

ARGOMENTO Cinghie trapezoidali, ruote dentate

RIFERIMENTO Volume 2, Capitoli 11, 12 e 14

Si debba trasmettere una potenza di 7,5 kW da un motore elettrico avente velocità angolare di 1450 giri/min a una macchina operatrice funzionante a 225 giri/min.

La riduzione di velocità deve essere attuata mediante una prima trasmissione con cinghie trapezoidali a un albero di rinvio con rapporto di trasmissione 2 e, successivamente, con coppia di ruote dentate cilindriche a denti dritti da realizzarsi con acciaio C50 bonificato.

Il candidato, tenendo presente che la macchina operatrice è sottoposta a tipi di sforzo assimilabili a quelli di una pompa a pistoni e che è destinata a un uso continuo nell'arco delle otto ore lavorative giornaliere, dimensioni gli elementi della trasmissione, relazionando su scelte attuate, calcoli effettuati, risultati ottenuti e rappresentando il tutto in uno schizzo quotato.

Inoltre il candidato, dopo opportuna e motivata scelta dei materiali e sulla scorta dell'architettura prescelta, dimensioni le principali sezioni dell'albero di rinvio.

Dimensionamento della trasmissione a cinghie

Noto il tipo di macchina operatrice e le condizioni di lavoro, la prima cosa da fare è il calcolo della potenza corretta: $P_c = P_0 \cdot f_s$, dove f_s è il fattore di servizio, valutabile appunto in base alle condizioni e al tipo di lavoro, e alle caratteristiche del motore e della macchina operatrice.

Dal Manuale (pag. 708, tab. 65) si trova che per una pompa alternativa azionata da motore elettrico, con coppia di spunto normale, funzionante per 8 ore giornaliere, il fattore di servizio per trasmissioni a cinghie è $f_s = 1,3$.

La potenza di calcolo sarà quindi:

$$P_c = 7,5 \cdot 1,3 = 9,75 \text{ kW}$$

La velocità di rotazione della puleggia minore (che è quella collegata al motore elettrico) è:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 1450}{30} \approx 151,84 \text{ rad/s}$$

In base alla velocità di rotazione e alla potenza da trasmettere, e supponendo di utilizzare 3-5 cinghie, si vede dalla fig. 42 a pag. 713 che è consigliabile usare cinghie di tipo A. La stessa cosa si può valutare dalla fig. 14.14 del volume 2.

Assumiamo una velocità della cinghia di 10 m/s; a 1450 giri/min, ossia per $\omega_1 = 151,84 \text{ rad/s}$, ne risulta un diametro primitivo

$$d_{p1} = 2 \cdot \frac{102}{151,84} \approx 0,131 \text{ m} = 131 \text{ mm}$$

Assumeremo come diametro primitivo della puleggia quello unificato più vicino, ossia $d_{p1} = 140 \text{ mm}$. La velocità risulta essere:

$$v = 151,84 \cdot \frac{140}{2} \approx 10600 \text{ mm/s} = 10,6 \text{ m/s}$$

Per avere un rapporto di trasmissione 2, come richiesto dal testo, serve un diametro primitivo della seconda puleggia $d_{p2} = 280 \text{ mm}$, che è anch'esso unificato. In funzione di questo rapporto di trasmissione si trova dal Manuale $f_b = 1,12$, per cui $D_{eq} = 1,12 \cdot 140 \approx 158 \text{ mm}$.

Interpolando linearmente la tab. 71 si vede che la potenza nominale trasmissibile da una cinghia di tipo A, per $D_{eq} = 158 \text{ mm}$ e $v = 10,6 \text{ m/s}$, è di 2,47 kW. Sappiano che questa potenza nominale va corretta con due coefficienti correttivi, uno funzione della lunghezza della cinghia e l'altro funzione dell'angolo di avvolgimento.

L'interasse minimo consigliato, con $d_{p1} = 140 \text{ mm}$ e $d_{p2} = 280 \text{ mm}$, è pari a 350 mm. La lunghezza primitiva della cinghia risulta essere di 1373 mm, lunghezza che considereremo, in assenza di tabelle o di cataloghi, anche quella commerciale (che in realtà sarebbe di 1405 mm, leggermente maggiore, che porterebbe a un interasse

reale di di 366 mm; ma tutto questo ha influenza irrilevante sul fattore correttivo e anche sull'angolo di avvolgimento).

