

9

I MOTI NEL PIANO



erandamx/Shutterstock

4. L'ACCELERAZIONE NEL MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Il moto circolare uniforme e i moti della Terra

Il moto circolare uniforme permette di descrivere bene i due moti principali della Terra:

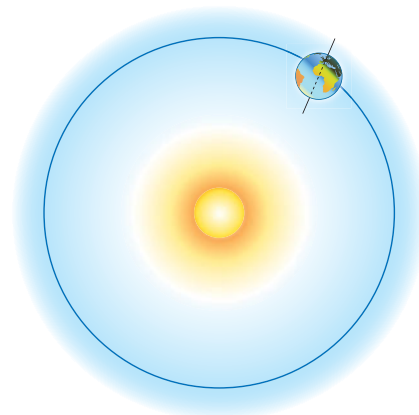
- il moto di rotazione attorno al suo asse;
- il moto di rivoluzione attorno al Sole.

Descriviamo questi moti in un sistema di riferimento in cui il Sole è fermo.

A Nel moto di rotazione, un punto della superficie terrestre descrive un moto circolare uniforme con il centro della traiettoria sull'asse terrestre e un periodo del moto di circa 24 ore.



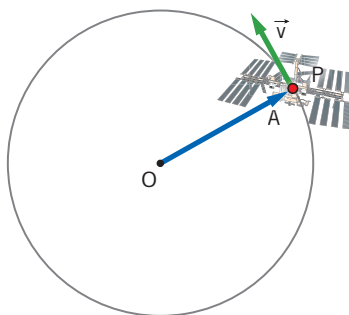
B Per la prima legge di Keplero, nel moto di rivoluzione la Terra percorre un'ellisse. Questa però è poco schiacciata e per calcoli non troppo precisi la si approssima con una circonferenza.



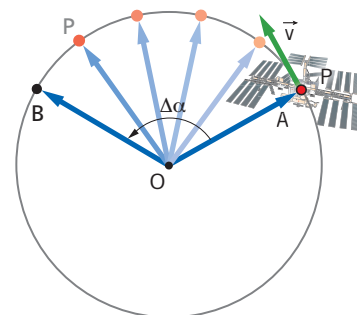
5. LA VELOCITÀ ANGOLARE

Un satellite ruota intorno alla Terra al di sopra dell'atmosfera.

A Il vettore posizione \vec{r} , che individua un punto P della circonferenza in cui si trova il satellite, si chiama **raggio vettore**.



B Mentre il satellite si muove dal punto A al punto B, il raggio vettore spazza l'angolo al centro \widehat{AOB} , che misura $\Delta\alpha$.



Si definisce velocità angolare ω di un moto circolare uniforme il rapporto tra l'angolo al centro $\Delta\alpha$ e il tempo Δt impiegato dal raggio vettore a spazzare tale angolo.

$$\text{velocità angolare (rad/s)} \quad \omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \text{angolo al centro (rad)} \\ \text{intervallo di tempo (s)} \end{array} \quad (9)$$

Nel Sistema Internazionale di unità le ampiezze degli angoli si misurano in radianti (rad), per cui la velocità angolare si misura in radianti al secondo (rad/s).

La velocità angolare rappresenta la rapidità con cui il raggio vettore spazza l'angolo al centro determinato da un punto che si muove di moto circolare.

L'angolo in radianti

Dato un angolo \widehat{AOB} , la sua ampiezza in radianti si definisce considerando una circonferenza di raggio r centrata nel vertice O e indicando con l la lunghezza dell'arco AB di circonferenza intercettato dall'angolo (figura).

L'ampiezza α di un angolo, espressa in radianti, è data dal rapporto tra la lunghezza dell'arco AB e il valore del raggio della circonferenza:

$$\text{ampiezza dell'angolo (rad)} \quad \alpha = \frac{l}{r} \quad \begin{array}{l} \text{lunghezza dell'arco (m)} \\ \text{lunghezza del raggio (m)} \end{array} \quad (10)$$

RELAZIONE TRA RADIANTI E GRADI

In generale, se indichiamo con α l'ampiezza in radianti di un angolo e con g° la sua misura in gradi, vale la relazione:

$$\frac{\alpha}{g^\circ} = \frac{\pi}{180^\circ}$$

Di conseguenza, l'angolo che misura un radiante è quello che intercetta un arco di circonferenza lungo quanto il raggio della circonferenza stessa. Il suo valore in gradi è di circa $57^\circ 18'$. L'angolo giro intercetta l'intera circonferenza, cioè ha $l = 2\pi r$. Quindi l'ampiezza in radianti dell'angolo giro è

$$\text{angolo giro in radianti} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi.$$

Nota che, secondo la definizione (10), l'ampiezza in radianti di un angolo è un numero puro, visto che è data dal quoziente di due grandezze con le stesse unità di misura (il metro).

Partendo dall'angolo giro si possono ottenere le ampiezze in radianti degli altri angoli di uso comune. I loro valori sono contenuti nella tabella seguente.

