6. Analisi statica lineare: esempio di calcolo

Si supponga di volere determinare lo schema di carico per il calcolo all'SLV delle sollecitazioni in direzione x del telaio riportato nella ▶FIGURA 1, con ordinata spettrale elastica $S_e(T) = 0{,}555\ g$.

L'azione sismica può essere modellata come una forza sismica equivalente.

La componente orizzontale F_h, che va sempre considerata, può essere scomposta secondo le due direzioni principali x e z.

Essendo, per il secondo principio della dinamica:

$$F = m \cdot a$$

ognuna delle due componenti si determina moltiplicando, nella direzione considerata, la massa W/g associata al carico gravitazionale W (dovuto ai carichi verticali, permanenti e variabili) per l'accelerazione spettrale di progetto. Si ha quindi:

$$F_{hx} = S_d(T)_x \cdot \frac{W_x}{g}$$

$$F_{hy} = S_d(T)_y \cdot \frac{W_y}{g}$$

dove:

- $S_d(T)_x$ e $S_d(T)_y$ sono le componenti orizzontali dello spettro di progetto;
- W_x e W_y sono i carichi gravitazionali totali nella direzione considerata;
- $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ è l'accelerazione di gravità.

Componenti orizzontali $S_d(T)$ dello spettro di progetto

Si ha:

$$S_d(T) = \frac{S_e(T)}{q}$$

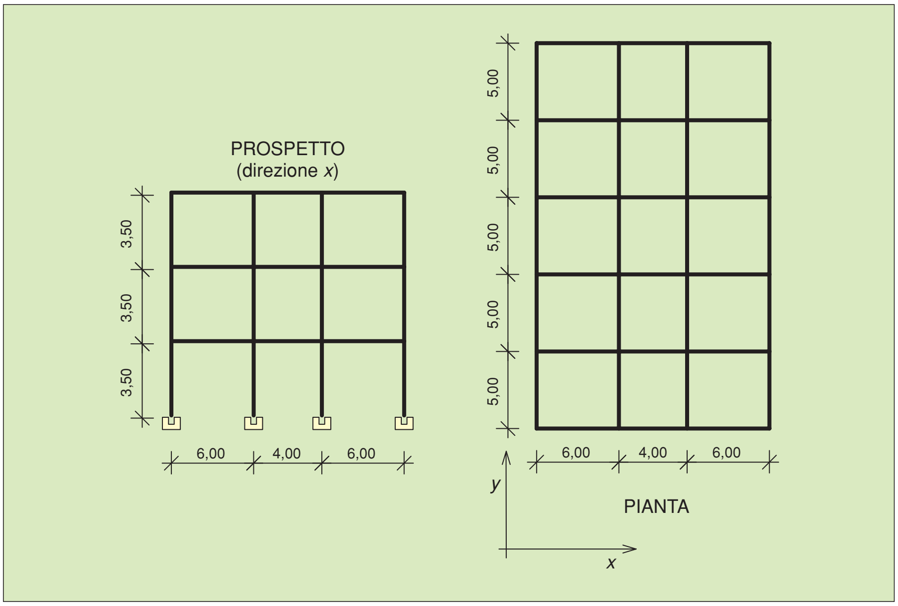

FIGURA 1 Edificio in CA a telaio. Analisi lineare? Statica o dinamica?

Copyright © 2013 Zanichelli editore S.p.A., Bologna [5929]
Questo file è una estensione online del corso Zavanella, Leti, Veggetti, *Progettazione, costruzioni e impianti*

Poiché si hanno, in entrambe le direzioni, telai multipiano a più campate, si ha anche (tabella 1, CDA):

$$q_x = q_z = q = 5{,}85$$

In questo caso le componenti orizzontali dello spettro di progetto sono uguali tra loro e assumono il valore:

$$S_d(T) = S_{dx}(T) = S_{dy}(T) = \frac{S_e(T)}{q} = \frac{0{,}555\ g}{5{,}85} = 0{,}095\ g$$

Massa associata ai carichi gravitazionali

La massa W/g è associata al carico gravitazionale W dovuto alle azioni verticali permanenti e variabili. Il carico W è ricavato con criterio probabilistico, fattorizzando i carichi variabili. Si considera quindi il seguente carico gravitazionale:

$$W = \lambda(G_k + \Sigma_i\ \psi_{2i}\ Q_{ki}$$

dove:

- G_k indica il valore totale dei carichi permanenti, assunti con valore caratteristico;
- Q_{ki} indica il valore caratteristico della generica azione variabile;
- ψ_{2i} è il coefficiente di combinazione all'SLU delle azioni variabili Q_{ki} e assume i valori riportati nella tabella Car8b del *Prontuario*).

