

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. Il calcolo della pressione nel gas perfetto	ANIMAZIONE Grandezze macroscopiche e microscopiche Quali relazioni legano i fenomeni che avvengono a livello microscopico e le grandezze macroscopiche?	1
	IN LABORATORIO Modello microscopico di un gas perfetto Il modello microscopico di un gas perfetto rappresentato utilizzando delle palline di ferro all'interno di un cilindro di vetro.	2
4. La temperatura dal punto di vista microscopico	ESPERIMENTO VIRTUALE Pressione e temperatura Gioca, misura, esercitati	
7. L'energia interna	ANIMAZIONE L'energia interna di un gas Si definisce l'energia interna di un gas analizzando la curva del potenziale di un gas reale.	1
8. L'equazione di stato di Van der Waals per i gas reali	ANIMAZIONE Gas reale e gas perfetto Un semplice modello per gas perfetti e gas reali; la differenza tra i due viene definita tramite l'energia potenziale e l'energia cinetica delle particelle.	1,5
	ANIMAZIONE Isoterme per un gas reale Isotherme di un gas reale a temperature diverse nel piano p - V .	1
MAPPA INTERATTIVA 30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»		

VERSO IL CLIL

FORMULAE IN ENGLISH

AUDIO

Internal energy for a solid, a liquid or a real gas

$$U = E_{pot} + K$$

Internal energy equals the sum of the potential and kinetic energies.

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

► Briefly describe the fundamental assumptions of the kinetic theory of gases.

The kinetic theory of gases assumes that: a) a small sample of gas contains a very large number of particle (atoms/molecules); b) the particles occupy negligible volume in comparison to the container; c) the particles are hard spheres that are in continuous, rapid and random motion; d) the speeds of the particles vary from very small to very high values; e) the molecules exert no force on one another apart from when they collide; f) collisions between particles, and between particles and the container walls, are perfectly elastic; and g) collisions between particles have a very short duration.

► **What is Boltzmann's constant?**

Boltzmann's constant relates the energy at the individual particle level to temperature on the macroscopic level. It is equal to the gas constant R divided by the Avogadro constant N_A . Its value is $1.3806503 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$. These dimensions are equivalent to J/K , or energy divided by temperature. Substituting k , the ideal gas law results in a relationship between the macroscopic and microscopic levels: $pV = NkT$. The left hand side of the equation is the product of the macroscopic properties of pressure p and volume V and the right hand side is the product of the number of particles of the gas N and a quantity kT that describes the average energy of a particle of the gas in a macroscopic system with temperature T .

► **Use the kinetic theory to explain how heating a fixed volume of gas increases its pressure.**

In colliding with the walls of a container, a particle rebounds with angle of reflection equal to the angle of incidence. The component of the velocity tangential to the wall remains the same but the normal component of the velocity changes sign. This change in momentum accompanying the reflection results in a force on the surface of the container. The pressure of the gas on the container walls, the force per unit area, equals the rate of change of momentum per unit area due to the sum of the particles striking the container walls. Raising the temperature of the gas increases the mean kinetic energy of the gas particles. As the mass of the particles remains unchanged, the average velocity of the particles increases and the collision rate with the container walls increases with a consequent increase in pressure.

► **What is the internal energy of a thermodynamic system?**

The total energy of a system is the sum of all the kinetic and potential energies of its component parts. The kinetic energy is related to the motion of the particles in the system and the potential energy is related to the static electrical energy of atoms within molecules and of the static energy of chemical bonds.

► **Does a monatomic gas behave more like an ideal gas than a polyatomic gas?**

Monatomic particles more closely reflect the fundamental assumptions of the kinetic theory than the more complex polyatomic particles. Therefore, monatomic particles behave more like an ideal gas and this is actually evidenced in the specific heats of gases. For an ideal gas, the heat capacity at constant volume is constant with temperature and the specific heats of real monatomic gases, such as argon and helium, are nearly constant against temperature. However, the specific heats of real polyatomic gases such as steam and carbon dioxide increase with increasing temperature. For real gases the specific heat is related to the different ways in which the molecules store heat: translational motion, rotational motion, vibrational motion, and in the arrangement of the electrons orbiting the atomic nuclei.