ANGOLI IN GRADI E RADIANTI									
gradi	0°	30°	45°	60°	90°	120°	180°	270°	360°
radianti	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	π	$3\pi/2$	2π

Il valore della velocità angolare

In un moto circolare uniforme con periodo T , il raggio vettore descrive un angolo retto (ampio $\pi/2$) nel tempo $T/4$, un angolo piatto (ampio π) nel tempo $T/2$ e un angolo giro (ampio 2π) nel tempo T .

Si vede, quindi, che

nel moto circolare uniforme gli angoli al centro spazzati dal raggio vettore sono direttamente proporzionali ai corrispondenti intervalli di tempo.

Il valore di ω può allora essere calcolato prendendo un angolo $\Delta\alpha$ qualunque e il corrispondente valore di Δt . La cosa più semplice è scegliere $\Delta\alpha = 2\pi$ e $\Delta t = T$, ottenendo:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (11)$$

Questa espressione permette di scrivere in modo diverso il valore di v : partendo dalla formula (5) otteniamo

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)r = \omega r \Rightarrow v = \omega r. \quad (12)$$

I diversi punti di una giostra, per esempio, si muovono di moto circolare uniforme con lo stesso periodo T e la stessa velocità angolare ω . Però i punti più vicini al centro della giostra sono più lenti di quelli che si trovano sul bordo. Ciò è espresso dalla formula $v = \omega r$, secondo cui il modulo v della velocità dei punti della giostra aumenta in modo direttamente proporzionale alla loro distanza dal centro.

In modo analogo alla (12), anche la formula per l'accelerazione centripeta può essere riscritta in modo da contenere la velocità angolare ω . Infatti, partendo dalla (8) e utilizzando la (12) si ottiene

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r \Rightarrow a_c = \omega^2 r. \quad (13)$$

Esempio

La diga delle Tre Gole, nella Repubblica Popolare Cinese, possiede turbine con un diametro di 10,4 m, che compiono 75,0 rotazioni al minuto. In un giorno, una di queste turbine può produrre 17 milioni di kilowattora di energia elettrica.

- Determina la velocità angolare di rotazione della turbina e il valore dell'accelerazione centripeta subita dalle sue parti più esterne.



Le turbine della diga delle Tre Gole



Visto che le turbine compiono 75 giri in un minuto, il loro periodo T di rotazione (cioè l'intervallo di tempo necessario per compiere un giro) è

$$T = \frac{1 \text{ min}}{75,0} = \frac{60 \text{ s}}{75,0} = 0,800 \text{ s};$$

di conseguenza, per la formula (11) il valore della velocità angolare ω è:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28 \text{ rad}}{0,800 \text{ s}} = 7,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Le turbine hanno un diametro di 10,4 m e quindi un raggio $r = (10,4 \text{ m})/2 = 5,20 \text{ m}$. Allora, per la formula (13) l'accelerazione centripeta delle parti più lontane dall'asse di rotazione è

$$a_c = \omega^2 r = \left(7,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times (5,20 \text{ m}) = 320 \frac{\text{rad}^2 \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 320 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

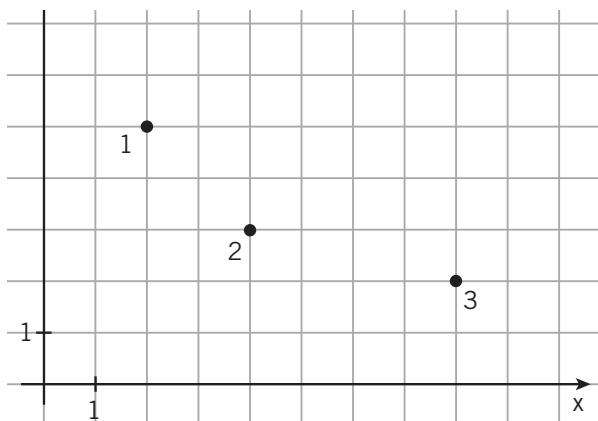
Nel calcolo precedente l'unità di misura «rad²» non compare nel risultato perché, come è stato spiegato in precedenza, essa è un numero puro.

ESERCIZI

1. VETTORE POSIZIONE E VETTORE SPOSTAMENTO

DOMANDE SUI CONCETTI

- 2** Cammini con un contapassi lungo un viale che ha la forma di un arco, precisamente di un quarto di circonferenza.
- ▶ La distanza percorsa segnata dal contapassi è uguale alla lunghezza del vettore spostamento?
- 3** Stai cercando la casa di un amico di cui conosci l'indirizzo. Giunto all'ultimo posto che conosci, ti fermi a chiedere informazioni a un passante. Questa persona ti dice di andare dritto per cento metri, poi di voltare a destra e proseguire per cinquanta metri.
- ▶ A quale aspetto della descrizione di un moto corrispondono le informazioni inizialmente in tuo possesso?
 - ▶ A quale aspetto corrispondono le indicazioni del passante?
- 4** La figura qui di seguito mostra tre successive posizioni di un punto materiale.
- ▶ Determina con una misura diretta le coordinate di ciascuna posizione.
 - ▶ Traccia i tre vettori posizione e determina la lunghezza di ciascuno di essi.
 - ▶ Traccia i tre vettori spostamento che è possibile individuare in questa situazione.
 - ▶ Specifica la relazione che lega i tre vettori spostamento fra loro.



