

## IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
1. La quantità di moto	<p><b>FORMULE IN DUE MINUTI</b></p> <p>La quantità di moto Slide animate.</p>	2
3. La conservazione della quantità di moto	<p><b>ANIMAZIONE</b></p> <p>Conservazione della quantità di moto Due dischi a ghiaccio secco uniti da una molla si allontanano: la quantità di moto si conserva?</p>	1
7. Il momento angolare	<p><b>FORMULE IN DUE MINUTI</b></p> <p>Il momento angolare Slide animate.</p>	2
9. Il momento d'inerzia	<p><b>IN LABORATORIO</b></p> <p>Momento d'inerzia e accelerazione angolare Con due pesi posizionati su un'asta si dimostra la relazione tra l'accelerazione angolare e il momento d'inerzia.</p>	2
<p><b>30 TEST INTERATTIVI SU</b> <b>ZTE</b> <b>CON FEEDBACK</b> «Hai sbagliato, perché...»</p>		

## VERSO IL CLIL

### 🇬🇧 FORMULAE IN ENGLISH

### 🔊 AUDIO

Momentum	$\vec{p} = m\vec{v}$	The quantity of motion of an object is a vector quantity called momentum: it equals the product of the mass and the velocity vector of the object and points in the direction of motion.
Final velocity in an inelastic collision	$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$	The final velocity in a completely inelastic collision in which one of the bodies was initially at rest equals the product of the mass and velocity of the body in motion, divided by the sum of the masses of the two bodies.
Impulse	$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$	The impulse vector equals the product of the force vector and the interval of time in which the force is applied.
Momentum variation	$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$	The change in the quantity of motion equals the product of the force vector and the interval of time in which the force is applied.
Impulse-momentum theorem	$\Delta\vec{p} = \vec{I}$	The impulse of a force acting on a body over a particular period of time equals the change in momentum in the elapsed time.

 **QUESTIONS AND ANSWERS**
 **AUDIO**

- ▶ Discuss the principle of conservation of linear momentum.

The principle of conservation of linear momentum states that the total linear momentum of a closed and isolated system remains constant, i.e. that linear momentum is conserved.

- ▶ Categorise collisions in terms of elasticity.

Elastic collisions are those in which momentum and kinetic energy are conserved. Inelastic collisions are those in which momentum is conserved but kinetic energy is not. Perfectly inelastic or plastic collisions are those in which the colliding bodies stick together.

- ▶ What is the impulse of a force? Relate it to a physical situation.

The impulse of a force on a body is the product of the average force and the time interval in which the force acts on the body: it is a vector quantity with the SI unit of newton second. If we were asked to roll a cannon ball and a bowl from rest and give both objects the same final velocity we would have to push the cannon ball either harder or longer. What counts is the product  $F\Delta t$  which is a natural measure of how hard and how long we push to change a motion.

- ▶ Derive the equation for impulse from the relevant law of motion.

Newton's second law states that the acceleration  $a$  of an object is parallel and directly proportional to the net force  $F$  acting upon the object and inversely proportional to the mass  $m$  of the object:  $F = ma$ . Using the definition of acceleration ( $a = \text{change in velocity} / \text{time}$ ),  $F = m \cdot \Delta v / t$ . Upon rearrangement we have  $Ft = m \cdot \Delta v$ , the equation for impulse where  $F$  is the average force over the time interval.

- ▶ In which area of physics is impulse of use to us?

The principal use for the concept of impulse is in the study of collisions to obtain the average impact force. In a collision, the mass and change in velocity can be measured, but the force involved in the collision is not as easy to measure. By measuring the duration of a collision the average force of impact can be calculated.

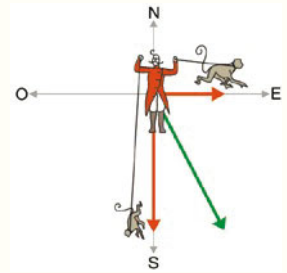
## PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

### 1 LA QUANTITÀ DI MOTO

#### PROBLEMA MODELLO 1 UNA CORSA AL CIRCO

In uno spettacolo da circo un addestratore di 60 kg gioca con due scimmie che si muovono in direzioni diverse. La più grande pesa 12 kg e corre verso est alla velocità di 2,0 m/s, l'altra pesa la metà e corre verso sud a velocità doppia.

- Quale saranno la direzione, il modulo e il verso della velocità dell'addestratore se il suo vettore quantità di moto è pari alla somma di quelli delle due scimmie?



#### ■ DATI

Masse delle scimmie  
 Massa dell'addestratore  $M = 60$  kg  
 Velocità delle scimmie  $v_1 = 2,0$  m/s verso est;  
 $v_2 = 4,0$  m/s verso sud

#### ■ INCOGNITE

Vettore  $v_{add}$  velocità dell'addestratore = ?

#### L'IDEA

I vettori quantità di moto delle due scimmie sono uguali in modulo, ma hanno direzioni perpendicolari. La loro somma vettoriale è dunque un vettore inclinato di  $45^\circ$  rispetto alla direzione delle velocità delle scimmie.

#### LA SOLUZIONE

##### Calcolo il modulo della quantità di moto totale delle due scimmie $p_s$ .

Calcolo il valore della quantità di moto della prima scimmia:  $p_1 = m_1 v_1 = 12 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s} = 24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  e della seconda scimmia:  $p_2 = m_2 v_2 = 12 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s} = 24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ .

La quantità di moto totale del sistema è la somma vettoriale delle due quantità di moto e ha modulo:

$$p_s = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(24 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2 + (24 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2} = 34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

##### Impongo l'equazione delle quantità di moto scimmie-addestratore, cioè $\vec{p}_{add} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ .

In particolare, imponendo l'uguaglianza  $\vec{p}_{add} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$  ai moduli dei vettori, otteniamo

$$p_{add} = m_{add} v_{add} = p_s = 34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

##### Risolve l'equazione nell'incognita $v_{add}$ .

Dall'espressione trovata posso ricavare  $v_{add}$ :

$$v_{add} = \frac{p_s}{m_{add}} = \frac{34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{62 \text{ kg}} = 0,55 \text{ m/s}.$$

#### PER NON SBAGLIARE

- Quando si parla della somma di due vettori, si intende sempre la somma vettoriale. La somma vettoriale è uguale alla somma dei moduli dei vettori solo nel caso di vettori paralleli: sommando i moduli delle quantità di moto delle scimmie avresti ottenuto una quantità di moto totale di  $48 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ !

**12** ★★★ Un Boeing 707 ( $M = 68$  t) in un volo transcontinentale viaggia alla velocità di 810 km/h.

- ▶ Con quale velocità deve viaggiare una pallina da tennis ( $m = 125$  g) per avere la stessa quantità di moto del Boeing?
- ▶ Quanto è grande questo valore rispetto alla velocità della luce  $c = 3,0 \times 10^8$  km/s?

[ $4,4 \times 10^8$  km/h; 0,40 volte]

**13** ★★★ Due sfere di diverso materiale e volume vengono lasciate cadere dalla stessa quota. L'attrito dell'aria è schematizzato per entrambe le sfere dalla formula  $F = -bv$ . Le masse delle due sfere sono  $m_1$  e  $m_2$ . Quando esse raggiungono la velocità di regime (costante), le rispettive quantità di moto valgono  $p_1 = 160$  kg  $\times$  m/s,  $p_2 = 10$  kg  $\times$  m/s.