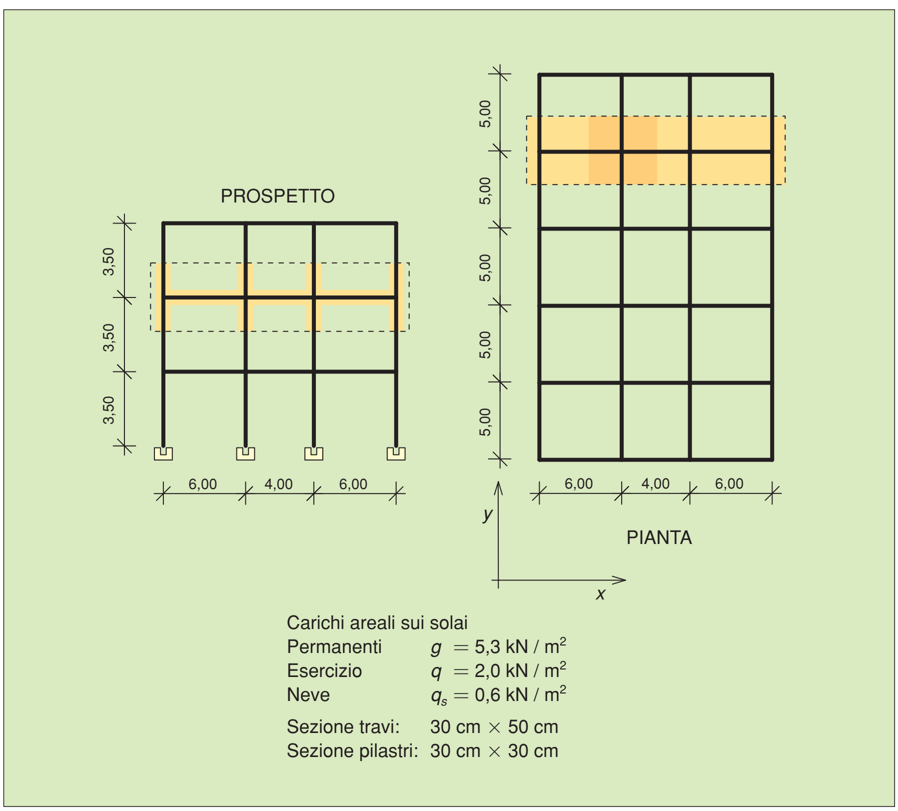

FIGURA 2 Aree di influenza relative ai carichi gravitazionali del telaio in direzione *x*.

Copyright © 2013 Zanichelli editore S.p.A., Bologna [5929]
Questo file è una estensione online del corso Zavanella, Leti, Veggetti, *Progettazione, costruzioni e impianti*

TABELLA 1 Carichi gravitazionali caratteristici nella direzione *x*

Piano	Carico permanente G_k				
	Dovuto ai carichi distribuiti (peso trave *x* + peso solaio)	Dovuto ai carichi concentrati (peso travi *z* + peso pilastri)	Totale	Sovraccarico *Q*	Neve Q_S
3	$25 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot 16 +$ $5{,}3 \cdot 16 \cdot 5 = 484$ kN	$25 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot 5 \cdot 4 +$ $25 \cdot 0{,}3^2 \cdot 1{,}75 \cdot 4 \cong 96$ kN	580,0 kN	$2 \cdot 5 \cdot 16 = 160$ kN	$0{,}6 \cdot 5 \cdot 16 = 48$ kN
2	484 kN	$25 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot 5 \cdot 4 +$ $25 \cdot 0{,}3^2 \cdot 3{,}50 \cdot 4 = 106{,}5$ kN	590,5 kN	160 kN	–
1	484 kN	106,5 kN	590,5 kN	160 kN	–

Il coefficiente λ tiene conto della maggiore o minore probabilità che tutti i carichi variabili, al momento del sisma, insistano sulla struttura con la stessa intensità $\psi_{2i}\, Q_{ki}$ e assume i seguenti valori:

- $\lambda = 0{,}85$ se la costruzione ha almeno 3 orizzontamenti;
- $\lambda = 1$ negli altri casi.