► **Summarise the distinguishing macroscopic and microscopic characteristics of solids, liquids and gases.**

On the macroscopic level, the three states of matter are characterised according to their shape, compressibility and flow properties. A solid has a fixed volume and shape, is not easily compressed, and does not flow easily. A liquid takes on the shape of the part of a container that it occupies, is not easily compressed but flows easily. A gas fills the full volume of its container, is compressible and flows easily. On the microscopic level, the particles in solids have low disorder and are in contact with one another, in liquids the particles have moderate disorder and are in contact, whilst in gases the particles have high disorder and are not in contact.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

2 IL MODELLO MICROSCOPICO DEL GAS PERFETTO

PROBLEMA MODELLO 1 BOMBOLA DI ELIO

Una bombola da 10,0 L contiene 0,862 mol di elio alla pressione di $2,15 \times 10^5$ Pa.

- Qual è l'energia cinetica media delle molecole di elio contenute nella bombola?
- Calcola la temperatura dell'elio contenuto nella bombola.

■ DATI

Volume bombola: $V = 10,0 \text{ L} = 10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Moli di elio: $n = 0,862 \text{ mol}$

Pressione: $p = 2,15 \times 10^5 \text{ Pa}$

■ INCOGNITE

Energia cinetica media delle molecole: $K_{\text{media}} = ?$

Temperatura: $T = ?$

L'IDEA

Il comportamento dell'elio può essere ben schematizzato con il modello del gas perfetto, perciò possiamo applicare la formula [3] per trovare l'energia cinetica media delle molecole.

Per trovare la temperatura dell'elio possiamo utilizzare l'equazione di stato del gas perfetto.

LA SOLUZIONE

Trovo il numero di molecole di elio.

Dalla formula $N = nN_A$ ricavo:

$$N = nN_A = (0,862 \text{ mol}) \times (6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) = 5,19 \times 10^{23}.$$

Ricavo K_{media} .

Dall'espressione $p = \frac{2NK_{\text{media}}}{3V}$ si ricava

$$K_{\text{media}} = \frac{3pV}{2N} = \frac{3 \times (2,15 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{2 \times (5,19 \times 10^{23})} = 6,21 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

Ricavo T dall'equazione di stato del gas perfetto.

Dall'equazione di stato del gas perfetto si ricava

$$T = \frac{pV}{nR} = \frac{(2,15 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(0,862 \text{ mol}) \times \left(8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right)} = 300 \text{ K}.$$

3 IL CALCOLO DELLA PRESSIONE DEL GAS PERFETTO

18 In un forno cubico è contenuto un gas perfetto costituito da $2,02 \times 10^{22}$ molecole. La pressione e il volume del gas valgono rispettivamente $5,05 \times 10^4$ Pa e $3,38 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Calcola:

- l'energia cinetica media delle molecole del gas;
- l'energia cinetica totale delle molecole del gas;
- la temperatura del gas.

► la forza esercitata dal gas sulla base del forno;

$[1,14 \times 10^3 \text{ N}; 1,27 \times 10^{-20} \text{ J}; 2,57 \times 10^2 \text{ J}; 6,12 \times 10^2 \text{ K}]$

- 19** La temperatura del gas del problema modello 2 viene aumentata di 750 °C, lasciando invariati il volume e il numero di moli. Determina come cambiano, in rapporto ai valori iniziali, le seguenti grandezze:

► la pressione p ;

► l'energia cinetica traslazionale media K_{media} ;

► la forza media f_{media} .

Suggerimento: non è necessario calcolare esplicitamente i nuovi valori delle grandezze, basta tenere conto della loro dipendenza, diretta o indiretta, dalla temperatura.

$$[p_{(f)} / p_{(i)} = 4; K_{\text{media}(f)} / K_{\text{media}(i)} = 4; F_{\text{media}(f)} / F_{\text{media}(i)} = 4]$$

4 LA TEMPERATURA DAL PUNTO DI VISTA MICROSCOPICO

PROBLEMA MODELLO 3 ENERGIA CINETICA MEDIA

Una bombola contiene molecole di azoto alla temperatura di 15 °C.

- Calcola l'energia cinetica media delle molecole.
- Calcola il contributo dell'energia cinetica media dovuto alla traslazione.