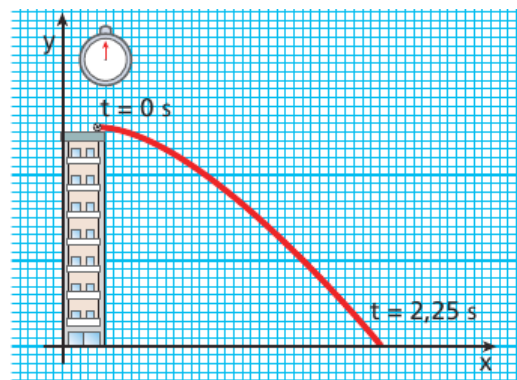
2. IL VETTORE VELOCITÀ

DOMANDE SUI CONCETTI

- 8** La direzione e il verso del vettore velocità possono essere dedotti dalla traiettoria.
- ▶ Questo vale anche per il modulo del vettore velocità?
- 9** “Su un intervallo di tempo di 1 s, il vettore spostamento e il vettore velocità media hanno uguale lunghezza.”
- ▶ Questa affermazione è vera?

ESERCIZI NUMERICI

- 16** **★★★** Nella figura è disegnata la traiettoria di un pallone che viene calciato dal tetto di un palazzo. Puoi determinare la scala del disegno sapendo che il palazzo è alto 25 m.



- ▶ Traccia il vettore spostamento del pallone e determina i suoi componenti.
 - ▶ Determina i componenti del vettore velocità media e il suo modulo.
- [33 m, -25 m; 15 m/s, -11 m/s, 19 m/s]
- 17** **★★★** Un aereo vola con velocità di componenti $v_x = 520$ km/h, $v_y = -340$ km/h.
- ▶ Determina il modulo della velocità dell'aereo esprimendola in m/s.
 - ▶ Determina la distanza che l'aereo percorre in 2 h e 20 min.
- [173 m/s; $1,5 \times 10^3$ km]

3. MOTO CIRCOLARE UNIFORME

ESERCIZI NUMERICI

26
★★★

PROBLEMA SVOLTO

Frequenza e velocità nel moto circolare uniforme

In una missione lo Space Shuttle descrive un'orbita circolare attorno alla Terra. Il raggio dell'orbita è $6,76 \times 10^6$ m (ciò significa che la navicella orbita a un'altezza di 380 km sopra la superficie terrestre) e il suo periodo è $5,53 \times 10^3$ s (poco più di un'ora e mezza).

- Quanto vale la frequenza del moto dello Shuttle?
- Quanto vale il modulo della sua velocità?

DATI E INCOGNITE

	GRANDEZZE	SIMBOLI	VALORI	COMMENTI
DATI	Raggio dell'orbita	r	$6,76 \times 10^6$ m	Orbita circolare
	Periodo dell'orbita	T	$5,53 \times 10^3$ s	
INCOGNITE	Frequenza	f	?	
	Modulo della velocità	v	?	

RAGIONAMENTO

- La frequenza si calcola come inverso del periodo T .
- Il valore della velocità è dato dalla formula $v = \frac{2\pi r}{T}$.

RISOLUZIONE

Calcoliamo quindi la frequenza: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5,53 \times 10^3 \text{ s}} = 1,81 \times 10^{-4} \text{ Hz}$.

Ora sostituiamo i valori numerici nella formula per la velocità: $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{6,28 \times 6,76 \times 10^6 \text{ m}}{5,53 \times 10^3 \text{ s}} = 7,68 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

CONTROLLO DEL RISULTATO

Quella del risultato è una velocità molto elevata rispetto a quelle a cui siamo abituati. Per rendercene conto meglio, calcoliamola in chilometri all'ora:

$$v = 7,68 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \times 7,68 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2,77 \times 10^4 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Lo Shuttle si muove a una velocità di quasi 28 000 km/h.

27
★★★

Nel lancio del martello un atleta compie 3 giri su se stesso in 2,7 s prima di lasciare andare l'attrezzo. Il martello è lungo 132 cm e ciascun braccio dell'atleta misura 78 cm. Assumi che la velocità di rotazione sia costante.

- Calcola la frequenza e il periodo della rotazione.
- Calcola la velocità della rotazione.

[1,1 Hz; 0,91 s; 15 m/s]

28
★★★

Nella gabbia di un criceto c'è una ruota girevole con un raggio pari a 10 cm. Il criceto la spinge in modo da fare 36 giri al minuto.

- Qual è la frequenza del moto della ruota?
- Se il criceto si muovesse allo stesso modo su un piano rettilineo, a quale velocità si sposterebbe?

