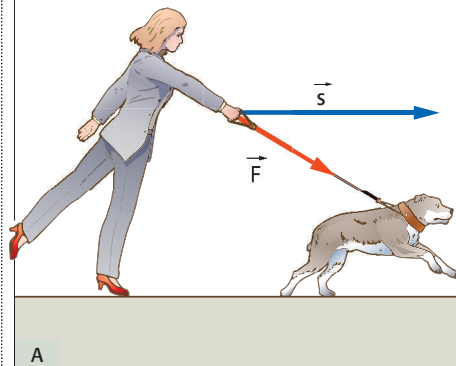


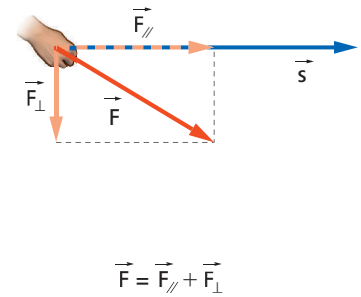
Calcolo del lavoro nel caso generale

In generale il vettore forza e il vettore spostamento non hanno la stessa direzione. Per esempio:

► il cane esercita una forza \vec{F} inclinata verso il basso, ma lo spostamento \vec{s} della mano che regge il guinzaglio avviene in orizzontale.



► È conveniente scomporre la forza \vec{F} esercitata dal cane nei due vettori componenti $\vec{F}_{//}$ (orizzontale) e \vec{F}_{\perp} (verticale).



Il lavoro W della forza \vec{F} è uguale alla somma del lavoro W_1 compiuto dal componente $\vec{F}_{//}$ e del lavoro W_2 compiuto dal componente \vec{F}_{\perp} :

$$W = W_1 + W_2.$$

Per quanto detto nel paragrafo 1, il lavoro W_1 , fatto da una forza che è parallela al vettore spostamento, vale

$$W_1 = \pm F_{//} s$$

(il segno + vale se la forza $F_{//}$ ha lo stesso verso dello spostamento \vec{s} , il segno - si usa se i due vettori hanno versi opposti).

Invece il lavoro W_2 della forza \vec{F}_{\perp} , perpendicolare allo spostamento \vec{s} , è nullo:

$$W_2 = 0.$$

Sostituendo questi due risultati nella formula in alto otteniamo allora:

$$W = W_1 + W_2 = (\pm F_{//}) + 0 = (\pm F_{//})s.$$

Questa formula dice che

il lavoro di una forza \vec{F} durante uno spostamento \vec{s} è dato dalla *componente* di \vec{F} parallela a \vec{s} , moltiplicata per il modulo di \vec{s} :

$$W = (\pm F_{//})s$$

lavoro (J)

componente della forza lungo lo spostamento (N)

valore dello spostamento (m)

La componente

Per definizione la componente di \vec{F} lungo \vec{s} è uguale a $+F_{//}$ o a $-F_{//}$, a seconda che il verso di $\vec{F}_{//}$ sia uguale o opposto a quello di \vec{s} .

■ Il lavoro come prodotto scalare

Nell'approfondimento web «Il prodotto scalare» dell'Unità «Le forze» abbiamo visto che una formula come la precedente può essere scritta in modo sintetico come un *prodotto scalare* tra \vec{F} e \vec{s} .

Il lavoro di una forza costante \vec{F} durante uno spostamento \vec{s} è uguale al prodotto scalare tra i vettori \vec{F} e \vec{s} :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Infatti, per definizione il prodotto scalare tra due vettori è uguale al prodotto del modulo di uno di essi (per esempio quello di \vec{s}) per la componente dell'altro vettore (in questo caso \vec{F}) lungo il primo.

■ La formula goniometrica del lavoro

L'ultima formula dello stesso approfondimento permette di calcolare il valore del lavoro se conosciamo i moduli F e s dei vettori \vec{F} e \vec{s} e l'angolo α formato da essi. Si ha:

$$W = Fs \cos \alpha.$$

La tabella sotto mostra che questa formula contiene le tre formule del lavoro che abbiamo visto nel paragrafo precedente.

FORMULA GONIOMETRICA DEL LAVORO

Case	α	$\cos \alpha$	Formula per il lavoro: $W = Fs \cos \alpha$
\vec{F} e \vec{s} paralleli	0°	+1	$W = Fs \cos \alpha = Fs$
\vec{F} e \vec{s} antiparalleli	180°	-1	$W = Fs \times (-1) = -Fs$
\vec{F} e \vec{s} perpendicolari	90°	0	$W = Fs \times 0 = 0$

■ Fatica e lavoro

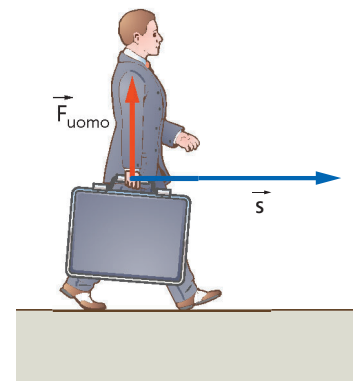
Se trasportiamo una cassa su per le scale, la fatica che sperimentiamo cresce sia all'aumentare del peso della cassa, sia all'aumentare della lunghezza della salita. In questo caso la grandezza fisica «lavoro», proporzionale sia alla forza che allo spostamento, descrive piuttosto bene anche la nostra sensazione di fatica.