■ DATI

Temperatura: $t = 15\text{ °C}$

■ INCOGNITE

Energia cinetica media: $K_{\text{media}} = ?$

Energia cinetica traslazionale media: $K_{\text{media(trasl)}} = ?$

L'IDEA

Le molecole di azoto sono molecole biatomiche, quindi ogni molecola ha cinque gradi di libertà, tre di posizione e due di rotazione.

Le rotazioni della molecola non influiscono nel moto di traslazione, cioè non danno alcun contributo all'energia cinetica di traslazione, perciò possiamo calcolare quest'ultima considerando solo tre gradi di libertà per le molecole.

LA SOLUZIONE

Converto in kelvin il dato sulla temperatura.

Per poter applicare il teorema di equipartizione dell'energia, ho bisogno di conoscere il valore della temperatura espresso in kelvin:

$$T = \left(\frac{t}{\text{°C}} + 273 \right) \text{K} = (20 + 273) \text{K} = 293 \text{K}.$$

Applico il teorema di equipartizione dell'energia a tutti i gradi di libertà.

Se considero sia il moto traslazionale che quello rotazionale le molecole di azoto hanno 5 gradi di libertà ($\ell = 5$); pertanto:

$$K_{\text{media}} = \frac{5}{2} k_B T = \frac{5}{2} \times \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \right) \times 288 \text{K} = 9,94 \times 10^{-21} \text{J}.$$

Applico il teorema di equipartizione dell'energia al solo moto traslazionale.

I moti traslazionali sono completamente descritti da tre valori lungo tre assi di riferimento ortogonali; pertanto in questo caso $\ell = 3$ e quindi:

$$K_{\text{media(trasl)}} = \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} \times \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \right) \times 288 \text{K} = 5,96 \times 10^{-21} \text{J}.$$

PER NON SBAGLIARE

- Ricordati di esprimere le temperature in K e non in °C.

5 LA VELOCITÀ QUADRATICA MEDIA

37 ★★★ Un gas monoatomico perfetto si trova a temperatura ambiente (20 °C). In una trasformazione isocora, la sua pressione passa da un valore iniziale di $4,04 \times 10^5$ Pa a un valore finale di $6,06 \times 10^5$ Pa.

- Qual è il rapporto tra le velocità quadratiche medie del gas nei due stati?

[0,82]

38 ★★★ Un gas biatomico viene scaldato dalla temperatura di 300 K alla temperatura di 400 K e, di conseguenza, la velocità quadratica media delle sue molecole aumenta di 79,9 m/s.

- Determina la massa delle molecole.
► Di quale gas si tratta?

[$4,66 \times 10^{-26}$ kg = 28,0 u]

7 L'ENERGIA INTERNA

52 ★★★ Una bombola che si trova a temperatura ambiente (20 °C) contiene una certa quantità di ossigeno. L'energia interna delle molecole di ossigeno vale 450 J.

- Calcola il numero delle moli di ossigeno contenute nella bombola.

[$7,39 \times 10^{-2}$]

53 ★★★ Le molecole di $n = 10,0$ mol di gas perfetto hanno una massa $m = 1,18 \times 10^{-25}$ kg. Una media del modulo della quantità di moto che ogni molecola scambia, durante un urto ortogonale contro una parete del contenitore, fornisce il valore $\Delta p = 9,44 \times 10^{-23}$ kg · m/s. L'energia interna vale $U = 9,47 \times 10^4$ J.

- Stabilisci se il gas è monoatomico o biatomico.

Suggerimento: ricava l'energia cinetica traslazionale media di una molecola.

8 L'EQUAZIONE DI STATO DI VAN DER WAALS PER I GAS REALI

61 ★★★ Un'automobile a metano ha un serbatoio da 85 L che riesce a contenere 14 kg di gas metano CH_4 a una pressione di 220×10^5 Pa.

- Calcola la temperatura con l'equazione di stato dei gas perfetti.
► Calcola la temperatura con l'equazione di van der Waals.

[258 K; 302 K]

62 ★★★ Un gas di van der Waals è alla temperatura $T = 964$ K e alla pressione $p = 1,00 \times 10^7$ Pa. La sua massa molare è $m_{\text{mol}} = 28$ g/mol e il suo volume specifico $V_s = 3 \times 10^{-2}$ m³/kg. La correzione della pressione, introdotta mediante il coefficiente a dell'equazione di van der Waals, è trascurabile.

