

**ARGOMENTO** Verricello, ruote dentate, dimensionamento di alberi e di perni

**RIFERIMENTO** Volume 1, Capitolo 5; Volume 2, Capitoli 11 e 12; Volume 3, Capitoli 5 e 6

Il tamburo di un verricello ad asse orizzontale, sul quale si avvolge una fune metallica, presenta un diametro pari a 300 mm e una lunghezza di 600 mm; esso è realizzato con due dischi, saldati sull'albero e con un tamburo cilindrico saldato su essi. L'albero, che risulta essere solidale al tamburo, è sostenuto da due supporti con l'interposizione di cuscinetti a strisciamento e presenta un'estremità per il collegamento al gruppo riduttore.

Facendo riferimento a un carico massimo di sollevamento pari a 20 kN, il candidato, dopo aver scelto con giustificati criteri tutti i dati occorrenti, esegua:

- il dimensionamento dell'albero e dei perni relativi ai supporti, limitando la pressione specifica a valori compatibili con i materiali utilizzati;
- il disegno di fabbricazione dell'albero, completo di tolleranze e gradi di rugosità superficiali;
- il ciclo di lavorazione dell'albero.

Disegno di fabbricazione e ciclo di lavorazione dell'albero sono competenza di altre discipline di studio, per cui ci limiteremo ad analizzare il primo punto.

### Dimensionamento dell'albero

Per dimensionare l'albero occorre conoscere anche le caratteristiche della sua estremità di collegamento al gruppo riduttore, che non sono note.

Noto il massimo carico di sollevamento e il diametro del tamburo del verricello, è immediatamente calcolabile il momento di sollevamento, e quindi il momento torcente sull'albero

$$M_t = Q_{max} \cdot \frac{d}{2} = 20\,000 \cdot \frac{0,3}{2} = 3000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Con questo momento è dimensionabile l'albero nella sede di calettamento con la ruota dentata, qualunque siano le caratteristiche della ruota stessa.

### Dimensionamento della sede di calettamento della ruota dentata

Utilizziamo come materiale per l'albero un acciaio non legato da bonifica UNI EN 10083 C40, con  $\sigma_r$  di 600÷750 MPa. Assumendo  $\sigma_r = 700 \text{ N/mm}^2$  e un coefficiente di sicurezza  $a = 9$ , si ha:

$$\sigma_{am} = \frac{700}{9} \cong 78 \text{ N/mm}^2 \quad \text{e} \quad \tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}} \cong 45 \text{ N/mm}^2$$

Il diametro dell'albero si calcola con la relazione:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_t}{0,2 \cdot \tau_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{3\,000\,000}{0,2 \cdot 45}} \cong 69,4 \text{ mm}$$

per cui, tenendo conto della profondità ( $t_1 = 8 \text{ mm}$ ) necessaria alla chiavetta (chiavetta UNI 6607-A 22×14) si sceglie un diametro di 78 mm.

Per dimensionare completamente l'albero occorre tener conto delle sollecitazioni (radiali e tangenziale) che derivano dalla ruota dentata calettata su di esso; occorre quindi dimensionare il gruppo riduttore. Per far questo occorre ipotizzare un rapporto di riduzione, che non è specificato nel testo.

Ipotizziamo una velocità massima del carico di 0,65 m/s; questo, considerando il diametro assegnato del tamburo (300 mm) comporta una velocità di rotazione dello stesso

$$\omega_t = \frac{0,65}{0,15} \cong 4,333 \text{ rad/s}$$

Ipotizziamo anche che il rapporto di riduzione complessivo sia realizzato con due coppie di ruote, come indicato nello schema di figura A, e che il motore elettrico sia a 4 coppie di poli ( $n = 750 \text{ giri/min}$ ).

La velocità angolare della prima ruota è allora

$$\omega_1 = \frac{2\pi \cdot 750}{60} \approx 78,54 \text{ rad/s}$$

mentre quella della quarta, solida col tamburo, è  $\omega_4 = 4,333 \text{ rad/s}$ . Il rapporto di riduzione totale è quindi

$$i = \frac{78,54}{4,333} \approx 18,125 = i_1 \cdot i_2$$

Assumendo  $i_1 = 5$  risulta  $i_2 = 3,625$ , realizzabile con una coppia di ruote dentate con numero di denti  $z_3 = 16$  e  $z_4 = 58$ .

Ai fini di quanto richiesto dal testo basta dimensionare la seconda coppia di ruote.

