rotore;
- la potenza meccanica trasmessa;
- la coppia meccanica e quella di attrito;
- la tensione, la corrente erogata dalla dinamo e la potenza fornita al carico considerando che la dinamo stessa presenta la seguente caratteristica esterna teorica (trascurando la reazione d'indotto).

Il candidato illustri infine le conseguenze di una diminuzione del 20% della corrente erogata dalla dinamo.

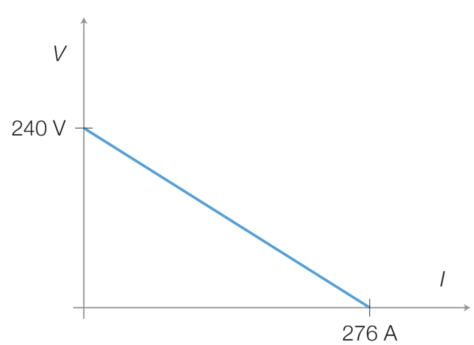

FIGURA 1

Soluzione

Calcolo della corrente nelle fasi del rotore

Possiamo calcolare la corrente a vuoto del motore impiegando i dati del testo, riferiti alla prova a vuoto svolta alla tensione nominale, per la quale sono noti i dati necessari:

$$I_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot V_1 \cos\varphi_0} = \frac{590}{1{,}73 \cdot 380 \cdot 0{,}21} = 4{,}27 \text{ A}$$

Dalle tabelle costruttive dei motori asincroni, per una macchina che alla tensione di 380 V assorbe una corrente di 22 A, possiamo indicativamente stimarne la potenza attorno ai 10-12 kW, come si vede dalla TABELLA **1** a pagina seguente, dalla quale si ricavano un $\cos\varphi = 0{,}85$ e un rendimento $\eta_M = 0{,}89$ nel funzionamento a carico nominale.

P_n [kW]	P_n [HP]	n [giri/min]	η [%]	$\cos\varphi$	I_n (400V) [A]	$\frac{I_{ap}}{I_n}$	M_n [N·m]
11	15	1430	85	0,85	22,5	6	75,0
11	15	1450	89	0,86	21	7	72,5
15	20	1450	89	0,86	29	7	99
18,5	25	1470	91	0,86	34	7	120
22	30	1470	92	0,86	41	7	143
30	40	1470	92	0,87	54	7	195
37	50	1480	92	0,87	67	7	239
45	60	1480	92	0,88	80	7	291
55	75	1480	93	0,88	98	7	355
75	100	1480	93	0,88	133	7	484
90	125	1480	94	0,89	156	7	591

TABELLA **1**

La corrente nominale primaria I_1 è la somma vettoriale di quella a vuoto I_0 e di quella primaria di reazione I'_1 per cui, con procedimento inverso, possiamo determinare quest'ultima attraverso una differenza vettoriale tra I_1 e la I_0 appena determinata. Si avrà evidentemente:

- componente in fase di I_1 $\quad I_{1f} = I_1 \cdot \cos\varphi_1 = 22 \cdot 0{,}85 = 18{,}7$ A
- componente in fase di I_0 $\quad I_{0f} = I_0 \cdot \cos\varphi_0 = 4{,}27 \cdot 0{,}21 = 0{,}897$ A
- componente in quadratura di I_1 $\quad I_{1q} = I_1 \cdot \text{sen}\varphi_1 = 22 \cdot 0{,}527 = 11{,}6$ A
- componente in quadratura di I_0 $\quad I_{0q} = I_0 \cdot \text{sen}\varphi_0 = 4{,}27 \cdot 0{,}98 = 4{,}17$ A

A questo punto si può calcolare il valore delle componenti in fase e quadratura della corrente primaria di reazione I'_1, eseguendo direttamente le differenze aritmetiche tra le componenti corrispondenti:

- componente in fase $I'_{1f} = I_{1f} - I_{0f} = 18{,}7 - 0{,}897 = 17{,}8$ A
- componente in quadratura $I'_{1q} = I_{1q} - I_{0q} = 11{,}6 - 4{,}17 = 7{,}43$ A

cui corrisponde quindi un modulo della corrente di reazione:

$$I'_1 = \sqrt{I'^2_{1f} + I'^2_{1q}} = \sqrt{17,8^2 + 7,43^2} = 19,3 \text{ A}$$