[0,60 Hz; 0,38 m/s]

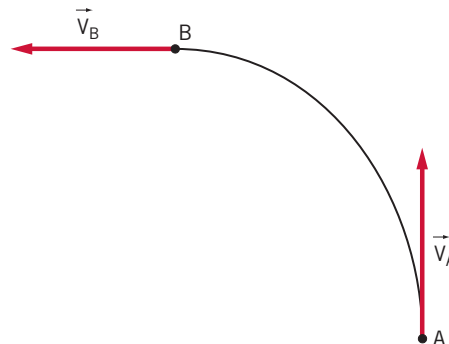
4. L'ACCELERAZIONE NEL MOTO CIRCOLARE UNIFORME

DOMANDE SUI CONCETTI

- 32** Nel moto circolare uniforme c'è un istante in cui il vettore accelerazione centripeta è parallelo al vettore velocità?
- 33** Due auto percorrono due curve: la prima ha raggio doppio della seconda. Anche la velocità della prima auto è il doppio della velocità della seconda.
- Che relazione c'è fra le accelerazioni centripete subite dalle due auto?

ESERCIZI NUMERICI

- 39** ★★★ Un'automobilina percorre un quarto di una circonferenza di raggio 1,8 m da A a B con velocità di modulo costante pari a 4,7 m/s.



- Determina il vettore accelerazione media in modulo, direzione e verso.

[11 m/s²; inclinato a 45° verso il centro dell'arco di circonferenza]

40
★★★

PROBLEMA SVOLTO

Accelerazione centripeta sulla giostra

Una giostra si muove di moto circolare uniforme con un periodo di 5,2 s. La distanza dei ragazzi dal centro di rotazione è di 3,2 m.

- Calcola il modulo dell'accelerazione centripeta sui ragazzi.
- Esprimi l'accelerazione in unità di g (l'accelerazione di gravità).

DATI E INCOGNITE

	GRANDEZZE	SIMBOLI	VALORI	COMMENTI
DATI	Periodo	T	5,2 s	
	Raggio del moto circolare	r	3,2 m	
INCOGNITE	Modulo dell'accelerazione centripeta	a_c	?	

RAGIONAMENTO

- Il valore dell'accelerazione centripeta è data dalla legge $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$.
- Per esprimere l'accelerazione in unità di g , bisogna dividere il suo valore per g .

RISOLUZIONE

Sostituiamo i valori nella legge per l'accelerazione centripeta:

$$a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times (3,2 \text{ m})}{(5,2 \text{ s})^2} = 4,7 \text{ m/s}^2.$$

Dividiamo l'accelerazione centripeta per l'accelerazione di gravità g :

$$a'_c = \frac{a_c}{g} = \frac{(4,7 \text{ m/s}^2)}{(9,8 \text{ m/s}^2)} = 0,48 \Rightarrow a_c = 0,48g.$$

CONTROLLO DEL RISULTATO

Il valore trovato è quasi la metà dell'accelerazione di gravità g . Si tratta quindi di un valore piuttosto elevato, facilmente percepito dalle persone sulla giostra. La sensazione che ne deriva fa parte del divertimento.

41 ★★★ Una pattinatrice ruota su se stessa compiendo 42 giri al minuto. Durante l'esecuzione, tiene i gomiti verso l'esterno: la distanza tra i gomiti è di 0,60 m.

- Quali sono la frequenza e il periodo del moto della pattinatrice?
- Con quale velocità e con quale accelerazione si muovono i gomiti della pattinatrice?

[0,70 Hz; 1,4 s; 1,3 m/s; 5,8 m/s²]

42 ★★★ Un pescatore avvolge il mulinello della sua canna da pesca. Il raggio del mulinello è 4,0 cm e la lenza viene riavvolta con la velocità di 30 cm/s.

- Calcola la frequenza del moto circolare del mulinello.
- Come cambierebbe la frequenza, se il mulinello avesse raggio doppio?
- Calcola l'accelerazione centripeta di un punto sul bordo esterno del mulinello.

[1,2 Hz; 2,3 m/s²]

5. LA VELOCITÀ ANGOLARE

ESERCIZI NUMERICI

44 SPAZIO I satelliti di Saturno

★★★ Completa la seguente tabella relativa ad alcuni satelliti di Saturno:

	RAGGIO ORBITALE MEDIO ($\times 10^6$ m)	PERIODO (d)	FREQUENZA (Hz)	VELOCITÀ LUNGO L'ORBITA (m/s)	VELOCITÀ ANGOLARE (rad/s)
Mimas	185,5	0,942			
Enceladus	238,0	1,370			
Tethys	294,7	1,888			
Titano	1222	15,95			
Hyperion	1481	21,28			

45 SPORT Il lancio del martello

★★★ Durante una gara di atletica, un lanciatore di martello si appresta a lanciare l'attrezzo facendolo ruotare, in modo uniforme, sopra il proprio capo, in un tempo pari a 0,74 s. Le braccia dell'atleta sono lun-

ghe 90 cm, mentre l'attrezzo è lungo 0,68 m.

- Quanto vale il modulo della velocità dell'estremità del martello?

[13 m/s]

46 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Il lettore CD

Il lettore di un impianto stereo fa girare un CD con una frequenza variabile tra 200 giri al minuto e 500 giri al minuto. Supponiamo che, mentre si sta leggendo una certa traccia, il CD stia compiendo 330 giri al minuto.

- Quanto vale la frequenza f di rotazione del CD?
- Qual è il valore della velocità angolare ω ?
- Quanto è ampio l'angolo $\Delta\alpha$ di cui è ruotato il CD dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 0,100$ s?