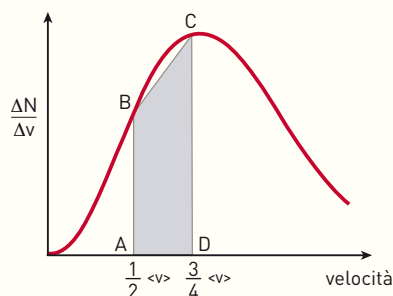
- Calcola il covolume b .

[1×10^{-3} m³/kg]

PROBLEMI GENERALI

15 ★★★ La figura che segue mostra la forma della curva di Maxwell per un certo gas perfetto che contiene N molecole.

- Calcola con buona approssimazione, la percentuale di molecole del gas che hanno un modulo della velocità compreso tra $\frac{1}{2} \langle v \rangle$ e $\frac{3}{4} \langle v \rangle$.



[Circa 21%]

16 ★★★ Una bombola contiene N atomi di elio, ciascuno di massa $6,7 \times 10^{-27}$ kg, alla temperatura $t = 27$ °C.

- Calcola il valore massimo assunto dalla curva di Maxwell e la corrispondente velocità.

L'elio viene trasferito in un sistema criogenico e portato alla temperatura di 20 K. Ripeti i calcoli e verifica che:

- il valore massimo della curva è aumentato al diminuire della temperatura, mentre la corrispondente velocità è diminuita;

- il prodotto fra il valore massimo della curva e la velocità corrispondente, che non dipende dalla temperatura, è uguale a $\frac{4N}{e\sqrt{\pi}}$.

$$y_{\text{max}}(27^\circ\text{C}) = N \times 7,5 \times 10^{-4} \text{ s/m}; v_{\text{max}}(27^\circ\text{C}) = 1,1 \times 10^3 \text{ m/s};$$

$$y_{\text{max}}(20 \text{ K}) = N \times 2,9 \times 10^{-3} \text{ s/m}; v_{\text{max}}(20 \text{ K}) = 2,9 \times 10^2 \text{ m/s}$$

17 ★★★ Un recipiente di volume $V = 8,4 \times 10^{-3}$ m³ contiene $n = 19,1$ mol di un gas reale la cui massa molare è $m_{\text{mol}} = 44 \times 10^{-3}$ kg/mol. Alla temperatura $T_1 = 310$ K, la pressione del gas vale $p_1 = 4,61 \times 10^6$ Pa; raddoppiando la temperatura, la pressione diventa $p_2 = 1,11 \times 10^7$ Pa.

- Calcola i coefficienti a e b dell'equazione di van der Waals.

Suggerimento: applicando due volte l'equazione di van der Waals, ottieni un sistema di due equazioni nelle due incognite a e b .

$$[1,9 \times 10^4 \text{ m}^5/(\text{kg} \cdot \text{s}^2); 9,7 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}]$$

- 18** Un recipiente cubico, di volume $V_1 = 27,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, contiene un gas perfetto biatomico alla temperatura $t_1 = -173^\circ\text{C}$. L'energia interna del gas è $U = 8,31 \times 10^3 \text{ J}$. Calcola:

- la pressione p ;
 ► l'energia cinetica traslazionale media K_{media} ;
 ► la forza media f_{media} esercitata da una molecola;
 ► la forza complessiva F esercitata su una delle pareti del contenitore.

Il gas subisce una trasformazione isobara che lo porta alla temperatura $t_2 = 527^\circ\text{C}$.

- Come varia, in rapporto ai valori iniziali, ciascuna delle precedenti grandezze?

$$[1,23 \times 10^5 \text{ Pa}; 2,07 \times 10^{-21} \text{ J}; 1,38 \times 10^{-20} \text{ N}; 1,11 \times 10^4 \text{ N}; p_{(f)}/p_{(i)} = 1; K_{\text{trasl.}(f)}/K_{\text{trasl.}(i)} = 8; f_{\text{media}(f)}/f_{\text{media}(i)} = 4; F_{(f)}/F_{(i)} = 4]$$

- 19** Considera i dati del problema precedente. Ogni molecola ha massa $m = 5,31 \times 10^{-26} \text{ kg}$. Calcola quanto valgono, prima e dopo la trasformazione isobara;

- la velocità $\langle v \rangle$;
 ► l'intervallo di tempo Δt tra due urti successivi su una parete, da parte di una molecola che si muove perpendicolarmente a essa;
 ► il modulo Δp della quantità di moto scambiata nell'urto.

$$[2,79 \times 10^2 \text{ m/s}; 7,90 \times 10^2 \text{ m/s}; 2,15 \times 10^{-3} \text{ s}; 1,52 \times 10^{-3} \text{ s}; 2,97 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}; 8,39 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}]$$

- 20** In un contenitore di volume $V = 1,000 \text{ L}$ si trovano 1,000 g di idrogeno molecolare.