- ▶ Determina il rapporto  $m_1/m_2$ .

[4,0]

## 2 L'IMPULSO DI UNA FORZA E LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

**25** ★★★ Un'automobile di massa 800 kg percorre un tratto di strada urbana rettilinea ed è soggetta alle forze acceleranti o frenanti riportate nella tabella (le forze positive sono nel verso della velocità iniziale).

INTENSITÀ DELLA FORZA (N)	TEMPO DI APPLICAZIONE (s)
800	5,0
-1200	2,0
200	6,0
400	3,0

Riporta in un grafico i valori della forza in funzione del tempo.

- ▶ Quanto vale l'impulso totale della forza applicata all'automobile?
- ▶ Di quanto è cambiata complessivamente la sua velocità?

[ $4,0 \times 10$  N  $\cdot$  s; 5,0 m/s]

**26** ★★★ Un carpentiere utilizza un martello di massa 0,70 kg per conficcare dei chiodi nel legno. Riesce ad imprimere al martello una velocità di 6,0 m/s facendo penetrare il chiodo nel legno per 0,50 cm.

- ▶ Qual è l'impulso della forza che agisce sul chiodo?
- ▶ Qual è il valore medio della forza esercitata dal martello?
- ▶ Calcola il rapporto fra la forza media trovata e la forza-peso del martello.

[4,2 kg  $\cdot$  m/s;  $2,5 \times 10^3$  N;  $3,7 \times 10^2$ ]

**27** ★★★ Una bambina inciampa su una scatola di massa  $m = 820$  g che si trova sul pavimento. La scatola inizia a muoversi e si ferma dopo 1,5 s a causa dell'attrito (coefficiente di attrito dinamico  $\mu_D = 0,10$ ). Puoi schematizzare la spinta come una forza costante che la bambina imprime alla scatola per un intervallo di tempo  $\Delta t = 1,0 \times 10^3$  s.

- ▶ Quando vale la forza applicata?

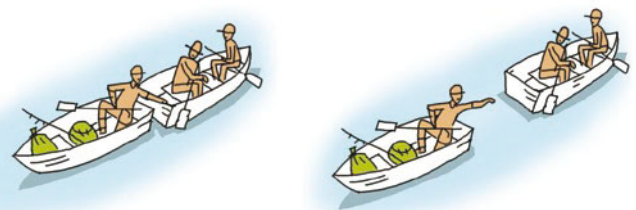
[ $1,2 \times 10^3$  N]

## 3 LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

### PROBLEMA MODELLO 3 UNA GITA IN BARCA

In un lago si incontrano due barche con persone a bordo, che accostano per chiacchierare. La prima barca (con una persona e gli attrezzi) ha una massa di 160 kg. La seconda barca trasporta due persone e la sua massa complessiva è di 320 kg. Per dividere le barche, la persona che sta in quella più piccola spinge l'altra barca fino a che la sua si muove con una velocità di 0,48 m/s.

- ▶ Qual è la velocità acquistata, in questo modo, dalla barca più grande?



#### ■ DATI

$m_1 = 160$  kg  
 $v_1 = 0,48$  m/s  
 $m_2 = 320$  kg

#### ■ INCOGNITE

$v_2 = ?$

## L'IDEA

Mentre le persone chiacchierano, entrambe le barche sono ferme, per cui il sistema formato da esse ha una quantità di moto totale nulla. Dopo la spinta la quantità di moto totale non può cambiare perché non ci sono forze esterne.

Per il terzo principio della dinamica, la forza che la seconda barca esercita sulla prima è uguale e opposta a quella che la prima esercita sulla seconda. Visto che queste forze hanno versi opposti, generano accelerazioni opposte e si conferma che anche le velocità delle due barche devono avere versi opposti.

## LA SOLUZIONE

### Calcolo la quantità di moto della barca leggera.

La barca leggera ha una quantità di moto pari a

$$p_1 = m_1 v_1 = (160 \text{ kg}) \times 0,48 \text{ m/s} = 77 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

### Impongo l'uguaglianza dei moduli delle quantità di moto.

I moduli delle quantità di moto sono uguali, pertanto  $p_1 = p_2 = m_2 v_2$ .

### Risolve l'equazione nell'incognita modulo della velocità finale della barca pesante $v_2$ .

Dall'equazione precedente ricavo

$$v_2 = \frac{p_1}{m_2} = \frac{77 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{320 \text{ kg}} = 0,24 \text{ m/s}.$$

**37** **\*\*\*** Una persona si trova sopra un carrello in movimento con velocità 0,80 m/s che trasporta mattoni da 550 g; la massa dell'intero sistema è 225 kg. La persona vuole arrestare il carrello e per farlo getta dei mattoni nella stessa direzione del moto, alla velocità di 20 km/h.

► Quanti mattoni deve lanciare?

[59]

**38** **\*\*\*** Una piccola pallina di massa  $m$  è lanciata su un piano orizzontale alla velocità  $v_0$ . A un certo istante, la pallina incontra un piano inclinato, anch'esso di massa  $m$ , che è libero di scivolare senza attrito sul piano orizzontale. L'altezza del piano inclinato è  $h = 1,63 \text{ m}$ .

► Quale deve essere il minimo valore di  $v_0$  affinché la pallina arrivi in cima al piano inclinato?

**Suggerimento:** perché la velocità sia minima, la pallina arriva in cima al piano inclinato ferma rispetto al piano inclinato. Ricordati di applicare la conservazione dell'energia meccanica.

[8,0 m/s]

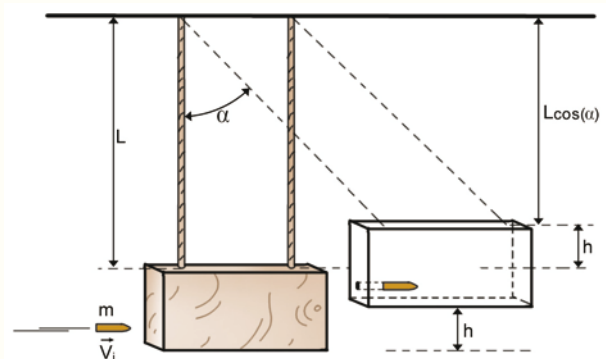
## 4 LA QUANTITÀ DI MOTO NEGLI URTI

### PROBLEMA MODELLO 5 IL PENDOLO BALISTICO

Prima dell'avvento dei dispositivi elettronici, per le misure di precisione della velocità dei proiettili si ricorreva a un pendolo costituito da un blocco di legno appeso a due lunghe corde, chiamato *pendolo balistico*.

Un proiettile di massa 9,0 g viene sparato orizzontalmente in direzione del pendolo di massa 2,5 kg. A seguito dell'urto il proiettile rimane conficcato nel blocco di legno e tutto il sistema inizia ad oscillare. Nella massima oscillazione la corda, lunga 1,5 m, forma un angolo  $\alpha$  di  $20^\circ$  con la verticale.

► Qual è la velocità del proiettile?