Il calcolo della *corrente di fase rotorica* è allora immediato, dato che il testo fornisce il rapporto di trasformazione $k = 1,3$:

$$I_2 = I'_1 \cdot k = 19,3 \cdot 1,3 = 25,1 \text{ A}$$

Calcolo della velocità di rotazione e della resistenza delle fasi del rotore
Per rispondere alla seconda domanda occorre lavorare sulle potenze, a partire dai dati forniti dal testo. Inizialmente possiamo ricordare che le perdite meccaniche P_{mecc} e quelle nel ferro P_{Fe} sono identiche sia nel funzionamento a vuoto sia in quello a carico e sono entrambe determinabili attraverso la prova a vuoto, della quale son stati forniti due risultati. Osserviamo che la potenza a vuoto P_0 si esprime sempre come:

$$P_0 = P_{mecc} + P_{Fe} + P_{J0s}$$

Essendo P_{J0s} il valore delle perdite Joule statoriche prodotte dalla corrente a vuoto (quelle rotoriche sono di fatto trascurabili dato il basso valore dello scorrimento a vuoto): si tratta di determinare allora gli altri due termini.
Calcoliamo ora le perdite P_{J0s} di statore a vuoto nei due casi che il testo fornisce (tenendo conto del fatto che la resistenza statorica di una fase vale $R_f =$ $0,28/2 = = 0,14\ \Omega$ essendo le fasi a stella):

$P_{J0s} = 3 \cdot R_f \cdot I_0^2 = 3 \cdot 0,14 \cdot 4,27^2 = 7,66$ W (nel primo caso con tensione di 380 V)

$P'_{J0s} = 3 \cdot R_f \cdot I'^2_0 = 3 \cdot 0,14 \cdot 3,88^2 = 6,32$ W (nel secondo caso con tensione di 340 V)

Calcoliamo ora la potenza nominale del motore:

$$P_n = 1,73 \cdot V_n \cdot I_n \cdot \cos\varphi = 1,73 \cdot 380 \cdot 22 \cdot 0,85 = 12\,293 \text{ W} \cong 12,3 \text{ kW}$$

La potenza resa a pieno carico allora, essendo noto il rendimento $\eta_M = 0,89$ vale allora:

$$P_{resa} = P_n \cdot \eta_M = 12\,293 \cdot 0,89 = 10\,941 \text{ W} \cong 10,9 \text{ kW}$$

Sfruttando i dati delle due prove a vuoto possiamo determinare le perdite meccaniche e nel ferro, infatti, dato che le perdite nel ferro sono proporzionali al quadrato della tensione, potremo scrivere la proporzione seguente, indicando con P_{Fe1} le perdite nella prova a vuoto alla tensione di 380 V e con P_{Fe2} quelle relative alla prova a 340 V:

$$P_{Fe1} : P_{Fe2} = 380^2 : 340^2$$

Sviluppando la proporzione si ottiene:

$$P_{Fe2} = 0,8 \cdot P_{Fe1}$$

Applicando la relazione che esprime la potenza a vuoto P_0 per entrambe le condizioni di prova, tenendo conto del fatto che le perdite meccaniche sono le stesse in entrambi i casi e che sono già state calcolate le perdite Joule nei due casi, otterremo il sistema seguente, avente come incognite P_{Fe1} e P_{mecc}:

$$P_{o(1)} = P_{Fe1} + P_{mecc} + P_{J0s}$$

$$P_{o(2)} = 0{,}8 \cdot P_{Fe1} + P_{mecc} + P'_{J0s}$$

sostituendo i valori si ha:

$$590 = P_{Fe1} + P_{mecc} + 7{,}66$$

$$525 = 0{,}8 \cdot P_{Fe1} + P_{mecc} + 6{,}32$$

Questo sistema, risolto, fornisce i seguenti valori:

$$P_{Fe1} = 318 \text{ W}; \quad P_{mecc} = 264 \text{ W}$$

assumendo ovviamente come perdite nel ferro in condizioni di funzionamento nominale il valore appena calcolato.