- Calcola la pressione dell'idrogeno alla temperatura $T_1 = 50,00 \text{ K}$.
 ► Dimostra che la pressione così trovata è minore di quella che si otterrebbe dall'equazione di stato dei gas perfetti.

$$[p_{\text{vdW}}(50,00 \text{ K}) = 2,03 \times 10^5 \text{ Pa}; p_{\text{perf.}}(50,00 \text{ K}) = 2,06 \times 10^5 \text{ Pa}]$$

- 21** Considera i dati del problema precedente.

- Calcola la pressione dell'idrogeno alla temperatura $T_2 = 150,0 \text{ K}$.
 ► Dimostra che, al contrario del caso precedente, la pressione risulta maggiore di quella che si otterrebbe trattando l'idrogeno come un gas perfetto.

$$[\text{gas van der Waals: } 6,23 \times 10^5 \text{ Pa}; \text{gas perfetto: } 6,17 \times 10^5 \text{ Pa}]$$

TEST

- 10** Ideal gas of n mol is in a thermal equilibrium state with volume V , pressure p , and absolute temperature T . Choose the unsuitable one from the following A-D:
- A** T is proportional to p at constant V and n .
B T is proportional to V at constant p and n .
C T is proportional to n at constant p and V .
D Internal energy of ideal gas is proportional to n at constant p , V , and T .

Examination for Japanese University Admission for International Students

- 11** A table with metal legs and a wooden top is inside a room with a temperature of about 20°C . Which statement explains why the metal legs feel colder than the wooden top?
- A** The heat capacity of the metal legs is lower than the wooden top.
B The metal has a lower temperature than the wooden top.
C The metal conducts heat better than wood.
D The molecules move faster in metal than in wood.

Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009

- 12** Il fattore $1/3$ che compare nell'espressione della pressione del gas perfetto è dovuto al fatto che:

- A** soltanto una parte delle molecole urta contro la parete presa in considerazione.
B per ogni molecola che possiede una velocità positiva ce n'è una che possiede una velocità negativa.
C la direzione e il verso delle velocità delle molecole sono casuali e ugualmente distribuiti in tutte e tre le direzioni dello spazio.
D vale il terzo principio della dinamica durante l'urto fra le molecole e le pareti del contenitore.

- 13** Quali delle seguenti affermazioni che riguardano la velocità quadratica media sono corrette? Più di una risposta è giusta.

- A** A T costante, la velocità quadratica media aumenta all'aumentare della massa.
B A T costante, la velocità quadratica media diminuisce all'aumentare della massa.
C La velocità quadratica media è indipendente dalla temperatura.
D La velocità quadratica media aumenta all'aumentare della temperatura.

☐ E La velocità quadratica media diminuisce all'aumentare della temperatura.

14 In quale situazione l'energia interna di un sistema di molecole risulta positiva?

☐ A Quando l'energia cinetica è uguale al modulo dell'energia potenziale.

☐ B Quando l'energia cinetica è minore del modulo dell'energia potenziale.

☐ C Quando l'energia cinetica è maggiore del modulo dell'energia potenziale.

☐ D L'energia cinetica è sempre negativa.

15 In un gas reale:

☐ A l'energia potenziale è nulla.

☐ B l'energia interna si ottiene facendo la somma delle energie potenziali di tutte le molecole.

☐ C le forze intermolecolari sono nulle.

☐ D gli urti avvengono sia con le pareti del recipiente che con le molecole vicine.

16 Considera un primo sistema fisico costituito dall'acqua contenuta in un bicchiere e un secondo sistema formato dall'aria contenuta in una stanza chiusa. Quale dei due ha un'energia interna minore?

☐ A Il primo.

☐ B Il secondo.

☐ C Hanno la stessa energia interna.

☐ D Non si può rispondere se non sono noti i volumi e le masse dei due sistemi.