### ■ DATI

Massa del proiettile  $m = 9,0 \text{ g}$   
 Massa del blocco di legno  $M = 2,5 \text{ kg}$ .  
 Lunghezza del pendolo  $L = 1,5 \text{ m}$   
 Angolo di oscillazione  $\alpha = 20^\circ$ .

### ■ INCOGNITE

Velocità iniziale del proiettile  $v_i = ?$

## L'IDEA

Poiché il proiettile rimane conficcato nel bersaglio, il proiettile e il blocco si urtano in modo completamente anelastico. Tra l'inizio (sparo) e la fine (massima oscillazione), l'energia cinetica e quella meccanica non si conservano, poiché agiscono forze non conservative, come l'attrito, responsabile dell'arresto del proiettile nel blocco di legno; invece si conserva la quantità di moto.

Subito dopo l'urto il sistema formato da blocco e proiettile inizia a oscillare, sotto l'azione della forza-peso. Da questo momento si conserva l'energia meccanica (agiscono la forza-peso e la tensione della fune) ma non si conserva la quantità di moto, poiché le forze esterne non sono bilanciate.

Analizzo il problema separandolo in due parti:

1. l'urto;
2. l'oscillazione.

## LA SOLUZIONE

### 1) URTO.

#### Impongo la conservazione della quantità di moto nell'urto.

- Dalla conservazione della quantità di moto nell'urto  $mv_i = (m + M)v_f$  ricavo la velocità iniziale  $v_i$  del proiettile in funzione della velocità finale del sistema blocco + proiettile:

$$v_i = \frac{m + M}{m} v_f = \frac{(0,0090 + 2,5) \text{ kg}}{0,0090 \text{ kg}} v_f = 2,8 \times 10^2 v_f.$$

### 2) OSCILLAZIONE.

#### Impongo la conservazione dell'energia meccanica dopo l'urto.

Applico la conservazione dell'energia meccanica dopo l'urto, durante l'oscillazione, ottenendo  $K_f + U_f = K_i + U_i$ . All'inizio dell'oscillazione, il sistema ha la velocità  $v_f$  indicata sopra e al momento della massima altezza ( $h$ ) il sistema è fermo. L'equazione diventa quindi  $0 + (m + M)gh = \frac{1}{2}(m + M)v_f^2 + 0$  da cui ricavo  $v_f^2 = 2gh$ .

#### Risolve il sistema di due equazioni nell'incognita $v_i$ .

Dai dati del problema ricavo che  $h = L - L \cos(\alpha)$  quindi

$$v_f = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{2 \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (1,5 \text{ m}) \times (1 - \cos 20^\circ)} = 1,3 \text{ m/s}.$$

Posso quindi calcolare  $v_i$ :

$$v_i = 2,8 \times 10^2 v_f = 2,8 \times 10^2 \times 1,3 \text{ m/s} = 3,6 \times 10^2 \text{ m/s}.$$

## PER NON SBAGLIARE

Dopo l'urto, il sistema ha massa  $(m+M)$ . Non dimenticare la massa del proiettile se vuoi un risultato corretto!

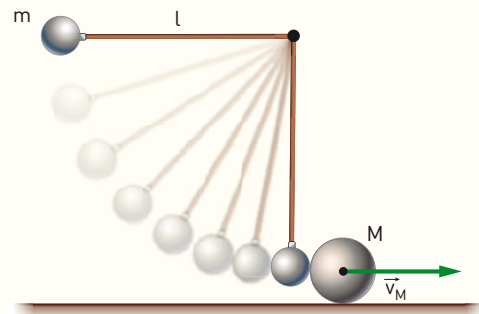
**51** **★★★** Costruire un pendolo balistico rudimentale è semplice. Per esempio se vuoi misurare la velocità di una freccetta per il «tirassegno» puoi usare una grossa patata attaccata ad un filo. La cosa importante nella progettazione è che l'energia dissipata nell'urto sia più del 99%, cioè l'energia cinetica del proiettile deve essere almeno 100 volte l'energia potenziale del bersaglio quando raggiunge il punto più alto.

- ▶ Ricava la velocità della freccetta in funzione delle masse e della quota  $h$ .
- ▶ La freccetta ha una massa di 8 g. Quanto deve pesare la patata?

**Suggerimento:** esprimi l'energia cinetica del proiettile e l'energia potenziale del bersaglio e imponi la relazione enunciata nel testo.

$$[v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh}; m > 792 \text{ g}]$$

**52** **★★★** Un pendolo è formato da un'asticella rigida, di lunghezza  $l$  e massa trascurabile, e da una sferetta di massa  $m = 1,0 \text{ kg}$ . Il pendolo viene lasciato libero di muoversi partendo dalla posizione  $\theta = 90^\circ$  rispetto alla verticale. Quando arriva alla posizione  $\theta = 0$  urta elasticamente contro una massa  $M = 2,13 \text{ kg}$  posta in quiete su un piano orizzontale. La massa  $M$  comincia a muoversi con velocità  $v_M = 2,0 \text{ m/s}$ .



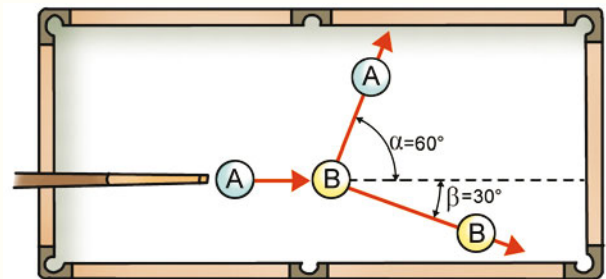
- ▶ Calcola il valore della lunghezza  $l$  del pendolo.

[0,50 m]

## 5 GLI URTI OBLIQUI

### PROBLEMA MODELLO 6 UNA PARTITA A BILIARDO

- ▶ Una partita a biliardo In una partita a biliardo un giocatore lancia la palla A alla velocità di  $1,6 \text{ m/s}$  e colpisce elasticamente la palla B. Come si vede nella figura, dopo l'urto la palla A devia la sua traiettoria di  $60^\circ$  e la palla bersaglio forma un angolo di  $30^\circ$  rispetto alla direzione d'arrivo della palla A. Le due palle hanno la stessa massa  $m$ .
- ▶ Calcola la velocità delle palle dopo l'urto.



#### ■ DATI

Velocità iniziale della palla A  $v_A = 1,6 \text{ m/s}$   
 Direzioni dei vettori velocità dopo l'urto,  
 $\alpha = 60^\circ, \beta = 30^\circ$

#### ■ INCOGNITE

Modulo della velocità delle due palle da biliardo dopo l'urto:  $v_{Af} = ? \quad v_{Bf} = ?$

### L'IDEA

Si tratta di un urto in due dimensioni, dove la conservazione della quantità di moto si verifica sia lungo l'asse  $x$  sia lungo quello  $y$ . Scegliamo di porre l'asse  $x$  diretto come  $v_A$ ; in questo modo la quantità di moto iniziale lungo  $y$  è nulla.