Per definizione, però, un uomo che porta una valigia lungo un percorso orizzontale compie un lavoro nullo, perché la forza e lo spostamento sono perpendicolari.

Naturalmente, per trasportare la valigia questa persona non fa una fatica nulla. In questo caso, quindi, la grandezza fisica «lavoro» non corrisponde alla nostra sensazione di fatica.

La contraddizione è soltanto apparente: i nostri muscoli striati non sono in grado di «bloccarsi» e rimanere immobili per sostenere la valigia; mentre la trasportiamo, essa ci piega verso il basso e noi continuiamo a rispondere, anche senza accorgercene, con microscopici ma continui movimenti verso l'alto dei muscoli del braccio.

In ognuno di questi spostamenti la forza che esercitiamo e lo spostamento sono paralleli, per cui il lavoro che compiamo è positivo. È la somma di questi lavori che noi avvertiamo come fatica.



DOMANDA

Una bambina tira una slitta per 11,5 m con una forza di 84,1 N inclinata di 30° verso l'alto rispetto all'orizzontale.

► Quanto vale il lavoro compiuto dalla bambina?

ESERCIZI

1 Test. Per calcolare il lavoro quando il vettore forza \vec{F} e il vettore spostamento \vec{s} non hanno la stessa direzione devo:

- A moltiplicare la componente di \vec{F} parallela a \vec{s} per il modulo di \vec{s} .
- B moltiplicare la componente di \vec{F} perpendicolare a \vec{s} per il modulo di \vec{s} .
- C moltiplicare sempre il modulo di \vec{F} per il modulo di \vec{s} .
- D calcolare il prodotto vettoriale tra \vec{F} e \vec{s} .

2 Test. L'espressione goniometrica che fornisce il lavoro di una forza \vec{F} inclinata di un angolo α rispetto allo spostamento \vec{s} è:

- A $W = Fs \sin \alpha$
- B $W = \pm Fs \sin \alpha$
- C $W = Fs \cos \alpha$
- D $W = \pm Fs \cos \alpha$

3 Una gru montata su un autocarro per la rimozione forzata trascina per 1,2 km un'automobile, mantenendo il cavo di trazione inclinato di 60° con il terreno. Il valore della forza esercitata dalla gru sull'auto è $2,2 \times 10^4$ N.

► Calcola il lavoro compiuto dalla gru durante lo spostamento dell'auto.

[$1,3 \times 10^7$ J]

4 Un boscaiolo trascina una catasta di legna con una forza di 98,5 N inclinata di 30° verso l'alto rispetto all'orizzontale, compiendo un lavoro di 848 J.

► Quanti metri ha percorso il boscaiolo con la catasta di legna?

[9,94 m]

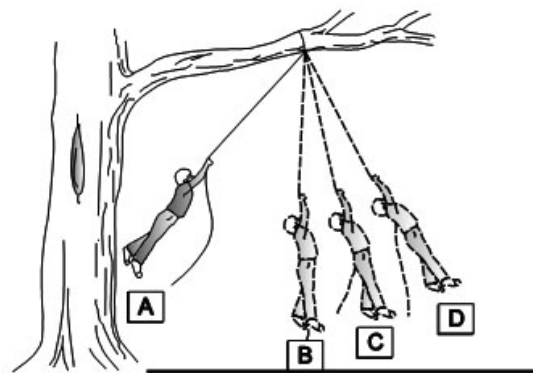
5 Un bambino trascina uno zaino per 10,2 m compiendo un lavoro di 720 J, con una forza inclinata di 45° verso l'alto rispetto all'orizzontale.

► Calcola la forza con la quale il bambino sposta lo zaino.

[99,8 N]

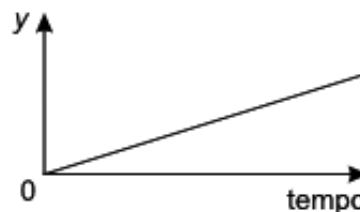
6 Qui sotto sono raffigurate quattro posizioni successive di una bambina che si dondola aggrappandosi ad una corda appesa ad un ramo.

► In quale di esse è maggiore la sua energia cinetica?



(Tratto dai *Giocchi di Anacleto*, anno 2003)

7 Il grafico si riferisce al moto di un corpo in caduta libera nel vuoto.



► La grandezza rappresentata sull'asse delle ordinate y è:

- A la velocità.
- B la posizione.
- C l'accelerazione.
- D l'energia cinetica.

(Tratto dai *Giocchi di Anacleto*, anno 2000)