L'analisi dei carichi gravitazionali caratteristici, eseguita con il metodo delle aree di influenza (▶FIGURA 2) è riportata nella ▶TABELLA 1.

Si calcolano ora i carichi gravitazionali W_{ix}.

Piano 3

$\psi_2 = 0{,}3$ per il carico di esercizio Q

$\psi_2 = 0{,}2$ per il carico neve Q_S (oltre i 1000 m)

$$W_{3x} = 580 + 0{,}3 \cdot 160 + 0{,}2 \cdot 48 \cong 638 \text{ kN}$$

Piani 2 e 1

$\psi_2 = 0{,}3$ per il carico di esercizio Q

$$W_{2x} = W_{1x} = 590{,}5 + 0{,}3 \cdot 160 \cong 638 \text{ kN}$$

Il carico gravitazionale totale da associare al sisma, ponendo $\lambda = 0{,}85$, è:

$$W_x = \lambda\, \Sigma_i\, W_{ix} = 0{,}85 \cdot 3 \cdot 638 \cong 1627 \text{ kN}$$

cui corrisponde la massa gravitazionale:

$$\frac{W_x}{g} = \frac{1627}{g}$$

Determinazione della forza sismica equivalente

Noto il valore $S_d(T)$ della componente orizzontale dello spettro di progetto e quello della massa gravitazionale corrispondente W_x/g, il calcolo dell'azione sismica F_{hx} è immediato Si ha:

$$F_{hx} = \frac{0{,}095\ g \cdot 1627}{g} = 0{,}095 \cdot 1627 = 155 \text{ kN}$$

Copyright © 2013 Zanichelli editore S.p.A., Bologna [5929]
Questo file è una estensione online del corso Zavanella, Leti, Veggetti, *Progettazione, costruzioni e impianti*

Ripartizione ai piani della forza sismica equivalente

La forza F_{hx} si distribuisce linearmente lungo l'altezza dell'edificio. Al piano i-esimo sarà dunque applicata una forza sismica F_{hxi}, data dalla formula seguente:

$$F_{hxi} = F_{hx} \frac{z_i W_{xi}}{\Sigma_i z_i W_{xi}}$$

dove:

- z_i è la quota del piano i-esimo;
- W_{xi} è il carico gravitazionale corrispondente al medesimo piano.

Si ha, naturalmente:

$$F_{hx} = \Sigma_i \, F_{hxi}$$

La forza sismica di piano F_{hxi} è applicata nel centro di massa, che coincide con il baricentro dell'impalcato.

Dalla ▶TABELLA 1 si ricavano i carichi gravitazionali W_{xi} relativi ai vari piani, mentre le quote z_i degli stessi piani sono indicate nella ▶FIGURA 3. Si ha:

$$\begin{aligned} W_{x3} &= 580 \ \text{kN} & z_3 &= 10{,}5 \text{ m} \\ W_{x2} &= 590{,}5 \text{ kN} & z_2 &= 7{,}0 \text{ m} \\ W_{x1} &= 590{,}5 \text{ kN} & z_1 &= 3{,}5 \text{ m} \end{aligned}$$

e quindi:

$$\Sigma_i \, z_i \, W_{xi} = 580 \cdot 10{,}5 + 590{,}5 \cdot 7 + 590{,}5 \cdot 3{,}5 = 12\,290 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Si hanno, in definitiva, i seguenti vaori delle forze di piano:

$$\begin{aligned} F_{hx1} &= 155 \cdot 590{,}5 \cdot 3{,}5 / 12\,290 = & 26 \text{ kN} \\ F_{hx2} &= 155 \cdot 590{,}5 \cdot 7 / 12\,290 = & 52 \text{ kN} \\ F_{hx3} &= 155 \cdot 580 \cdot 10{,}5 / 12\,290 = & \underline{77 \text{ kN}} \\ & & 155 \text{ kN} \end{aligned}$$