### LA SOLUZIONE

**Impongo la conservazione della quantità di moto lungo  $x$  e lungo  $y$ .**

Dalle equazioni della conservazione della quantità di moto lungo gli assi otteniamo il sistema  $\begin{cases} p_{ix} = p_{fx} \\ p_{iy} = p_{fy} \end{cases}$  che por-

$$\begin{cases} m_A v_{Ai} = m_A v_{Af} \cos \alpha + m_B v_{Bf} \cos \beta \\ 0 = m_A v_{Af} \sin \alpha + m_B v_{Bf} \sin \beta \end{cases}$$



**Risolve il sistema di equazione nelle incognite  $v_{Af}$ ,  $v_{Bf}$**

Isolo nel sistema precedente le incognite  $v_{Af}$  e  $v_{Bf}$ ; le masse delle palle sono uguali, posso quindi porre  $m_A = m_B$  e semplificare. Il sistema diventa quindi:

$$\begin{cases} v_A = v_{Af} \cos \alpha + v_{Bf} \cos \beta \\ v_{Af} \sin \alpha = v_{Bf} \sin \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{1}{2} v_{Af} + \frac{\sqrt{3}}{2} v_{Bf} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} v_{Af} = \frac{1}{2} v_{Bf} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{1}{2} v_{Af} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{3} v_{Af} \\ v_A = \frac{1}{2} v_{Af} + \frac{3}{2} v_{Af} \end{cases} \Rightarrow v_{Af} = \frac{1}{2} v_A = \frac{1,6 \text{ m/s}}{2} = 0,80 \text{ m/s}$$

Quindi  $v_{Bf} = \sqrt{3} v_{Af} = 1,4 \text{ m/s}$ .

**Verifico il risultato attraverso la conservazione dell'energia cinetica.**

Il teorema di conservazione dell'energia cinetica si traduce nell'equazione  $K_i = K_f$ , cioè

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2$$

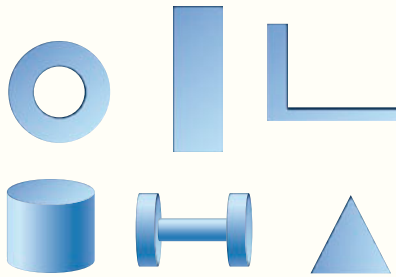
che porta all'equazione  $v_A^2 = v_{Af}^2 + v_{Bf}^2 \Rightarrow (1,6 \text{ m/s})^2 = (0,80 \text{ m/s})^2 + (1,4 \text{ m/s})^2$ . Entrambi i membri dell'uguaglianza valgono  $2,6 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , pertanto i risultati ottenuti sono coerenti con la conservazione dell'energia cinetica.

**6 IL CENTRO DI MASSA**

**58 PENSACI BENE** Un uomo cammina a velocità costante lungo il ponte di un'imbarcazione che galleggia su un lago con acque calme. Trascurando tutti gli attriti, con che velocità si muove il centro di massa del sistema barca-uomo?

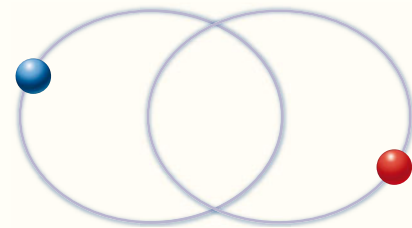
**59 APPLICA I CONCETTI** Quattro biglie identiche sono poste ai 4 vertici di un quadrato. Dove si trova il centro di massa?

**60 APPLICA I CONCETTI** Trova il centro di massa (o bari-centro) delle figure disegnate qui sotto.



**61 COSA SUCCEDERE SE** Un sistema binario in astronomia è un sistema di due oggetti celesti, per esempio stelle, che si trovano così vicini da essere attratti reciprocamente dal campo gravitazionale che generano. La figura mostra le orbite di due stelle che hanno la stessa massa e ruotano attorno a un centro di massa comune.

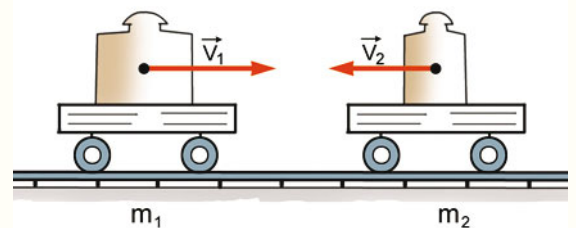
► Dove è situato il punto intorno al quale entrambe orbitano?



**PROBLEMA MODELLO 7 CARRELLO CONTRO CARRELLO**

Considera di nuovo i dati del Problema Modello 4. Scegli come  $t = 0 \text{ s}$  l'istante dell'urto e come  $x = 0 \text{ m}$  il punto in cui avviene l'urto.

- Determina la posizione dei carrelli e quella del loro centro di massa  $3,0 \text{ s}$  prima dell'urto.
- Determina le stesse grandezze  $2,0 \text{ s}$  dopo l'urto.
- Dai dati ottenuti, calcola la velocità del centro di massa.





## ■ DATI

Massa primo carrello:  $m_1 = 2,0$  kg;  
 massa secondo carrello:  $m_2 = 1,0$  kg;  
 Velocità primo carrello prima dell'urto:  
 $v_1 = 5,0$  m/s;  
 Velocità secondo carrello prima dell'urto:  
 $v_2 = 4,0$  m/s.

## ■ INCOGNITE

Posizione dei carrelli e centro di massa prima e dopo lo scontro:  
 $x_1, x_2, x_{cm} = ?$   
 $X_1, X_2, X_{cm} = ?$   
 Velocità del centro di massa  
 $v_{cm} = ?$

## L'IDEA

Il problema si svolge in una dimensione, nella direzione della velocità. Per trovare la posizione dei carrelli e del centro di massa bisogna considerare i carrelli come particelle. Segniamo un punto di riferimento sulla parte anteriore di entrambi e consideriamo la posizione di questi due punti. Per calcolare la velocità del centro di massa, possiamo procedere in due modi diversi:

1. calcoliamo la distanza percorsa dal centro di massa nell'intervallo di tempo considerato;
2. applichiamo la formula [19]  $\vec{v}_{cm} = \frac{\vec{p}_{tot}}{m_{tot}}$  che lega la quantità di moto totale del sistema alla velocità del centro di massa.

## LA SOLUZIONE

**Tramite le leggi della cinematica, determino la posizione dei carrelli prima e dopo l'urto e ricavo la posizione del centro di massa.**

Le posizioni dei carrelli 3,0 s prima dell'urto (cioè all'istante  $t_p = -3,0$  s) sono:

$$x_1 = v_1 t_p = \left(5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (-3,0 \text{ s}) = -15 \text{ m}$$

$$x_2 = v_2 t_p = \left(-4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (-3,0 \text{ s}) = 12 \text{ m};$$

la corrispondente posizione del baricentro è

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \text{ kg}) \times (-15 \text{ m}) + (1,0 \text{ kg})(12 \text{ m})}{(2,0 + 1,0) \text{ kg}} = \frac{-18 \text{ kg} \cdot \text{m}}{3,0 \text{ kg}} = -6,0 \text{ m}.$$

Allo stesso modo, le posizioni dei carrelli 2,0 s dopo l'urto (cioè all'istante  $t_d = 2,0$  s) sono:

$$X_1 = V_1 t_d = \left(-1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (2,0 \text{ s}) = -2,0 \text{ m}$$

$$X_2 = V_2 t_d = \left(8,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (2,0 \text{ s}) = 16 \text{ m};$$

la corrispondente posizione del baricentro è

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \text{ kg}) \times (-2,0 \text{ m}) + (1,0 \text{ kg})(16 \text{ m})}{(2,0 + 1,0) \text{ kg}} = \frac{12 \text{ kg} \cdot \text{m}}{3,0 \text{ kg}} = 4,0 \text{ m}.$$

**Calcolo la velocità del centro di massa.**

Tra gli istanti  $t_p$  e  $t_d$  il centro di massa ha percorso la distanza

$$\Delta s = X_{cm} - x_{cm} = [4,0 - (-6,0)] \text{ m} = 10,0 \text{ m};$$

l'intervallo di tempo impiegato è

$$\Delta t = t_d - t_p = [2,0 - (-3,0)] \text{ s} = 5,0 \text{ s}.$$

Quindi la velocità del centro di massa risulta

$$v_{cm} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10,0 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Verifico il risultato ottenuto.**

Verifico il risultato ottenuto per la velocità del centro di massa applicando la formula [19].

