

## IL MOMENTO DI UNA FORZA E IL PRODOTTO VETTORIALE

Per definizione, il vettore **momento di una forza**  $\vec{F}$  rispetto a un punto  $O$  (detto anche **momento torcente**) ha le seguenti proprietà:

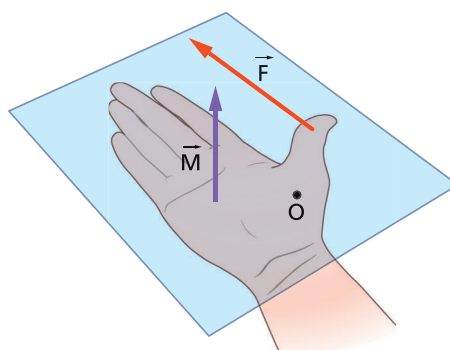
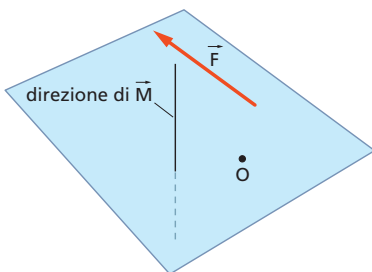
- modulo uguale al prodotto dell'intensità  $F$  della forza per il braccio  $b$ :

$$M = Fb$$

momento della forza (N · m)      forza(N)      braccio (m)

- direzione perpendicolare al piano che contiene la forza  $\vec{F}$  e il punto  $O$ ;
- verso dato dalla regola della mano destra: mettendo il pollice da  $O$  al punto di applicazione della forza e le altre dita nel verso di  $\vec{F}$ , il verso di  $\vec{M}$  esce dal palmo della mano.

**Il punto  $O$**   
Il punto rispetto al quale si calcola il momento della forza è spesso chiamato «polo».



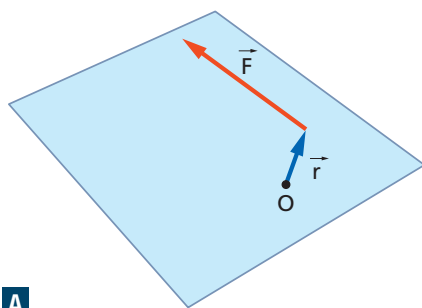
### L'espressione vettoriale del momento di una forza

Le tre proprietà del momento di una forza si esprimono in modo più conciso dicendo che  $\vec{M}$  è uguale al prodotto vettoriale di  $\vec{r}$  e  $\vec{F}$ :

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

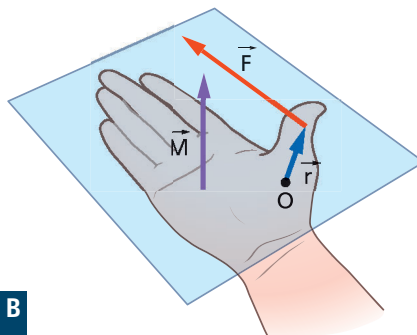
Infatti per definizione di prodotto vettoriale:

- La direzione di  $\vec{r} \times \vec{F}$  è perpendicolare al piano che contiene  $O$  e  $\vec{F}$ ; quindi è quella di  $\vec{M}$ .



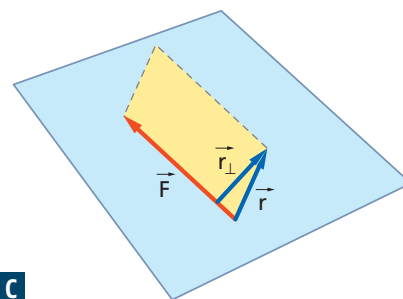
A

- Il verso di  $\vec{r} \times \vec{F}$  si ottiene con la stessa regola della mano destra che fornisce il verso di  $\vec{M}$ .



B

- Il valore di  $\vec{r} \times \vec{F}$  è dato dalla formula  $r_{\perp} F = bF$ , che dà il modulo di  $\vec{M}$  (ricorda che  $r_{\perp} = b$ ).



C

Se  $\alpha$  è l'angolo formato tra i vettori  $\vec{r}$  e  $\vec{F}$ , il valore di  $\vec{M}$  è dato anche dalla formula

$$M = rF \sin \alpha.$$

Da questa formula vediamo anche che il modulo del momento è massimo quando l'angolo  $\alpha$  vale  $90^\circ$  (e quindi  $\sin \alpha = 1$ ), cioè quando  $\vec{r}$  ed  $\vec{F}$  sono fra loro perpendicolari.

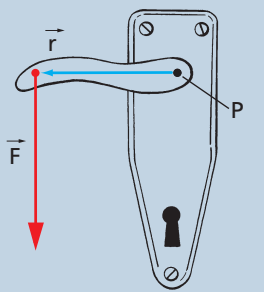
### Il momento di più forze

Se a un corpo rigido sono applicate più forze ( $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$ ) il momento totale rispetto a uno *stesso* punto  $O$  si ottiene sommando i momenti delle singole forze:

$$\vec{M}_{tot} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots$$

#### DOMANDA

- Determina direzione e verso del vettore momento della forza rispetto a  $P$ .



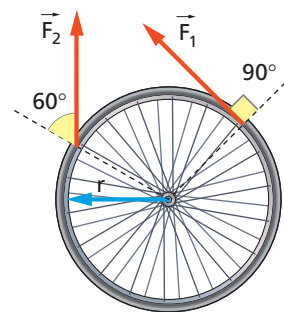
## ESERCIZI

- 1 Test.** Il momento di una forza rispetto a un punto  $O$  è un vettore che ha direzione:
- A della retta che unisce il vettore e il punto.
  - B parallela alla direzione della forza.
  - C perpendicolare al piano che contiene la forza e il punto  $O$ .
  - D qualunque rispetto alla direzione della forza.

- 2 Completa la tabella.** Il modulo del prodotto vettoriale  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$  è uguale a:

	$M = rF$	$M = 0$	$M = rF \sin \alpha$
se $\vec{r}$ e $\vec{F}$ sono paralleli		X	
se $\vec{r}$ e $\vec{F}$ sono perpendicolari			
se $\vec{r}$ e $\vec{F}$ formano un angolo $\alpha$ qualsiasi			

- 3** Due forze agiscono sulla ruota di una bicicletta inizialmente ferma come mostra la figura. Il raggio della ruota è  $0,50$  m. La prima forza  $F_1 = 10$  N forma con la direzione del raggio della ruota e verso uscente un angolo di  $90^\circ$ ; la seconda forza  $F_2 = 8,5$  N forma invece un angolo di  $60^\circ$ . Supponi che la ruota sia libera di ruotare senza attrito.



- Determina intensità, direzione e verso del momento totale delle due forze rispetto al centro della ruota.

[ $1,3 \text{ N} \cdot \text{m}$ ]