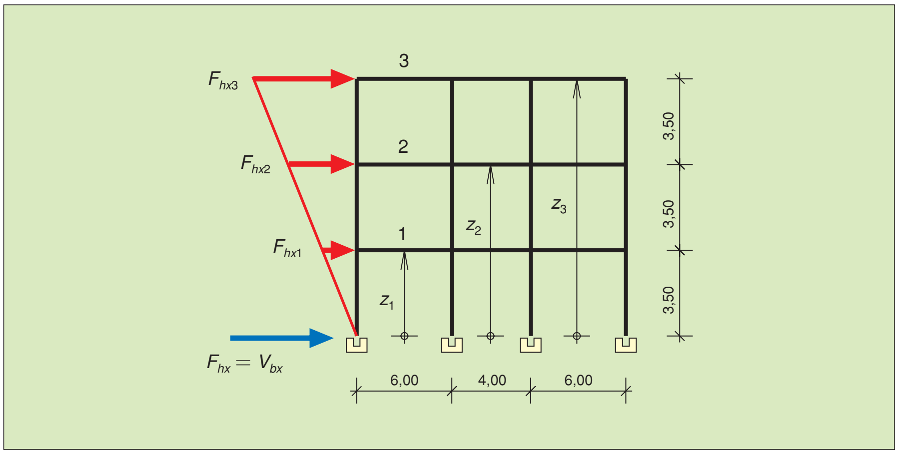

FIGURA 3 Forza sismica equivalente F_{hx} e ripartizione lungo l'altezza dell'edificio.

Copyright © 2013 Zanichelli editore S.p.A., Bologna [5929]
Questo file è una estensione online del corso Zavanella, Leti, Veggetti, *Progettazione, costruzioni e impianti*

Modello di carico in direzione *x* dell'edificio

Sulle travate saranno distribuiti i carichi permanenti (g = 5,3 kN/m^2) e variabili, questi ultimi associati agli appropriati coefficienti ψ_{2i}. Si ha (▶FIGURA 4):

- per la travata 3:

$$g_3 = 25 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 5{,}3 \cdot 5 = 30{,}25 \text{ kN/m}$$
$$q_3 = 0{,}3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \text{ kN/m}$$
$$q_s = 0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot 5 = 0{,}6 \text{ kN/m}$$

- per le travate 2 e 1:

$$g = 25 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 5{,}3 \cdot 5 = 30{,}25 \text{ kN/m}$$
$$q = 0{,}3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \text{ kN/m}$$

Effetti torsionali

Anche negli edifici regolari in pianta è obbligatorio considerare gli **effetti torsionali accidentali**.

Si può tenere conto di questi effetti amplificando mediante un fattore $\delta > 1$ le forze sismiche di piano. In modo del tutto equivalente, vista la linearità dell'analisi, il fattore δ può essere applicato successivamente agli effetti delle stesse forze (N, V e M). Si ha:

$$\delta = 1 + 0{,}6\frac{x}{L}$$

dove:

- x è la distanza dell'elemento resistente verticale dal baricentro geometrico dell'edificio, misurata perpendicolarmente alla direzione dell'azione sismica considerata;
- L è la distanza tra i due elementi resistenti più lontani, misurata nella stessa direzione.