Prima dell'urto, il valore della quantità di moto totale è

$$p_{tot} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (2,0 \text{ kg}) \times (5,0 \text{ m/s}) + (1,0 \text{ kg}) 3 \times (-4,0 \text{ m/s}) = 6,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s},$$

che è uguale al valore  $m_1 V_1 + m_2 V_2$  dopo l'urto. La massa totale del sistema è

$$m_{tot} = m_1 + m_2 = (2,0 + 1,0) \text{ kg} = 3,0 \text{ kg}.$$

Possiamo quindi calcolare il secondo membro della formula [14], che risulta

$$v_{cm} \frac{p_{tot}}{m_{tot}} = \frac{6,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3,0 \text{ kg}} = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Questo valore è proprio quello calcolato, con un altro metodo, nell'ultimo punto del problema. In questo caso è quindi verificata la validità della formula [14].

**71** ★★★ Un razzo di prova di 100 kg viene sparato da un cannone inclinato a 45° con una velocità iniziale di 80,0 m/s. Durante il suo moto parabolico, il razzo esplose spezzandosi in due frammenti, che cadono al suolo nello stesso istante. Un frammento di 70,0 kg viene rinvenuto a una distanza di 100 m dal cannone.

- ▶ Quale traiettoria segue il centro di massa?
- ▶ Dove si trova l'altro frammento?

**Suggerimento:** ricorda la formula per calcolare la gittata nel moto parabolico,  $x_g = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$

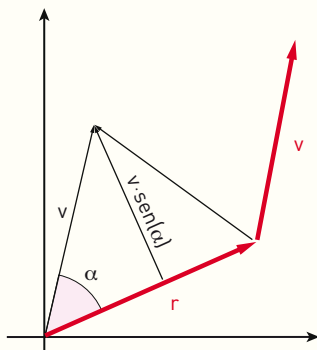
**72** ★★★ Una barca leggera lunga  $L = 8,0 \text{ m}$  di massa  $M = 210 \text{ kg}$  è in quiete sull'acqua, con un estremo a contatto con la parete del molo ma senza esservi ancorata. Un uomo di massa  $m = 70 \text{ kg}$  si trova sulla barca all'estremo opposto rispetto al molo e comincia a camminare portando con sé un piccolo ponticello di massa trascurabile e lungo  $l = 1,0 \text{ m}$  che possa consentire all'uomo di portarsi sulla banchina. Quando l'uomo è arrivato all'estremo vicino al molo la barca si è spostata.

- ▶ Di quanto si è spostata la barca? (Trascura tutti gli attriti.)
- ▶ La lunghezza del ponticello è sufficiente?

[2,0 m; no]

**7 IL MOMENTO ANGOLARE**

**74** **APPLICA I CONCETTI** Nella figura sono riportati il vettore posizione e il vettore velocità di un oggetto in movimento. Cosa rappresenta geometricamente il loro prodotto vettoriale?



**75** **PENSACI BENE** Qual è la direzione del vettore momento angolare della Terra nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole?

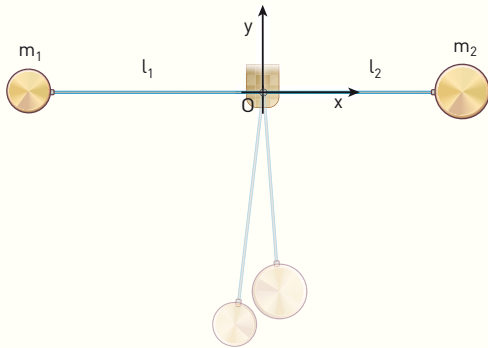
**84** ★★★ La massa di Marte è 10 volte più piccola di quella della Terra e Marte dista 1,5 volte di più dal Sole. Inoltre la velocità di rivoluzione di Marte attorno al Sole è 0,82 volte quella della Terra.

- ▶ Quanto vale il rapporto fra il modulo del momento angolare di rivoluzione della Terra e quello di Marte, calcolati entrambi rispetto al centro del Sole?

[8,1]

**85** ★★★ Due pendoli di lunghezza diversa ( $l_1 = 50 \text{ cm}$ ,  $l_2 = 40 \text{ cm}$ ) e con masse diverse, sono appesi nello stesso punto. Ven-

gono portati a  $90^\circ$  rispetto alla verticale e poi sono lasciati liberi di oscillare.



► Quale deve essere il rapporto tra le masse affinché sia nullo il momento angolare totale nell'istante di massimo allungamento?

ma velocità delle masse? (Calcola il momento angolare rispetto all'estremità comune dei due pendoli, cioè al punto O in figura)

**Suggerimento:** quando le masse sono lasciate andare, il loro moto è uniformemente accelerato con accelerazione pari a quella di gravità. I pendoli raggiungono la massima velocità nel punto di quota più bassa, dove l'angolo formato da  $r$  e  $p$  vale...

$$[m_1/m_2 = 0,72]$$

**86** Una giostra è formata da un braccio lungo 3,0 m con un seggiolino a ogni estremità. Sui seggiolini siedono due bambini di massa rispettivamente 30 kg e 45 kg. La giostra ruota alla velocità di 2,5 m/s.

► Quanto vale l'intensità del momento angolare del sistema calcolato rispetto al centro della giostra?

$$[2,8 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}]$$

## 8 CONSERVAZIONE E VARIAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

**100** Quattro palline di 600 g ciascuna sono collocate agli estremi di due bacchette lunghe 20 cm (di massa trascurabile). Le due bacchette sono fissate a  $90^\circ$  e si toccano nel centro di massa. Nel punto di contatto passa l'asse di rotazione perpendicolare al piano formato dalle due bacchette. Marco tiene i due estremi dell'asse di rotazione in modo che sia verticale, Laura spinge una biglia e il sistema comincia a ruotare con velocità angolare di 10 giri al secondo.

