IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. Le componenti di un vettore	ANIMAZIONE **Versori e componenti cartesiane di un vettore** Come si ottengono le componenti di un vettore lungo gli assi cartesiani? E lungo direzioni qualsiasi?	1
	ANIMAZIONE **Seno e coseno con la calcolatrice** Un semplice tutorial spiega come usare la calcolatrice scientifica per calcolare seno e coseno e le rispettive operazioni inverse.	3
4. Il prodotto scalare	ANIMAZIONE **Prodotto scalare** Come si calcola il prodotto scalare tra due vettori?	1
5. Il prodotto vettoriale	ANIMAZIONE **Il prodotto vettoriale** Come si calcola il prodotto vettoriale tra due vettori?	1

MAPPA INTERATTIVA

30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

▸ **What is the difference between a scalar and a vector?**

A scalar is a quantity that is fully described by a magnitude (numerical value) alone, whereas a vector is described by both a magnitude and a direction: 5 km and 5 km/s are scalars whereas 5 km north and 5 km/s west are vectors.

▸ **Why are vectors needed in physics?**

Many quantities in physics, such as the mass of a book or the time taken for it to fall a certain distance are fully described by a 'size' called a scalar: 10 kg or 10 s for instance. Some quantities such as velocity or force also have direction and to be understandable and verifiable physics requires a mechanism for describing both magnitude and direction, which are combined in vectors.

▸ **Draw intersecting x and y axes on a sheet of graph paper. Draw a vector in the plane of the axes and derive the general formula for the magnitude of a vector.**

To make the exercise simple draw the vector in the upper right quadrant where x and y are positive. Once the vector is drawn label the start and end points as (x_1, y_1) and (x_2, y_2). It can be seen that the point (x_2, y_1) form a right angled triangle with the start and end points of the vector. The magnitude (also called the *modulus*) of the vector can therefore be derived by using Pythagoras' Theorem.

▸ **The following instructions are in vector form: A) move 10 m north-west, B) move 10 m north, C) move 10 m east, D) move 10 m south. Does it matter in which order the instructions are carried out?**

The sum of a number of vectors is called the resultant, the sum of the displacement vectors A, B, C and D is the resultant displacement. Vector addition is commutative, for example A+B+C+D=C+A+D+B, and the resultant is independent of the order in which the vectors are added. Therefore the above vector instructions can be carried out in any order and the resultant displacement will always be the same.

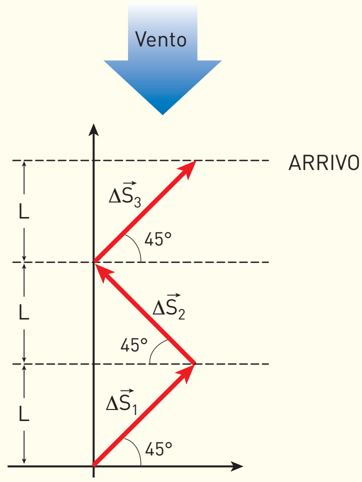
PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 VETTORI E SCALARI

8 ★★★ Il treno Milano-Roma parte alle ore 8:05. Alle ore 9:10 passa per Bologna, alle ore 9:50 arriva a Firenze e alle 10:30 giunge a Roma.

- Individua nella figura i vettori spostamento Milano-Bologna, Bologna-Firenze, Firenze-Roma.
- Individua nella figura il vettore spostamento totale.

9 ★★★ Le regate sono competizioni tra imbarcazioni senza motore che si muovono a vela. Una gara si svolge su un percorso di andata e ritorno; per muoversi controvento la barca compie una serie di virate a 45° come mostra la figura. Mantenendo una velocità costante di 5,40 km/h, l'imbarcazione più veloce impiega 9,00 min per compiere le virate indicate nella figura e percorrere il tratto controvento.



- Calcola il modulo del vettore spostamento in ogni tratto.
- Nel sistema di riferimento disegnato, individua le coordinate della barca all'arrivo.
- Disegna il vettore spostamento totale e calcola la sua lunghezza.
- Confronta la lunghezza del vettore spostamento con la distanza percorsa dalla barca.