DATI E INCOGNITE

	GRANDEZZE	SIMBOLI	VALORI	COMMENTI
DATI	Numero di giri		330	
	Tempo impiegato		1 min	
INCOGNITE	Frequenza	f	?	
	Velocità angolare	ω	?	
	Angolo al centro	$\Delta\alpha$?	Descritto nel tempo $\Delta t = 0,100$ s



RAGIONAMENTO E RISOLUZIONE

- La frequenza del CD può essere calcolata come:

$$f = \frac{330 \text{ giri}}{1 \text{ min}} = \frac{330 \text{ giri}}{60 \text{ s}} = 5,50 \text{ Hz}.$$

- Partendo dalla formula (9) e ricordando che $f = \frac{1}{T}$, la velocità angolare è data da:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = (2\pi \text{ rad})(5,50 \text{ s}^{-1}) = 34,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

- Per trovare l'angolo di cui è ruotato il disco è sufficiente isolare Δt moltiplicando i due membri della formula (7) per Δt :

$$\Delta\alpha = \omega\Delta t = (34,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) \times 0,100 \text{ s} = 3,46 \text{ rad}.$$

CONTROLLO DEL RISULTATO

Indichiamo con Δg° la misura in gradi dell'angolo $\Delta\alpha$. Visto che a 180° corrispondono π radianti, vale la proporzione $\Delta g^\circ/180^\circ = \Delta\alpha/\pi$. Da essa ricaviamo:

$$\Delta g^\circ = \frac{\Delta\alpha \cdot 180^\circ}{\pi} = \frac{3,46 \text{ rad} \cdot 180^\circ}{3,14 \text{ rad}} = 198^\circ.$$

Quindi, in un decimo di secondo il CD ruota di un angolo ampio 198° .

- 47** ★★★ Una piattaforma rotante ha un raggio di 50 cm e descrive un angolo di 90° in un intervallo di tempo pari a 0,60 s. Calcola:

- il valore della velocità angolare;
- la frequenza di rotazione della piattaforma;
- il periodo di rotazione della piattaforma;
- il modulo della velocità di un oggetto che si trova sul bordo della piattaforma.

[2,6 rad/s; 0,42 Hz; 2,4 s; 1,3 m/s]

48 TECNOLOGIA Lettori CD-ROM

★★★ I lettori di CD-ROM possono essere classificati in base alla tecnologia di fabbricazione: CLV (*Constant Linear Velocity*) o CAV (*Constant Angular Velocity*). I lettori di quest'ultima tipologia, mantenendo costante la velocità di rotazione del disco, presentano una velocità di trasferimento dei dati variabile. Un normale lettore CD a tecnologia CAV fa ruotare il disco a una frequenza di circa 5000 giri/min. Considera un settore inciso del CD-ROM posizionato a 4,00 cm dal centro del disco.

- Calcola la velocità di quel settore.

[20,9 m/s]

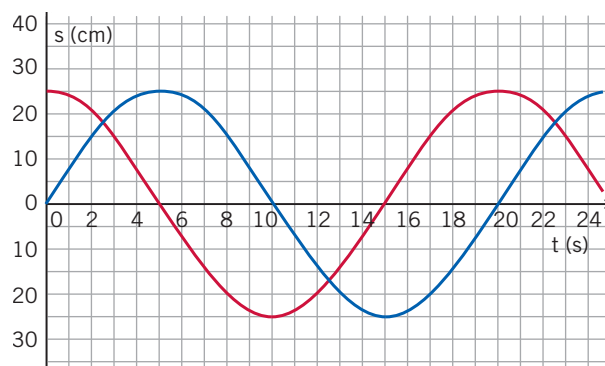
ESERCIZI NUMERICI

- 55** ★★★ La frequenza di vibrazione di uno dei rebbi di un diapason a forchetta è di 512 Hz.

- Quante oscillazioni compie in 5 min?

[$1,5 \times 10^5$]

- 56** ★★★ Un disco ruota di moto circolare uniforme. La figura rappresenta i grafici spazio-tempo della proiezione, su un diametro fisso, delle posizioni successive di due punti che appartengono al bordo del disco. Il disco è in rotazione attorno al suo centro in verso antiorario.



- Determina il diametro del disco, il periodo e la frequenza della rotazione.
- Disegna il disco e il diametro fisso: dove si trovano i due punti all'inizio?

[50 cm, 20 s, 0,050 Hz]

6. IL MOTO ARMONICO

DOMANDE SUI CONCETTI

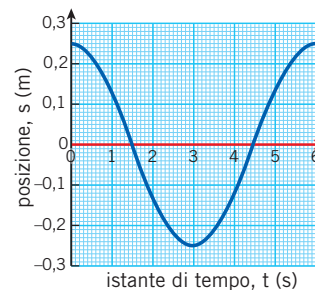
- 52** Qual è il verso dell'accelerazione del moto armonico?

Suggerimento: leggi prima la domanda n. 51 ed esamina la sua figura.