- Qual è il momento angolare totale, calcolato rispetto al centro di massa?
- Quale forza deve applicare Marco per ruotare l'asse di  $90^\circ$  in 1,0 s?

$$[1,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}; 7,5 \text{ N}]$$

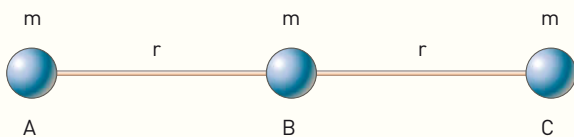
**101** Agli estremi di un'asticella lunga  $2l$  e di massa trascurabile sono saldate due sferette di massa  $m$ . Il sistema è poggiato su un piano orizzontale privo d'attrito. Le due sfere ruotano intorno a un asse perpendicolare al centro dell'asticella. La velocità angolare iniziale costante è  $\omega$ . Un meccanismo interno all'asticella porta la distanza tra ciascuna massa e l'asse di rotazione a  $l/4$  (quindi la distanza fra le due masse a  $l/2$ ).

► Ricava il rapporto tra le energie cinetiche del sistema prima e dopo l'intervento del meccanismo. (Trascura l'attrito dell'aria.)

$$[16]$$

## 9 IL MOMENTO D'INERZIA

**104** **PENSACI BENE** Tre sfere identiche sono infilte su una bacchetta di massa trascurabile a distanza  $r$  l'una dall'altra. Calcola i momenti di inerzia quando il sistema ruota intorno a A e quando ruota intorno a B (guarda la figura). Quale è più grande e perché?



**105** **COSA SUCCEDERÀ SE** Per far girare una ruota piena rispetto al suo asse ( $I = \frac{1}{2}mr^2$ ), bisogna imprimerle una forza  $F$  che produce dunque un'accelerazione angolare. Immagina di avere, al posto della ruota piena, una ruota con lo stesso raggio e la stessa massa, ma tutta concentrata sul bordo (quindi il suo momento d'inerzia sarà  $I = mr^2$ ).

► Quale forza devi esercitare per ottenere la stessa accelerazione angolare?

## PROBLEMA MODELLO 10 UNA CARRUCOLA REALE

Una carrucola che ha un raggio di 15 cm e una massa di 3,4 kg è costituita da un disco che può ruotare attorno al suo centro. Uno spago avvolto attorno alla carrucola è tirato in modo da imprimere una forza di modulo pari a 2,8 N.

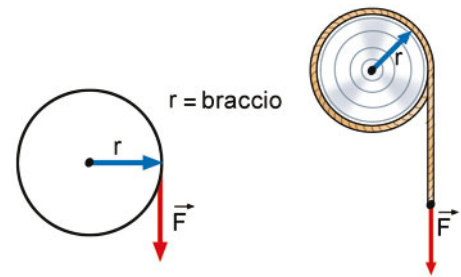
► Quanto vale l'accelerazione angolare impressa alla carrucola?

### ■ DATI

Raggio della carrucola:  $R=15$  cm;  
 massa della carrucola:  $m=3,4$  kg;  
 forza applicata:  $F=2,8$  N.

### ■ INCOGNITE

Accelerazione angolare  $\alpha = ?$



## L'IDEA

Il disco della carrucola è un cilindro pieno che ruota attorno al suo asse di simmetria. Il suo momento d'inerzia è  $I = \frac{1}{2}mr^2$ .

La forza-peso genera un momento della forza responsabile dell'accelerazione angolare. Il braccio della forza è pari al raggio della carrucola ed è perpendicolare alla direzione della forza, cioè l'angolo compreso è  $90^\circ$ .

## LA SOLUZIONE

### Calcolo il momento d'inerzia della carrucola.

Il momento d'inerzia della carrucola è  $I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(3,4 \text{ kg}) \times (0,15 \text{ m})^2 = 0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

### Calcolo il momento delle forze.

Il momento della forza agente si ricava dalla formula  $M = rF \sin 90^\circ = (0,15 \text{ m}) \times (2,8 \text{ N}) \times 1 = 0,42 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

### Ricavo l'accelerazione angolare.

L'accelerazione angolare è  $\alpha = \frac{M}{I} = \frac{0,42 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 11 \text{ rad/s}^2$  che espressa in giri al secondo quadrato diventa:

$$\alpha = \frac{11 \text{ rad/s}^2}{2\pi \text{ rad/giro}} = 1,8 \frac{\text{giri}}{\text{s}^2}.$$

**113** ★★★ La giostra per bambini può essere approssimata come un disco orizzontale che ruota attorno a un asse verticale passante per il centro di massa. Una mamma sistema il proprio figlio di massa 15 kg sul bordo (a 1,3 m dal centro) di una giostra del diametro di 3,0 m e di massa 250 kg che stava compiendo un giro ogni 4,0 s, senza essere spinta da alcun motore.

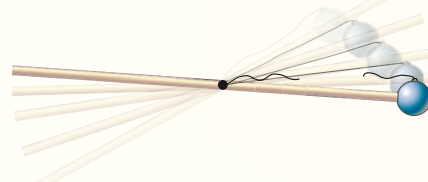
- ▶ Quanto vale il momento d'inerzia del sistema (giostra + bambino)?
- ▶ Qual è la nuova velocità angolare della giostra?
- ▶ Per quanti secondi la mamma deve spingere la giostra con una forza di 20 N se vuole riportarla alla velocità iniziale?

**Suggerimento:** il momento angolare si conserva.

$$[3,1 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; 1,4 \text{ rad/s}; 2,1 \text{ s}]$$

**114** ★★★ Un'asta sottile di forma cilindrica lunga  $l = 1,0$  m e di massa  $M = 3,0$  kg è appoggiata su un piano orizzontale privo d'attrito. L'asta può ruotare intorno a un asse verticale passante per il suo centro di massa. Lungo l'asta può scorrere senza attrito un oggetto di massa  $m$  che è posto inizialmente in quiete al centro di massa dell'asta, legato a essa tramite una sottile corda di massa trascurabile. Il sistema è messo in rotazione alla velocità angolare  $\omega_0 = 10$  rad/s. A un certo istante il filo si rompe e l'oggetto comincia a muoversi. Quando esso si trova in corrispondenza di uno dei due estremi dell'asta, la velocità angolare del sistema è  $\omega = 5,0$  rad/s. Trascura l'attrito dell'aria e il momento d'inerzia dell'oggetto.

- ▶ Calcola il valore della massa  $m$  dell'oggetto.



[1,0 kg]

## PROBLEMI GENERALI

- 10** **★★★** Billy the Kid si sta esercitando con la sua pistola. Spara un proiettile di 10 g contro un pezzo di legno di massa 500 g posto su un muretto. Il proiettile colpisce il bersaglio alla velocità di 550 m/s e lo attraversa tutto. Il pezzo di legno balza via dal muretto alla velocità di 6,0 m/s.
- ▶ Di quanto diminuisce l'energia cinetica totale del sistema?

[ $1,2 \times 10^3$  J]

- 11** **★★★** In un autoscontro al luna park, Alice che guida un veicolo in moto rettilineo di massa 100 kg urta in modo elastico il veicolo di Claudia, che ha massa 125 kg ed è fermo. Prima dell'urto, il veicolo di Alice si muoveva verso destra con velocità di modulo 1,25 m/s.

- ▶ Quali sono le velocità finali di Alice e Claudia dopo l'urto?
- ▶ Calcola la velocità del centro di massa del sistema.