Si valuta quindi dalla fig. 46 del Manuale che $f_L = 0,95$. Si calcola poi l'angolo di avvolgimento.

$$\frac{d_{p2} - d_{p1}}{a} = \frac{280 - 140}{350} \cong 0,4$$

da cui si ricava: $\alpha = \pi - 0,4 \text{ rad} \cong 2,74 \text{ rad} \cong 157^\circ$.

Dalla tab. 73 si ricava $f_\alpha = 0,95$ e la potenza effettivamente trasmissibile da una cinghia è:

$$P_e = 2,47 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cong 2,23 \text{ kW}$$

Il numero di cinghie necessario è quindi:

$$z = \frac{P}{P_e} = \frac{9,75}{2,23} \cong 4,4$$

ossia, naturalmente, $z = 5$.

La larghezza della puleggia a gole multiple si calcola in funzione dei dati riportati nella tab. 74, e risulta essere di 80 mm.

Dimensionamento della coppia di ruote dentate

Faremo questo dimensionamento prima col metodo di Lewis e successivamente con un calcolo a usura.

Prima stabiliamo il rapporto di riduzione richiesto. Sappiamo che la velocità del motore è 1450 giri/min, e che la trasmissione a pulegge ha un rapporto di riduzione 2. La prima ruota dentata avrà una velocità di

$$n_1 = \frac{1450}{2} = 725 \text{ giri/min}$$

Conoscendo la velocità della macchina operatrice (225 giri/min), il rapporto di riduzione delle due ruote dentate dovrà essere

$$i = \frac{725}{225} \cong 3,222$$

Si verifica che una coppia di ruote dentate che realizza esattamente questo rapporto di trasmissione è quella che ha numero di denti $z_1 = 18$ e $z_2 = 58$.

Usando le formule del Manuale, si calcola il modulo con la formula

$$m = G \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{f_v \cdot \sigma_{am} \cdot \lambda}}$$

con $f_v = 0,85 - 0,02 \cdot v$. Il materiale indicato dal testo per le ruote dentate è un acciaio da bonifica C50, per cui possiamo assumere $\sigma_{am} = 180 \text{ N/mm}^2$; supponiamo una velocità di 3,5 m/s e assumiamo $\lambda = 15$ (supporto sciolto).

Consideriamo lo stesso fattore di servizio usato per il calcolo della trasmissione a cinghie; il momento da trasmettere è quindi:

$$M = 9549,3 \cdot \frac{P}{n} = 9549,3 \cdot \frac{9,75}{725} \cong 126,4 \text{ N} \cdot \text{m} = 128\,400 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Per $z_1 = 18$ otteniamo dalla tab. 63 a pag. 703 del Manuale $G = 0,63$; calcoliamo $f_v = 0,78$ e quindi

$$m = G \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{f_v \cdot \sigma_{am} \cdot \lambda}} = 0,63 \cdot \sqrt[3]{\frac{128\,400}{0,78 \cdot 180 \cdot 15}} \cong 2,48$$

Con un calcolo a usura, assumendo per il materiale scelto una $p_{am} = 375 \text{ N/mm}^2$ ed estrapolando dalla tab. 62 per $z_1=18$ e $z_2/z_1 = 3,22$ un fattore $C = 13,1$, si ha:

$$m = C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_{am}^2}} = 13,1 \cdot \sqrt[3]{\frac{128400}{15 \cdot 375^2}} \cong 5,15 \text{ mm}$$

Assumeremo quindi il modulo (unificato) $m = 5,5 \text{ mm}$. Risulta quindi, per la coppia di ruote dentate:

$$\begin{aligned} z_1 &= 18 & z_2 &= 58 \\ d_{p1} &= 99 \text{ mm} & d_{p2} &= 319 \text{ mm} \\ b &= 82,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

Lo schema della trasmissione è riportato in figura A.