Al parco giochi

Nella figura è rappresentato il grafico spazio-tempo relativo al moto armonico di un gioco per bambini. Determina:

- la distanza L tra il massimo e il minimo dell'oscillazione;
- il valore del periodo del moto;
- il valore della velocità media nell'intervallo di tempo compreso tra $t_1 = 4,5$ s e $t_2 = 5,0$ s.



DATI E INCOGNITE

	GRANDEZZE	SIMBOLI	VALORI	COMMENTI
DATI	Posizioni e istanti			Da dedurre dal grafico
	Istante iniziale	t_1	4,5 s	
	Istante finale	t_2	5,0 s	
INCOGNITE	Distanza tra gli estremi dell'oscillazione	L	?	
	Periodo	T	?	
	Velocità media	v_m	?	Tra t_1 e t_2

RAGIONAMENTO E RISOLUZIONE

- Il valore massimo dell'oscillazione è pari a 0,25 m (cioè 25 cm), mentre quello minimo è -0,25 m (-25 cm). Quindi la distanza tra il punto di massimo e quello di minimo è $0,25 \text{ m} - (-0,25 \text{ m}) = 0,50 \text{ m}$.
- Il punto che si muove di moto armonico si trova alla quota massima all'istante $t = 0$ e poi all'istante $t = 6$ s. Quindi il periodo vale $T = 6$ s.
- Leggendo il grafico si vede che all'istante $t_1 = 4,5$ s il punto in movimento occupa la posizione $s_1 = 0,00$ m, mentre all'istante $t_2 = 5,0$ s esso si trova nella posizione $s_2 = 0,12$ m.

Così abbiamo

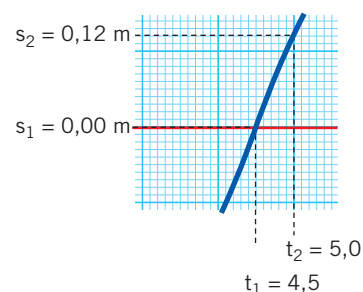
$$\Delta s = s_2 - s_1 = 0,12 \text{ m}$$

e

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 5,0 \text{ s} - 4,5 \text{ s} = 0,5 \text{ s}.$$

Possiamo così calcolare la velocità media:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,12 \text{ m}}{0,5 \text{ s}} = 0,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



CONTROLLO DEL RISULTATO

Il punto percorre (dal minimo al massimo) l'intera ampiezza di oscillazione (50 cm) impiegando mezzo periodo, cioè 3 s. Quindi la velocità media su metà periodo vale $(0,50 \text{ m})/(3 \text{ s}) = 0,17 \text{ m/s}$.

La velocità richiesta, però, è calcolata verso il centro dell'oscillazione, dove la velocità media si avvicina al valore massimo. È quindi ragionevole che la velocità di 0,24 m/s, pur simile al valore di 0,17 m/s calcolato su metà periodo, sia maggiore di questo.

7. LA COMPOSIZIONE DEI MOTI

ESERCIZI NUMERICI

64 ★★★ Su un vagone ferroviario che viaggia alla velocità di 40 m/s viene sparato, con un fucile ad aria com-

pressa, un proiettile, in direzione perpendicolare al moto del treno. La velocità del proiettile rispetto al fucile è 100 m/s.

► Determina il valore della velocità del proiettile rispetto al suolo.

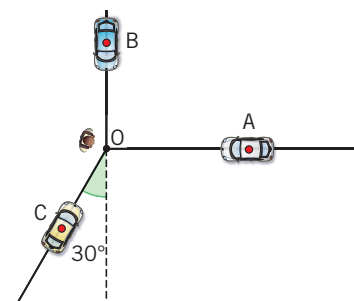
[108 m/s]

65 PROBLEMA SVOLTO

Le auto all'incrocio

Tre auto A, B e C si muovono alla velocità di 6,0 m/s verso un incrocio, provenendo da tre strade diverse.

- Determina le componenti della velocità di A, B e C rispetto a un osservatore O fermo su un lato della strada.
- Determina le componenti della velocità di B e C rispetto all'auto A.
- Calcola i valori delle velocità di B e C rispetto all'auto A.

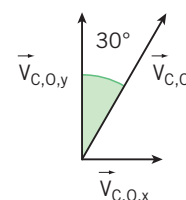


DATI E INCOGNITE

	GRANDEZZE	SIMBOLI	VALORI	COMMENTI
DATI	Modulo delle velocità	v	6,0 m/s	Formato dalla direzione di C con la direzione di B
	Angolo	α	30°	
INCOGNITE	Velocità dell'auto A rispetto a O	$\vec{v}_{A,O}$?	
	Velocità dell'auto B rispetto a O	$\vec{v}_{B,O}$?	
	Velocità dell'auto C rispetto a O	$\vec{v}_{C,O}$?	
	Velocità dell'auto B rispetto ad A	$\vec{v}_{C,O}$?	
	Velocità dell'auto C rispetto ad A	$\vec{v}_{C,A}$?	