[270 m; (191 m, 573 m); 604 m]

3 LE COMPONENTI DI UN VETTORE

33 ★★★ Il vettore $\vec{v}$ è dato dalla combinazione dei tre vettori $\vec{a} = 3\hat{x} + 2\hat{y}$, $\vec{b} = -1\hat{x} + 2\hat{y}$, $\vec{c} = -\hat{x} - 5\hat{y}$ e della costante *k*, in modo che $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} - k\vec{c}$.

- Determina il valore della costante k per cui $\vec{v}$ forma un angolo di 45° con l'asse delle *x*.
- Disegna su un piano cartesiano i quattro vettori.
- Calcola le componenti di $\vec{v}$.

[−1/2; 3/2; 3/2]

34 ★★★ Il vettore $\vec{a} = 1\hat{x} + 1\hat{y}$ forma un angolo di 45° con l'asse delle *x* e il versore $\hat{b} = b_x\hat{x} + b_y\hat{y}$ è un vettore di lunghezza unitaria che si trova nel quarto quadrante.

- Calcola le componenti del versore $\hat{b}$ affinché si verifichi la condizione: $|\vec{a} + \hat{b}| = |\vec{a} - \hat{b}|$
- Disegna i vettori su un piano cartesiano.

$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y}\right]$

5 IL PRODOTTO VETTORIALE

56 ★★★ I due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ hanno modulo rispettivamente di 5,0 e 8,0 unità. Il vettore $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ha modulo pari a 20 unità.

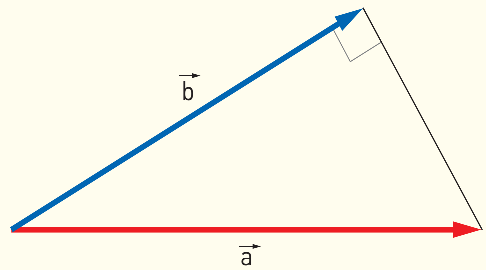
- Calcola l'ampiezza dell'angolo formato dalle direzioni dei due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.
- Il vettore $\vec{d} = \vec{b} \times \vec{a}$ ha lo stesso modulo di $\vec{c}$?

[30°]

57 ★★★ I vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ costituiscono rispettivamente l'ipotenusa e un cateto di un triangolo rettangolo. Il modulo di $\vec{a}$ vale 10 unità e l'altro cateto del triangolo è lungo 5,0 unità. Calcola:

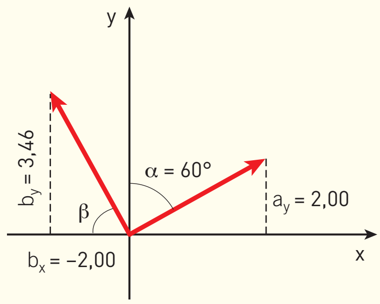
- l'ampiezza dell'angolo formato dalle direzioni dei due vettori;
- il modulo del vettore $\vec{b}$;
- il modulo del prodotto vettoriale $\vec{a} \times \vec{b}$.

[30°; 8,7 unità; 44 unità]



PROBLEMI GENERALI

4 ★★★ Calcola il prodotto scalare dei due vettori disegnati nella figura.



- In base al risultato ottenuto determina l'angolo β.

[0; 60°]

5 ★★★ Con i due vettori dell'esercizio precedente vogliamo costruire un nuovo sistema di riferimento cartesiano.

- Determina i nuovi versori $\hat{a}$ e $\hat{b}$.
- Calcola il prodotto scalare tra i nuovi versori e $\hat{x}$.
- Esprimi il versore $\hat{x}$ in funzione di $\hat{a}$ e $\hat{b}$.

$\left[\dfrac{3,46\,\hat{x} + 2,00\,\hat{y}}{4,00}; \dfrac{-2,00\,\hat{x} + 3,46\,\hat{y}}{4,00}; 0,865; -0,500; 0,865\,\hat{a} - 0,500\,\hat{b}\right]$

TEST

4 Il prodotto scalare tra due vettori è nullo:

A quando i vettori sono uguali ma hanno verso opposto.
B quando i vettori sono paralleli.
C quando i vettori sono perpendicolari.
D esclusivamente quando entrambi i vettori sono nulli.