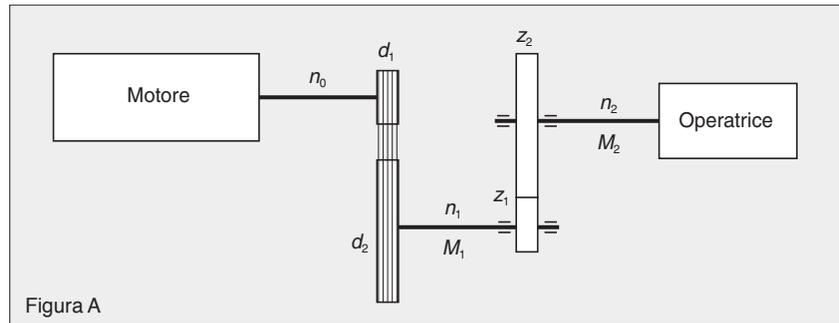


Figura A

Dimensionamento dell'albero di rinvio

Per dimensionare l'albero di rinvio occorre calcolare i carichi applicati (tiro delle cinghie e forze agenti sugli ingranaggi) e stimare un ingombro di massima in funzione delle dimensioni delle ruote dentate, della puleggia e dei cuscinetti.

Dalle dimensioni della puleggia (80 mm) e della ruota dentata (82 mm), stimando un ingombro assiale dei cuscinetti di 40 mm e lasciando una larghezza libera tra i vari componenti di 10 mm, si ha la situazione di figura B.

Calcoliamo i tiri sulle cinghie. Si deve trasmettere un momento (già calcolato) pari a 126,4 N·m con un diametro di 140 mm; sarà:

$$F_0 = \frac{M}{(d/2)} = \frac{126,4}{0,070} \cong 917,3 \text{ N}$$

Considerando un coefficiente di attrito $f = 0,28$ e tenendo conto dell'angolo di inclinazione della puleggia trapezoidale (40°) si ha:

$$f_0 = \frac{f}{\sin 20^\circ} \cong 0,82$$

Abbiamo già calcolato l'angolo di avvolgimento α (2,74 rad), per cui si ha: $e^{f_0 \cdot \alpha} \cong 9,57$. Risulta quindi:

$$T = F \cdot \frac{e^{f_0 \alpha}}{e^{f_0 \alpha} - 1} = 917,3 \cdot \frac{9,57}{9,57 - 1} \cong 1024 \text{ N} \quad \text{e} \quad t = F \cdot \frac{1}{e^{f_0 \alpha} - 1} = 917,3 \cdot \frac{1}{9,57 - 1} \cong 107 \text{ N}$$

Trascurando il peso proprio della puleggia, e con riferimento alle figure C e D, si ha $N = 1131 \text{ N}$.

Per quanto riguarda la ruota dentata, che deve trasmettere lo stesso momento con un diametro primitivo di 99 mm, considerando un angolo $\theta = 20^\circ$, si ha:

$$F_t = \frac{M_t}{(d_{pl}/2)} = \frac{126400}{49,5} \cong 2594 \text{ N} \quad \text{e} \quad F_r = F_t \cdot \cos \theta = 2594 \cdot \cos 20^\circ \cong 944 \text{ N}$$

Sui due piani verticale e orizzontale, trascurando i pesi della puleggia, la situazione quindi è quella schematizzata nelle figure C e D, con $a = 70 \text{ mm}$ e $b = 71 \text{ mm}$.

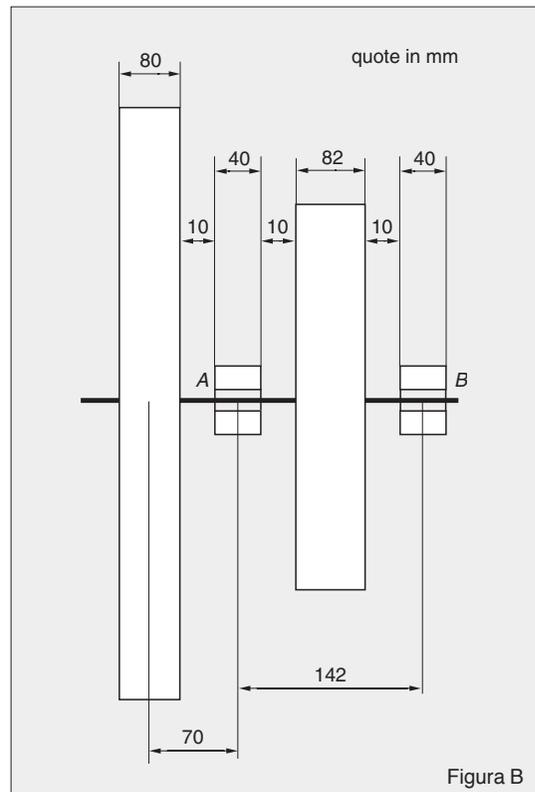
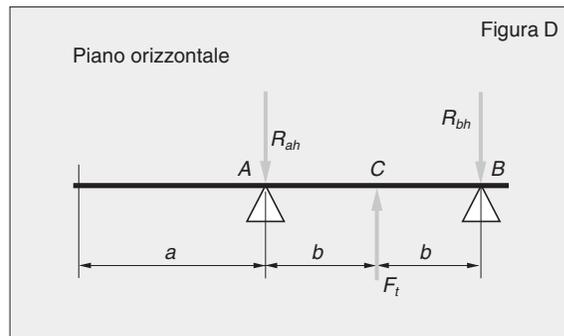
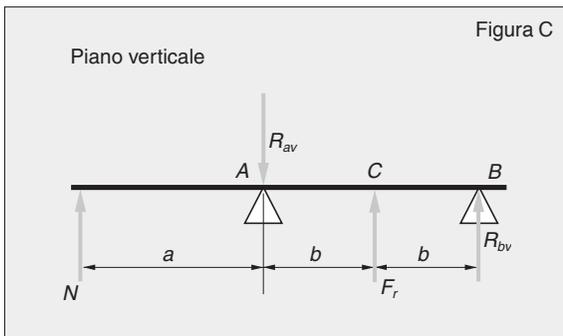