Calcoliamo ora le P_{Jstat} di statore a pieno carico, ottenendo (con formula analoga a quella relativa al funzionamento a vuoto):

$$P_{Jstat} = 3 \cdot R_f \cdot I_n^2 = 3 \cdot 0{,}14 \cdot 22^2 = 203 \text{ W}$$

Ora, con un procedimento attraverso le potenze (un po' macchinoso peraltro), potremo determinare i parametri che servono a completare il problema.

Possiamo calcolare la *potenza passante* P_{pass} da statore a rotore, tenendo conto che essa assume l'espressione:

$$P_{pass} = P_n - P_{Fe1} - P_{Jstat}$$

I valori sono tutti noti, per cui:

$$P_{pass} = 12\,293 - 318 - 203 = 11\,772 \text{ W} \cong 11{,}8 \text{ kW}$$

La potenza passante raggiunge il rotore, ove si suddivide nei termini seguenti:

$$P_{pass} = P_{mecc} + P_{Jrot} + P_{resa}$$

È ora possibile determinare la P_{Jrot}, esplicitandola nella espressione sopra e sostituendo i valori noti:

$$P_{Jrot} = P_{pass} - P_{mecc} - P_{resa} = 11\,772 - 264 - 10\,941 = 567 \text{ W}$$

Usando la relazione tra scorrimento a carico, perdite Joule rotoriche e potenza passante, calcoliamo *s*:

$$s = P_{Jrot} / P_{pass} = 567 / 11\,772 = 0{,}048 \text{ (in termini percentuali 4,8\%)}$$

Conoscendo lo scorrimento possiamo calcolare la resistenza di fase rotorica essendo:

$$P_{Jrot} = s \cdot P_{pass} = 3 \cdot R_{rot} \cdot I_2^2$$

si ricava:

$$R_{rot} = P_{Jrot} / (3 \cdot I_2^2) = 567 /(3 \cdot 25{,}07^2) = 0{,}3\ \Omega$$

Il numero di giri teorico per un motore quadripolare vale 1500 giri/min, per cui la velocità di rotazione reale a carico sarà:

$$n_g = 1500 \cdot (1 - 0{,}048) = 1428 \text{ giri/min}$$

Calcolo della potenza meccanica trasmessa
La potenza meccanica trasmessa al rotore P_M è esprimibile con:

$$P_M = P_{pass} - P_{Jrot} = 11\,772 - 567 = 11\,205 \text{ W} \cong 11{,}2 \text{ kW}$$

che di fatto comprende sia la potenza effettivamente fornita all'albero sia le perdite meccaniche.

Calcolo della coppia meccanica e quella di attrito
Dal valore precedente si ricava la *coppia meccanica* generata, con la formula:

$$C_g = \frac{P_M \cdot 60}{2\pi \cdot n_g} = \frac{11{,}2 \cdot 10^3 \cdot 60}{2\pi \cdot 1428} = 74{,}9 \text{ Nm}$$

Conoscendo già la potenza resa possiamo con analoga formula calcolare la *coppia resa all'albero*:

$$C_r = \frac{P_{resa} \cdot 60}{2\pi \cdot n_g} = \frac{10{,}9 \cdot 10^3 \cdot 60}{2\pi \cdot 1428} = 72{,}9 \text{ Nm}$$

Conoscendo le perdite meccaniche $P_{mecc} = 264$ W, con analoga formula si può calcolare la *coppia di attrito*:

$$C_a = \frac{P_{mecc} \cdot 60}{2\pi \cdot n_g} = \frac{264 \cdot 60}{2\pi \cdot 1428} = 1{,}77 \text{ Nm}$$

Calcolo della tensione, della corrente erogata dalla dinamo e della potenza fornita al carico
Osserviamo che in pratica la potenza elettrica P_d sviluppata dalla dinamo coincide con la potenza P_{resa}, resa dal motore asincrono, per cui per essa si assumerà il valore $P_d = 10{,}9$ kW.