5 Dati due vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$, indichiamo con $\vec{v}_1$ e $\vec{w}_1$ le loro rispettive proiezioni nella direzione dell'altro vettore. Se φ è l'angolo compreso fra i due vettori, come possiamo scrivere il prodotto scalare di $\vec{v}$ e $\vec{w}$?

A $v\,w \cos\varphi$
B $v\,w_1 \cos\varphi$
C $v_1\,w \cos\varphi$
D $v_1\,w_1 \cos\varphi$

6 Per determinare il verso del prodotto vettoriale $\vec{c}$ di due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dobbiamo disporre il pollice della mano destra:

A nel verso di $\vec{a}$ e le altre dita in quello di $\vec{b}$; allora il verso di $\vec{c}$ è quello entrante nel palmo della mano.
B nel verso di $\vec{a}$ e le altre dita in quello di $\vec{b}$; allora il verso di $\vec{c}$ è quello uscente dal palmo della mano.
C nel verso di $\vec{b}$ e le altre dita in quello di $\vec{a}$; allora il verso di $\vec{c}$ è quello dato dalla rotazione del polso della mano.
D nel verso di $\vec{b}$ e le altre dita in quello di $\vec{a}$; allora il verso di $\vec{c}$ è quello uscente dal palmo della mano.

7 Il prodotto vettoriale $\vec{c}$ di due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ è nullo:

A quando i due vettori sono perpendicolari.
B quando i due vettori sono paralleli.

C solamente quando uno dei due vettori è nullo.

D solamente quando entrambi i vettori sono nulli.

8 La componente cartesiana di un vettore lungo una retta r:

A è sempre positiva.

B è sempre negativa.

C può essere positiva, negativa o nulla.

D non può mai essere nulla.

9 Due forze di uguale intensità F sono applicate a un punto e formano fra di loro un angolo pari a 30°. Quanto deve essere l'intensità di una terza forza da applicare al medesimo punto per creare una condizione di equilibrio?

A $F\sqrt{3}$

B $F\sqrt{2}$

C $2F\sqrt{3}$

D $2F$

E $3F/2$

Prova di ammissione ai corsi di Laurea di Architettura
Anno Accademico 2012/2013

10 Due spostamenti sono rappresentati da frecce non consecutive. La loro somma si ottiene con il metodo punta-coda modificando:

A il verso del secondo spostamento.

B il modulo del secondo spostamento.

C la direzione del secondo spostamento.

D il punto di inizio del secondo spostamento.

11 Il modulo della somma di due spostamenti è sempre uguale alla somma dei moduli degli spostamenti?

A No, mai.

B In generale no, dipende dalle direzioni dei due vettori.

C Sì, sempre.

D Sì, solo se gli spostamenti hanno la stessa lunghezza.

12 Il modulo del prodotto vettoriale tra due vettori si ottiene calcolando il prodotto:

A del primo vettore per l'intensità del secondo.

B della lunghezza del primo vettore per la componente del secondo nella direzione del primo.

C delle intensità dei due vettori per il coseno dell'angolo compreso tra i due vettori.

D delle intensità dei due vettori per il seno dell'angolo compreso tra i due vettori.

13 L'intensità del vettore ottenuto eseguendo il prodotto vettoriale di due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ può essere geometricamente rappresentata:

A dal piano definito da $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

B dall'area del triangolo definito da $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

C dall'area del parallelogramma definito da $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

D dall'area del rettangolo definito da $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

14 Le componenti di un vettore nel piano cartesiano sono:

A due numeri sempre positivi.

B due vettori di lunghezze assegnate.

C due vettori di direzioni assegnate.

D due numeri relativi dimensionati.

15 Come si può scrivere un vettore $\vec{a}$ attraverso le sue componenti nel piano cartesiano?

A $\vec{a} = a_x \vec{x} + a_y \vec{y}$

B $\vec{a} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y}$

C $\vec{a} = a_x + a_y$

D $\vec{a} = (\vec{a}_x, \vec{a}_y)$