Figura B



In questa situazione di carico, eseguendo tutti i calcoli, la sezione più sollecitata risulta essere la sezione *C* (mezzeria della ruota dentata), con momento flettente pari a 91 000 N · mm e momento torcente pari 128 400 N · mm. Utilizziamo come materiale per l'albero un acciaio non legato, C40 UNI 7874, con carico di rottura $\sigma_r = 680 \text{ N/mm}^2$ (pag. 372 del Manuale) e un coefficiente di sicurezza $a = 9$. Si impiega quindi per i calcoli un carico unitario di sicurezza a tensione normale $\sigma_{am} = 75 \text{ N/mm}^2$. Si ha un momento flettente ideale

$$M_{f(id)} = \sqrt{(M_f)^2 + 0,75 \cdot (M_t)^2} = \sqrt{91\,000^2 + 0,75 \cdot 128\,400^2} \approx 143\,700 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

e si calcola un diametro dell'albero

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{f(id)}}{0,1 \cdot \sigma_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{143\,700}{0,1 \cdot 75}} \approx 26,8 \text{ mm}$$

che arrotondiamo a 27 mm e che portiamo a 32 mm per tener conto della profondità necessaria alla chiavetta (UNI 6607-A 10×8).

La sede di calettamento della puleggia va calcolata solo a momento torcente; si ha:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_t}{0,2 \cdot \tau_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{128\,400}{0,2 \cdot 43,3}} \approx 24,6 \text{ mm}$$

che arrotondiamo a 25 mm e che portiamo a 29 mm per tener conto della profondità necessaria alla chiavetta (UNI 6607-A 8×7).

Resta da dimensionare il perno intermedio, sollecitato a momento flettente e torcente. Nella sezione *A* (perno intermedio) abbiamo già calcolato un momento flettente pari a 79 200 N·mm e un momento torcente pari 128 400 N · mm. Si ha quindi un momento flettente ideale

$$M_{f(id)} = \sqrt{(M_f)^2 + 0,75 \cdot (M_t)^2} = \sqrt{79\,200^2 + 0,75 \cdot 128\,400^2} \approx 136\,500 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

e si calcola un diametro dell'albero

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{f(id)}}{0,1 \cdot \sigma_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{136\,500}{0,1 \cdot 75}} \approx 26,3 \text{ mm}$$

che arrotondiamo a 27 mm.

Avendo ipotizzato una lunghezza del perno $l = 40 \text{ mm}$ si ha: $l/d \approx 1,48$, ed essendo

$$R_a = \sqrt{R_{Va}^2 + R_{Ha}^2} \approx 2520 \text{ N}$$

risulta una pressione di contatto

$$p = \frac{R_a}{l \cdot d} \approx 2,3 \text{ N/mm}^2$$

più che accettabile. Per quanto riguarda il perno in *B* sarà opportuno, anche se molto meno sollecitato, realizzarlo uguale al perno in *A*, per ragioni di uniformità dei cuscinetti, di intercambiabilità e di semplicità di lavorazione.