RAGIONAMENTO

- Le velocità delle auto A, B e C rispetto all'osservatore O hanno moduli uguali, ma direzioni diverse, per cui bisogna tenere conto della loro natura vettoriale.
- Scegliamo la direzione ovest-est come asse x (verso positivo a est) e quella sud-nord come asse y (verso positivo a nord).
- La velocità dell'auto C è l'unica che ha due componenti (figura).
- Le velocità delle auto B e C rispetto all'auto A soddisfano la legge della composizione dei moti $\vec{v}_{B,A} = \vec{v}_{B,O} + \vec{v}_{O,A} = \vec{v}_{B,O} - \vec{v}_{A,O}$ e $\vec{v}_{C,A} = \vec{v}_{C,O} + \vec{v}_{O,A} = \vec{v}_{C,O} - \vec{v}_{A,O}$; le stesse relazioni valgono anche per i vettori componenti.
- Dalle componenti è possibile calcolare i valori delle velocità.



RISOLUZIONE

Scriviamo le componenti della velocità dell'auto A, che si muove in direzione orizzontale verso ovest:

$$v_{A,x} = -6,0 \text{ m/s}, v_{A,y} = 0,0 \text{ m/s}.$$

Scriviamo le componenti della velocità dell'auto B, che si muove in direzione verticale verso sud:

$$v_{B,x} = 0,0 \text{ m/s}, v_{B,y} = -6,0 \text{ m/s}.$$

CONTROLLO DEL RISULTATO

I valori delle componenti delle velocità rispetto all'auto A risultano maggiori o uguali a quelli rispetto alla strada, in quanto le auto si avvicinano l'una all'altra.

PROBLEMI GENERALI

- 8** ★★★ Una mola circolare ha un raggio di 80 cm, e quando è in funzione compie 90 giri al minuto.

- ▶ Quanto vale il periodo di un punto sul bordo della mola?
- ▶ Quanto vale il valore dell'accelerazione centripeta di un punto sul bordo della mola?

[0,67 s; 71 m/s²]

- 9** ★★★ Un'asta lunga 1,8 metri ruota attorno a una sua estremità; l'altra estremità impiega 3,8 secondi a compiere un giro completo. Sull'asta sono conficcati dei chiodi, a distanza di 15 cm l'uno dall'altro, a partire dall'estremità fissa.

- ▶ Usa un foglio elettronico per calcolare la velocità dei chiodi e le loro accelerazioni centripete.
- ▶ Rappresenta i risultati in un grafico velocità-raggio e accelerazione-raggio.

- 10** ★★★ Una barca attraversa un fiume largo 72 m. Il motore della barca permette di raggiungere una velocità di 4,2 m/s. L'acqua del fiume scorre inizialmente alla velocità di 2,0 m/s; quando la barca ha attraversato un terzo del fiume, la velocità dell'acqua aumenta a 2,4 m/s. Durante l'attraversamento la barca si muove perpendicolarmente alle rive del fiume, secondo un osservatore sulla riva.

- ▶ Quanto tempo impiega la barca ad attraversare il fiume?

[21 s]

- 11** ★★★ Anna e Benedetto osservano Cosimo che cammina lungo la strada.

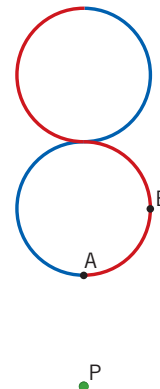
- ▶ Dimostra che l'accelerazione di Cosimo misurata da Anna è uguale a quella misurata da Benedetto se Benedetto si allontana da Anna con velocità costante

Suggerimento: considera le variazioni delle velocità in un intervallo di tempo arbitrario Δt e applica la legge di composizione delle velocità).

- 12** ★★★ Un'auto da corsa percorre una pista formata da due circonferenze di raggio 1,2 km che si toccano esternamente. La traiettoria dell'auto è a forma di 8, con partenza dal punto A verso il punto B, lungo il percorso rosso, per poi tornare in A lungo il percorso blu, mantenendo una velocità costante di 180 km/h.

- ▶ Calcola l'accelerazione centripeta a cui è soggetta l'auto e quanto tempo impiega a completare un giro della pista.

- ▶ Uno spettatore assiste alla corsa dell'auto dal punto P. Che tipo di moto osserva? Disegna il suo grafico spazio-tempo e calcola i suoi parametri caratteristici.



[2,1 m/s²; $3,0 \times 10^2$ s; moto armonico di ampiezza 1,2 km e periodo $1,5 \times 10^2$ s]

- 13** ★★★ Due pulegge, montate sugli assi A e B, sono collegate con una cinghia che trasmette il moto rotatorio da A a B. La puleggia montata su quest'ultimo asse ha diametro $D_B = 80$ cm e ruota a 500 giri/min, mentre la frequenza di rotazione dell'asse A è di 5000 giri/min.