Non è noto dal testo il valore della resistenza d'indotto della dinamo: potremo assumere un valore desunto da costruzioni commerciali per macchine a eccitazione indipendente di potenze attorno a 10 kW come quella proposta nel testo: assumiamo $R_{ind} = 0{,}1\ \Omega$.

Il testo non specifica in alcun modo la resistenza del carico elettrico che la dinamo deve alimentare (del resto viene specificato chiaramente che essa funziona a carico). Occorre quindi ipotizzare arbitrariamente un carico: in questo caso assumiamo che la macchina alimenti un sistema elettrico avente una resistenza di $R_{car} = 15\ \Omega$ e, per analogia tra macchine simili, ipotizziamo un rendimento della dinamo $\eta_D = 0{,}8$.

Il sistema motore asincrono-dinamo è rappresentabile come in figura 2:

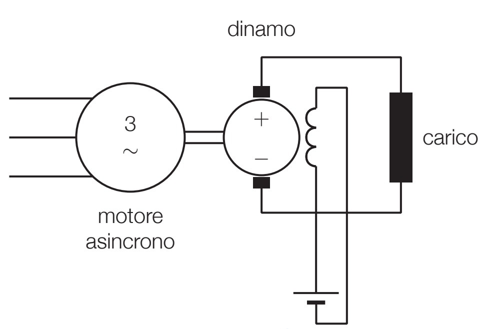

FIGURA 2

Con le ipotesi fatte si può calcolare la *corrente erogata dalla* *dinamo*, conoscendo la potenza elettrica che essa deve fornire (che coincide con quella resa dal motore che la trascina, a meno del rendimento, del resto qui non specificato); essendo $P_d = (R_{car} + R_{ind}) \cdot I_d^2$ si ricava I_d:

$$I_d = \sqrt{\frac{P_d}{R_{car} + R_{ind}}} = \sqrt{\frac{10{,}9 \cdot 10^3}{15 + 0{,}1}} = 26{,}9 \text{ A}$$

La caratteristica della dinamo è una retta a pendenza negativa avente un coefficiente angolare pari a:

$$k = -240/276 = -0{,}87$$

che individua l'equazione della retta nella seguente espressione:

$$V = -0{,}87 \cdot I_d + 240$$

Se si sostituisce il valore noto di I_d si ottiene:

$$V = -0{,}87 \cdot 26{,}9 + 240 = 217 \text{ V}$$

che è la *tensione di lavoro della dinamo nelle condizioni iniziali del problema.*

Diminuzione del 20% della corrente

Se la corrente della dinamo diminuisce del 20% si passa dal valore $I_d = 26{,}9$ A al valore:

$$I'_d = 0{,}8 \cdot 26{,}9 = 21{,}5 \text{ A}$$

per cui la tensione di lavoro diventa:

$$V' = -0{,}87 \cdot I'_d + 240 = -0{,}87 \cdot 21{,}5 + 240 = 221 \text{ V}$$

Una diminuzione della corrente erogata dalla dinamo determina una minore potenza erogata dalla dinamo sul carico e quindi una minore potenza richiesta al motore che assorbe quindi una minore corrente dalla linea e, per la diminuzione della coppia richiesta, si produce una diminuzione dello scorrimento.

La corrente assorbita dal motore diminuisce e quindi diminuiscono anche le perdite a carico. In pratica il motore andrà ad assorbire una potenza P'_{ass} minore della precedente, indicativamente calcolabile come rapporto tra la nuova potenza elettrica P'_d erogata dalla dinamo e il prodotto dei rendimenti di dinamo e motore, secondo la formula:

$$P'_{ass} = P'_d / (\eta_M \cdot \eta_D)$$

Avremo, con i valori noti in precedenza:

$$P'_d = (R_{car} + R_{ind}) \cdot I'^2_d = (15+0{,}1) \cdot 21{,}5^2 = 6{,}98 \text{ kW}$$

e quindi la nuova potenza assorbita dalla linea, dal complesso motore-dinamo, sarà:

$$P'_{ass} = P'_d / (\eta_M \cdot \eta_D) = 6{,}98 \cdot 10^3/(0{,}89 \cdot 0{,}8) = 9{,}80 \text{ kW}$$