Il momento di sollevamento, che è quello che agisce sulla quarta ruota, è già noto,  $M_t = 3000 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Il momento torcente che agisce sulla terza ruota sarà

$$M_3 = \frac{M_4}{i_2} = \frac{3000}{3,625} \approx 827,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

e sarà il momento che considereremo nel calcolo, assumendo un coefficiente di servizio pari a 1 (servizio intermittente, con lieve e frequente sovraccarico, pag. 701 del Manuale).

Scegliamo come materiale per le ruote un acciaio bonificato C50 UNI 7874, per cui possiamo considerare una  $\sigma_{am}$  pari a  $180 \text{ N/mm}^2$  e una durezza HB di  $240 \text{ N/mm}^2$ .

Effettuiamo direttamente un progetto a usura, salvo poi verificarne i risultati a flessione. Per quanto riguarda la pressione ammissibile per il materiale scelto, il Manuale riporta  $375 \text{ N/mm}^2$ ; in realtà, dato che il funzionamento del verricello sarà senz'altro discontinuo, conviene calcolare la pressione ammissibile con la (12.10) del volume 3, assumendo un numero di ore abbastanza basso (2000 ore):

$$p_0 = 25 \cdot \frac{HB}{\sqrt[6]{n \cdot h}} = 25 \cdot \frac{240}{\sqrt[6]{750 \cdot 2000}} \approx 561 \text{ N/mm}^2$$

Considerando come pressione ammissibile la  $p_0$  appena calcolata, e assumendo  $\lambda = 12$ , si ha:

$$m = C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_{am}^2}} = 14,3 \cdot \sqrt[3]{\frac{827600}{12 \cdot 561^2}} \approx 8,6 \text{ mm}$$

dove  $C$  è stato estrapolato dalla tab. 62 di pag. 702, per  $z = 16$  e rapporto di ingranaggio pari a 3,625. Assumeremo quindi come modulo della seconda coppia di ruote quello unificato immediatamente superiore, ossia 9 mm. Risulta quindi  $d_{p3} = 144 \text{ mm}$ ,  $d_{p4} = 522 \text{ mm}$ ,  $b = 108 \text{ mm}$  (larghezza della ruota).

Si può effettuare una verifica a flessione; considerando che la velocità è

$$v = \omega \cdot r = 4,333 \cdot \frac{522}{2} \approx 2,3 \text{ m/s}$$

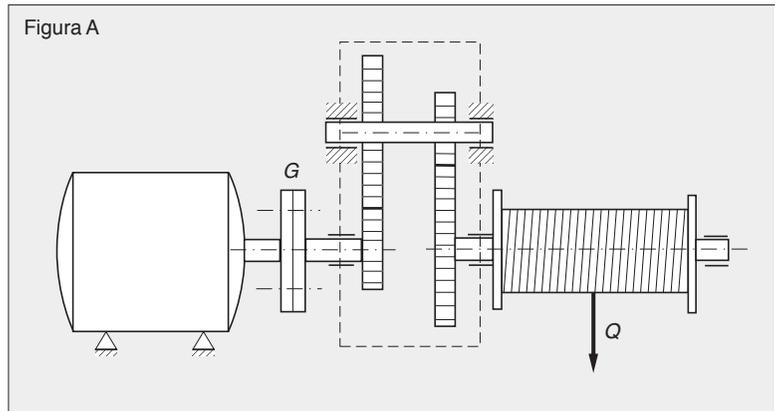
e quindi  $f_v = 0,85 - 0,02 \cdot v = 0,804$ , estrapolando dal manuale  $G = 0,66$ , si calcola la tensione:

$$\sigma = G^3 \cdot \frac{M}{f_v \cdot m^3 \cdot \lambda} = 0,66^3 \cdot \frac{827600}{0,804 \cdot 9^3 \cdot 12} \approx 34 \text{ N/mm}^2$$

che è molto minore di  $\sigma_{am} = 180 \text{ N/mm}^2$  (tensione ammissibile).

Per quanto riguarda la ruota dentata, che deve trasmettere il momento  $M_t = 3000 \text{ N} \cdot \text{m}$  con un diametro primitivo di 580 mm, considerando un angolo di pressione  $\theta = 20^\circ$ , si ha:

$$F_t = \frac{M_t}{(d_p/2)} = \frac{3000000}{290} \approx 10345 \text{ N} \quad e \quad F_r = F_t \cdot \cos \theta = 10345 \cdot \cos 20^\circ \approx 28420 \text{ N}$$



Il testo chiede di utilizzare come supporti cuscinetti a strisciamento; ipotizziamo di utilizzare dei cuscinetti al bronzo con pressione ammissibile  $p_{am} = 15 \div 30 \text{ N/mm}^2$ .