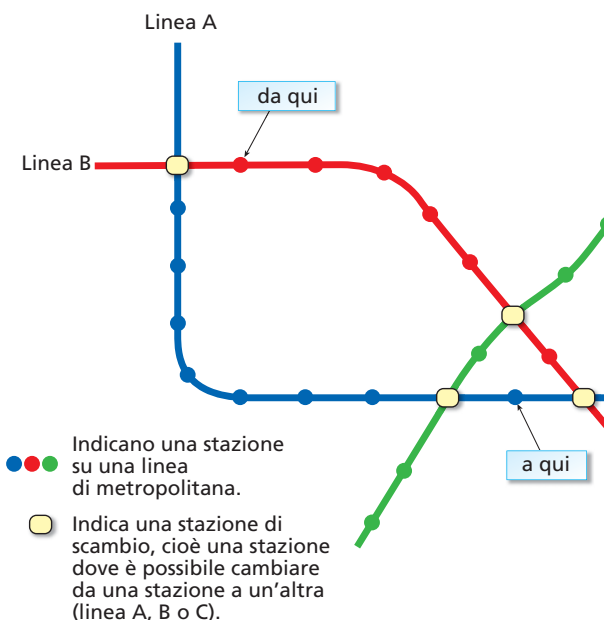
- ▶ Quale deve essere il diametro D_A della puleggia da collocare sull'asse A?

[8,0 cm]

Suggerimento: le due pulegge hanno diversa frequenza di rotazione, quindi diversa velocità angolare, ma velocità di rotazione con uguale modulo.

18 LA FISICA DEL CITTADINO Rete di trasporto

Il seguente schema mostra una parte della rete di trasporto pubblico di una città di Zedlandia con tre linee di metropolitana. Esso mostra il punto in cui ti trovi e quello che devi raggiungere.



Il prezzo del biglietto dipende dal numero di stazioni che si attraversano (esclusa la stazione di partenza). La tariffa è di 1 zed per ogni stazione attraversata.

La durata del percorso fra due stazioni successive è di circa 2 minuti.

Il tempo necessario per cambiare da una linea all'altra in una stazione di scambio è di circa 5 minuti.

Domanda 1:

Lo schema indica la stazione nella quale ti trovi in questo momento («da qui») e quella che vuoi raggiungere («a qui»). Segna sullo schema il percorso migliore in termini di costo e di tempo, scrivi qui sotto il prezzo da pagare per il biglietto e la durata approssimativa del viaggio.

Prezzo del biglietto: zed

Durata approssimativa del viaggio: minuti

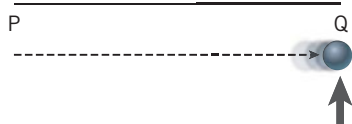
[8 zed; 21 min]

Tratto da prove PISA (Project for International Student Assessment), anno 2003.

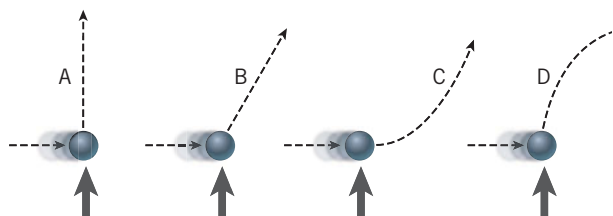
GIOCHI DI ANACLETO

- 1** Nella figura seguente è schematizzato un dischetto da hockey che scivola a velocità costante v_0 su una superficie orizzontale priva di attriti seguendo una linea retta dal punto P al punto Q.

Le forze esercitate sul dischetto dall'aria sono trascurabili. Stiamo guardando il disco dall'alto. Quando esso raggiunge il punto Q viene colpito orizzontalmente nella direzione indicata dalla freccia più spessa, perpendicolare alla direzione del moto del disco.

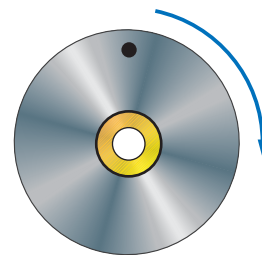


- Tenendo conto del fatto che il disco, quando viene colpito, non è fermo a quale delle seguenti traiettorie si avvicina maggiormente il suo percorso dopo che ha ricevuto il colpo?



(Tratto dai Giochi di Anacleto, anno 2010)

- 2** Il disco rappresentato nella figura ruota in verso orario e compie 29 giri al secondo. Viene filmato con una cinepresa che scatta 30 fotogrammi al secondo.

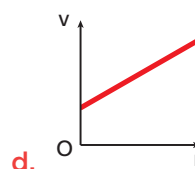
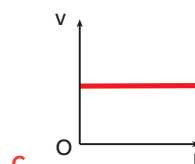
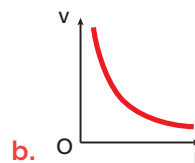
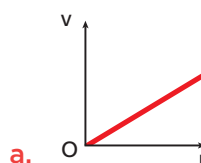


- Come apparirà nel filmato il puntino nero segnato sul disco?

- Sembrerà muoversi in verso orario.
- Sembrerà muoversi in verso antiorario.
- Sembrerà muoversi in modo casuale.
- Sembrerà che stia fermo.

(Tratto dai Giochi di Anacleto, anno 2004)

- 3** Una piattaforma girevole è messa in moto a un numero costante di giri al secondo. Quale dei seguenti grafici rappresenta meglio la relazione fra la velocità di un punto sulla piattaforma e la distanza del punto dal centro di rotazione?



(Tratto dai Giochi di Anacleto, anno 2000)