[−0,139 m/s; 1,11 m/s; 0,556 m/s]

- 12** **★★★** **SPAZIO** Una stella di raggio  $7,00 \times 10^5$  km compie un giro su se stessa in 30,0 giorni. Alla fine della sua vita collasserà in una stella di neutroni rotante di raggio 15,0 km chiamata *pulsar*.

- ▶ Quanto vale la velocità angolare della stella nella prima fase della sua vita?
- ▶ Quanti giri compirà in un secondo la pulsar?

**Suggerimento:** considera la stella come una sfera uniforme e assumi che non vi siano dispersioni di materia.

[ $2,42 \times 10^{-6}$  rad/s; 840]

- 13** **★★★** Una carrucola a forma di disco di raggio  $R$  e massa  $M$  sostiene un oggetto di massa  $m = \frac{1}{4}M$  tramite un filo inestensibile di massa trascurabile. Il filo non slitta e non sono presenti attriti.

- ▶ Ricava l'accelerazione con cui scende l'oggetto.

[ $3,3 \text{ m/s}^2$ ]

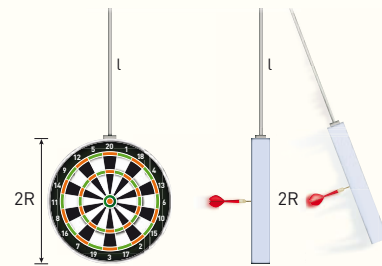
- 14** **★★★** **IN LABORATORIO** Una sfera piena, un anello e un disco partono da fermi dalla stessa altezza  $h$  e rotolano senza strisciare lungo lo stesso piano inclinato. Tutti gli oggetti hanno la stessa massa  $m$  e lo stesso raggio  $r$ .

- ▶ Quale dei tre oggetti arriva a terra con la velocità maggiore?
- ▶ Quale possiede l'energia cinetica rotazionale maggiore?
- ▶ Calcola la velocità e l'energia cinetica rotazionale maggiori fra quelle dei tre oggetti nel caso  $h = 2,0$  m,  $r = 5,0$  cm,  $m = 1,0$  kg.

**Suggerimento:** l'energia cinetica di un corpo che rotola senza strisciare è composta da un termine di rotazione e uno di traslazione.

[5,3 m/s; 9,8 J]

- 15** **★★★** Un bersaglio di frecce di raggio  $R$  e massa  $M = 1,0$  kg è appeso a un'asta di massa trascurabile di lunghezza  $l$ , come descritto nella figura. L'asta fa in modo che il bersaglio non possa ruotare su se stesso, ma possa solo oscillare, come un pendolo. Una freccetta di massa  $m = 100$  g si conficca al centro del bersaglio con velocità  $v$ . Il centro di massa del sistema bersaglio + freccetta, nel suo moto di oscillazione, arriva alla quota massima di  $h = 4,9$  cm rispetto al centro del bersaglio in quiete.



- ▶ Quanto vale la velocità  $v$ ? Trascura tutti gli attriti.

[11 m/s]

## TEST

- 6** Il momento angolare  $\vec{L}$  di una sfera piena in rotazione attorno a un suo diametro può essere quadruplicato:
- A** quadruplicando la sua massa o il suo raggio.
  - B** quadruplicando la sua massa o raddoppiando il suo raggio.
  - C** quadruplicando la sua massa e il suo raggio.
  - D** quadruplicando la sua massa e raddoppiando il suo raggio.

- 7** Un cannone di 400 kg spara un proiettile di 4 kg che esce con una velocità di 30 m/s. Qual è il modulo della velocità di rinculo del cannone?

- A** 3 m/s
- B** 0,3 km/h
- C** 0,3 m/s
- D** 30 km/h
- E**  $3 \text{ m/s}^2$

Test di ammissione Corso di laurea in Scienze motorie 2012/2013

- 8** Una palla da biliardo del peso di 0,15 kg si muove a una velocità di 1,6 m/s. Colpisce perpendicolarmente la sponda e rimbalza indietro nella stessa direzione di provenienza a una velocità di 1,4 m/s. Se la media aritmetica della forza esercitata sulla sponda è di 30 N, per quanto

tempo la palla è rimasta a contatto con la sponda?

- A 0,015 s
- B 0,15 s
- C 0,001 s
- D 1,0 s
- E 15 s

*Test di ammissione Corso di laurea in Medicina Veterinaria 2013/2014*

**9** Una pattinatrice su ghiaccio sta piroettando con le braccia strette al corpo. A un certo punto allarga le braccia. Indicare l'affermazione più probabile tra le seguenti:

- A la velocità di rotazione diminuisce.
- B la velocità di rotazione aumenta.
- C la velocità di rotazione rimane inalterata.
- D la velocità di rotazione dipende dallo stato del ghiaccio.
- E la velocità di rotazione dipende dall'affilatura dei pattini.

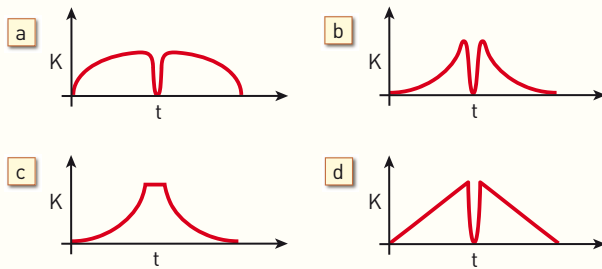
*Prova di ammissione al corso di laurea in Odontoiatria e Protesi Dentaria, 2009/2010*

**10** A bullet of mass 50 g is fired from a rifle with a velocity of 300 m/s. It hits a bank of earth and after travelling 60 cm into the bank comes to rest. What is the average stopping force of the earth in the bank on the bullet?

- A 37.5 N
- B  $3.75 \times 10^3$  N
- C  $3.75 \times 10^4$  N
- D  $3.75 \times 10^6$  N

*BioMediacal Admission Test (BMAT) 2011/2012*

**11** A tennis ball is dropped on a horizontal smooth surface. It bounces back to its original position after hitting the surface. The force on the ball during the collision is proportional to the length of compression of the ball. Which one of the following sketches describes the variation of its kinetic energy  $K$  with time  $t$  most appropriately? The figures are only illustrative and not to the scale.



*Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) - 2014/2015*

**12** La quantità di moto di un corpo è definita come:

- A il prodotto della massa del corpo per la sua velocità.
- B la metà del prodotto della massa del corpo per la sua velocità.
- C il prodotto della massa del corpo per il quadrato della sua velocità.

la sua velocità.

- D la metà del prodotto della massa del corpo per il quadrato della sua velocità.

**13** La quantità di moto di un sistema è definita come:

- A la somma dei vettori quantità di moto dei singoli corpi del sistema.
- B la somma dei valori delle quantità di moto dei singoli corpi del sistema.
- C la differenza dei vettori quantità di moto dei singoli corpi del sistema.
- D la differenza dei valori delle quantità di moto dei singoli corpi del sistema.

**14** La quantità di moto totale:

- A si conserva nell'urto elastico, ma non in quello anelastico.
- B si conserva nell'urto anelastico, ma non in quello elastico.
- C si conserva sia nell'urto elastico che in quello anelastico.
- D non si conserva né nell'urto elastico né in quello anelastico.