Ipotizziamo anche che il diametro dell'albero in corrispondenza dei cuscinetti sia leggermente più grande del diametro dell'albero in corrispondenza della ruota dentata, cioè sia  $d = 82 \text{ mm}$ , e che la lunghezza del cuscinetto sia  $l = d$ .

Considerando una larghezza di ruota dentata di  $108 \text{ mm}$ , una larghezza dei supporti di  $82 \text{ mm}$  e lasciando tra i vari elementi un gioco di  $9 \text{ mm}$ , si ottiene la situazione schematizzata in figura B.

Sui due piani verticale e orizzontale, trascurando i pesi propri della ruota dentata e del verricello la situazione quindi è quella schematizzata nelle figure C e D.

Noti  $F_r$ ,  $Q$  e  $F_t$  si ottiene sviluppando i calcoli che:

$$\begin{aligned} R_{Va} &= 46\,270 \text{ N} & R_{Vb} &= 34\,690 \text{ N} \\ M_{fVA} &= 3\,284\,300 \text{ N} \cdot \text{mm} & M_{fVC} &= 12\,142\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} \\ R_{Ha} &= 13\,200 \text{ N} & R_{Hb} &= 13\,200 \text{ N} \\ M_{fHa} &= 1\,195\,400 \text{ N} \cdot \text{mm} & M_{fHC} &= 4\,620\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} \\ M_{fToA} &= 3\,495\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} & M_{fToC} &= 12\,992\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} \\ M_t &= 3\,000\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} & M_{fid(A)} &= 4\,335\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} \\ M_{fid(C)} &= 13\,249\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} & & \end{aligned}$$

Con  $M_{fid(A)}$  si dimensiona il perno in A; il cui diametro risulta:

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{M_{fid}}{0,2 \cdot \sigma_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{4\,335\,000}{0,2 \cdot 78}} \approx 82 \text{ mm}$$

come avevamo ipotizzato. La pressione di contatto sul cuscinetto, prendendo  $l = d$  come ipotizzato, risulta:

$$p = \frac{R_a}{d \cdot l} = \frac{48\,120}{82 \cdot 82} \approx 7,2 \text{ N/mm}^2$$

largamente inferiore alla pressione ammissibile. Resta da dimensionare, con momento flettente  $M_{fid(C)}$ , l'albero della sua zona centrale, dove abbiamo schematizzato il punto di applicazione del carico. Il diametro risulta:

$$d_C = \sqrt[3]{\frac{M_{fid}}{0,2 \cdot \sigma_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{13\,249\,000}{0,2 \cdot 78}} \approx 119,3 \text{ mm}$$

che arrotonderemo a  $120 \text{ mm}$ .

Per quanto riguarda il perno in B, che essendo un perno di estremità può essere senz'altro inferiore al perno in A, sarà opportuno realizzarlo uguale al perno in A, per ragioni di uniformità dei cuscinetti e di semplicità di lavorazione dell'albero.

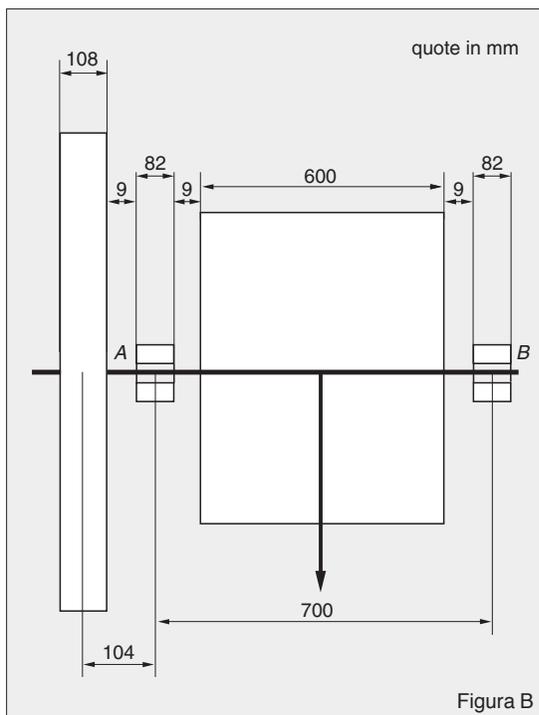


Figura B