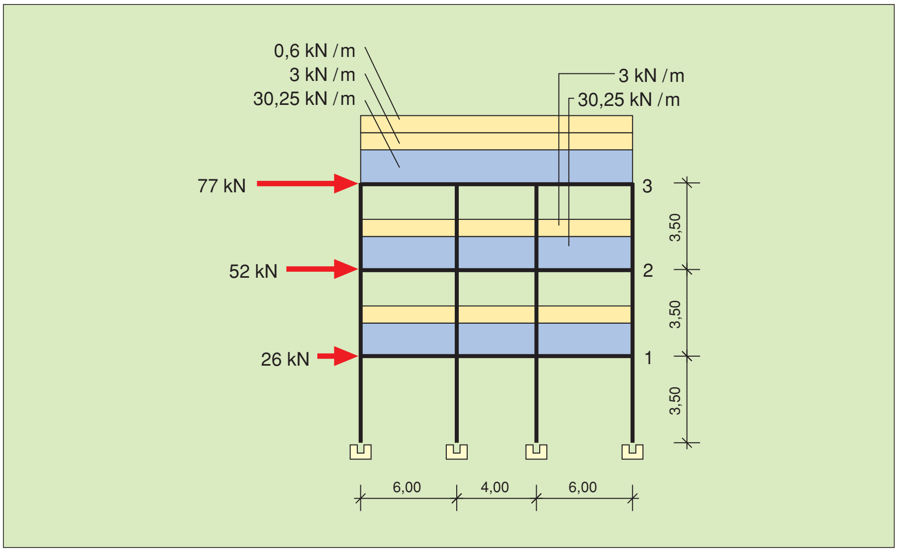

FIGURA 4 Modello di calcolo per l'analisi statica lineare.

Copyright © 2013 Zanichelli editore S.p.A., Bologna [5929]
Questo file è una estensione online del corso Zavanella, Leti, Veggetti, *Progettazione, costruzioni e impianti*

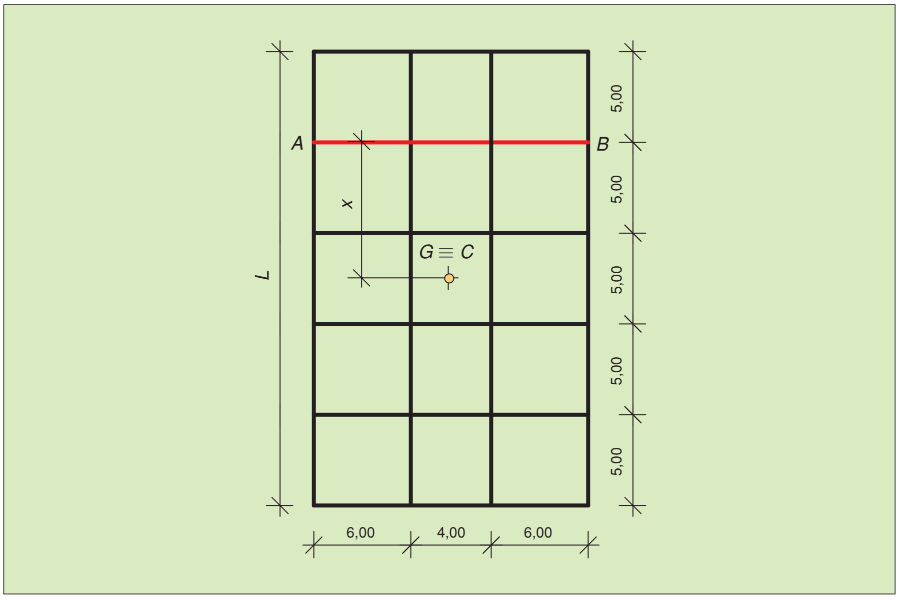

FIGURA 5 Parametri per la determinazione della maggiorazione δ dovuta all'effetto torsionale accidentale.

La maggiorazione dovuta all'effetto torsionale è massima per gli elementi strutturali più lontani dal baricentro, mentre si annulla per gli elementi baricentrici ($x = 0 \rightarrow \delta = 1$).

Se, per esempio, si vuole determinare il coefficiente δ per amplificare la forza sismica e i suoi effetti sugli elementi del telaio AB (▶FIGURA 5), si ha:

$$x = 7{,}50 \text{ m} \qquad L = 25 \text{ m}$$

e quindi:

$$\delta = 1 + 0{,}6 \cdot \frac{7{,}50}{25} = 1{,}18$$

Copyright © 2013 Zanichelli editore S.p.A., Bologna [5929]
Questo file è una estensione online del corso Zavanella, Leti, Veggetti, *Progettazione, costruzioni e impianti*