**15** Il teorema dell'impulso afferma che:

- A la variazione dell'impulso che agisce su un sistema è uguale alla quantità di moto del sistema.
- B la variazione dell'impulso che agisce su un sistema è uguale alla variazione della quantità di moto del sistema.
- C l'impulso che agisce su un sistema è uguale alla quantità di moto del sistema.
- D l'impulso che agisce su un sistema è uguale alla variazione della quantità di moto del sistema.

**16** Le unità di misura dell'impulso sono:

- A N
- B  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$
- C N/s
- D  $\text{N} \cdot \text{m/s}$

**17** Il vento spinge una barca con una forza costante di 120 N per 6,00 s verso Nord, per 3,00 s verso Est e per 3,00 s verso Sud. La variazione della quantità di moto della barca è:

- A  $509 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  inclinata di  $45^\circ$  verso Sud-Est.
- B  $509 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  inclinata di  $45^\circ$  verso Nord-Est.
- C  $720 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  inclinata di  $45^\circ$  verso Nord-Est.
- D  $360 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  inclinata di  $45^\circ$  verso Nord-Est.



**18** In un urto elastico unidimensionale fra due palle da biliardo identiche, la palla rossa è ferma mentre quella blu si muove alla velocità di 20 cm/s. Dopo l'urto, le velocità della palla rossa e della palla blu sono rispettivamente di:

- A** 0,10 m/s entrambe.      **C** 0 m/s e -0,20 m/s.  
**B** 0,10 m/s e -0,10 m/s.      **D** 0,20 m/s e 0 m/s.

**19** Un bambino spara orizzontalmente con una cerbottana un proiettile di massa 1,0 g contro un aereo di carta di massa 5,0 g. Il proiettile e l'aereo si muovono su una retta. Prima dell'urto frontale, il proiettile si muove alla velocità di 120 cm/s mentre l'aereo vola a 10 cm/s; dopo l'urto, il proiettile si appiccica all'aereo. La velocità finale dell'aereo è:

- A** 0,12 m/s nel verso del proiettile.  
**B** 0,12 m/s nel verso dell'aereo  
**C** 0,28 m/s nel verso del proiettile.  
**D** 0,28 m/s nel verso dell'aereo.

**20** In un urto obliquo ed elastico fra due corpi identici di cui uno inizialmente fermo, i vettori velocità iniziale e velocità finali dei corpi formano:

- A** un triangolo rettangolo con il vettore velocità iniziale come ipotenusa.  
**B** un triangolo rettangolo con il vettore velocità iniziale come cateto.  
**C** un triangolo isoscele con il vettore velocità iniziale come base.  
**D** un triangolo equilatero.

**21** Le unità di misura del centro di massa di un sistema di particelle sono:

- A** kg · m  
**B** kg · m<sup>2</sup>  
**C** m  
**D** m<sup>2</sup>

**22** Il centro di massa di un sistema di due sfere di raggio 5 cm poste nei punti A e B e distanti 1 m si trova sempre:

- A** nel punto medio tra le due sfere.  
**B** dentro la sfera di massa maggiore.  
**C** in un punto qualunque posto lungo la retta che passa per A e per B, a seconda delle masse delle sfere.  
**D** in un punto qualunque interno al segmento  $\overline{AB}$ , a seconda delle masse delle sfere.

**23** Indichiamo con  $\vec{r}$  il vettore posizione di un punto materiale rispetto a un'origine O e con  $\vec{p}$  il vettore quantità di moto di questo punto. Allora il momento angolare è definito come:

- A**  $\vec{L} = \vec{p} \times \vec{r}$

**B**  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

**C**  $L = \vec{p} \cdot \vec{r}$

**D**  $L = \vec{r} \cdot \vec{p}$

**24** La legge che permette di calcolare la variazione del momento angolare è l'equivalente per le rotazioni:

- A** del principio di inerzia.  
**B** del secondo principio della dinamica.  
**C** del terzo principio della dinamica.  
**D** della legge di conservazione dell'energia meccanica.

**25** Le unità di misura del momento di inerzia di un corpo rigido formato da n masse sono:

- A** kg · m, perché è definito come:  
 $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$ .  
**B** m, perché è definito come:  $I = r_1 + r_2 + \dots + r_n$ .  
**C** m<sup>2</sup>, perché è definito come:  $I = r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_n^2$ .  
**D** kg · m<sup>2</sup>, perché è definito come:  
 $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$ .

**26** Il momento angolare  $\vec{L}$  di una sfera piena in rotazione attorno a un suo diametro può essere quadruplicato:

- A** quadruplicando la sua massa o il suo raggio.  
**B** quadruplicando la sua massa o raddoppiando il suo raggio.  
**C** quadruplicando la sua massa e il suo raggio.  
**D** quadruplicando la sua massa e raddoppiando il suo raggio.

**27** Una sfera dalla massa di 2 kg si muove di moto rettilineo su una superficie liscia e piana a una velocità di 5 m/s. Essa urta contro una superficie verticale e rimbalza indietro nella stessa direzione ad una velocità di 3 m/s. Calcolare la variazione di quantità di moto della sfera (dovuta all'urto).

- A** 16 kg · m/s  
**B** 8 kg · m/s  
**C** 4 kg · m/s  
**D** 32 kg · m/s  
**E** 2 kg · m/s

*Test di ammissione Corso di laurea in Architettura 2013/2014*

**28** Due sfere di metallo di peso diverso si muovono su un piano orizzontale l'una verso l'altra con velocità diversa. Trascurando ogni forza esterna e supponendo elastico il loro urto, quale delle seguenti affermazioni è più adeguata?

- A** Nell'urto si conservano l'energia cinetica totale e la quantità di moto totale.  
**B** Nell'urto l'energia cinetica totale si conserva, ma non la quantità di moto totale.



- C Nell'urto si conserva la quantità di moto totale, ma parte dell'energia cinetica viene dissipata.
- D L'urto modifica sia l'energia cinetica totale che la quantità di moto totale.
- E La quantità di moto totale cambia a seconda dell'angolo di impatto delle due sfere.

*Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina Veterinaria, 2009/2010*

- 29** A hoop of radius  $r$  and mass  $m$  rotating with an angular velocity  $\omega_0$  is placed on a rough horizontal surface. The initial velocity of the centre of the hoop is zero. What will be the velocity of the centre of the hoop when it ceases to slip?

- A  $\frac{r\omega_0}{3}$
- B  $\frac{r\omega_0}{2}$
- C  $r\omega_0$
- D  $\frac{r\omega_0}{4}$

*Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) - 2013/2014*

- 30** An object with mass  $m$  and speed  $v_0$  directed to the right strikes a wall and rebounds with speed  $v_0$  directed to the left. The change in the object's momentum is:
- A  $2mv_0$  directed to the left.
  - B  $mv_0$  directed to the left.
  - C zero.
  - D  $mv_0$  directed to the right.
  - E  $2mv_0$  directed to the right.

Scholastic Aptitude Test (SAT), USA

- 31** An object with mass  $m$  and speed  $v_0$  directed to the right strikes a wall and rebounds with speed  $v_0$  directed to the left. The change in the object's kinetic energy is:

- A  $-mv_0^2$
- B  $-1/2 mv_0^2$
- C Zero
- D  $1/2 mv_0^2$
- E  $mv_0^2$

Scholastic Aptitude Test (SAT), USA