

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
2. Conduttori in equilibrio elettrostatico: il campo elettrico e il potenziale	 ANIMAZIONE Potenziale elettrico in un conduttore in equilibrio elettrostatico	1
3. Il problema generale dell'elettrostatica	 IN LABORATORIO Potere delle punte in un conduttore carico	2
6. Il condensatore	 ESPERIMENTO VIRTUALE Punte e condensatori Gioca, misura, esercitati.	2
	 ANIMAZIONE Capacità di un condensatore piano	
8. L'energia immagazzinata in un condensatore	 ANIMAZIONE Il condensatore come serbatoio di energia	2
 MAPPA INTERATTIVA		20 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»

VERSO IL CLIL

FORMULAE IN ENGLISH

AUDIO

Capacitors	$q = CV$	The magnitude of the charge stored on each plate in a parallel-plate capacitor equals the product of its capacitance C and the potential difference V between the plates.
Gauss' law	$\Phi_{\Omega}(\vec{E}) = \frac{q_{tot}}{\epsilon}$	The electric flux through a closed surface equals the ratio of the total charge q_{tot} enclosed by the surface to the permittivity ϵ of the dielectric medium enclosed within the surface Ω .

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

► What is capacitance?

Capacitance is a measure of the ability of an object to store charge. If an object can be charged then it has capacitance: it can store a certain capacity of charge at a particular potential difference. For instance, an isolated conducting sphere when charged has a capacitance that is directly proportional to its radius and is given by $4\pi\epsilon_0 r$. Experimenters working on electrostatics in the late eighteenth century used glass jars – called Leyden jars, they

were lined with metal foil and charged by friction – to store charge. These jars gave their name to the earliest unit of capacitance: one jar being equal to 1.11 nF. Since a build up of charge leads to a proportional increase in the strength of the electric field and hence a proportional increase in the work done carrying charge from one point to another, the idea of capacitance was introduced to express the constant of proportionality.

► **What is a capacitor?**

A capacitor is a simple circuit device that can store a charge. It consists of two conductors called *plates* (which may be flat or rolled up), which are almost always made of metals, and are usually separated by an insulator (called *dielectric*), by air or a vacuum. A capacitor is charged by connecting its plates to the terminals of a power supply. One plate of the capacitor will acquire a positive charge and the other a negative charge: as such a capacitor is an unsimple dipole. As the charge builds up on each plate, an electric potential difference builds up between the plates, which will continue to build until it matches the voltage source. In electrostatic equilibrium, the plates are equipotentials and the charges on the plates are $\pm q$.

► **Is the electric field in a parallel-plate capacitor uniform at every point between the plates?**

If the parallel plates of a capacitor were to extend to infinity and carry uniform charge densities of equal and opposite sign then the electric field established between the plates due to these charges would be uniform. However, for a finite size capacitor there is a build up of charge at the edges of the plates to balance the forces between the charges and the field extends slightly beyond the edges: this is referred to as an “edge effect” and the non-uniform fields that bulge beyond the edges of the plates are called “fringing fields”. An approximation of the actual capacitance is given if the plates were assumed to extend by $3/8$ of the distance of separation between the plates. Therefore, edge effects can be ignored when the area of the plates is large compared to the plate separation.

► **Describe the energy transformation that takes place when a capacitor is connected to a battery.**

When a parallel-plate capacitor is connected to a battery, the battery establishes an electric field in the wires leading to the capacitor and electrons flow from one plate in the capacitor into the wire and then onto the other plate in the capacitor, leaving the first plate with a positive charge and the second with a negative charge. This separation of charge on the two plates and accompanying electric field has come about by a transformation of the chemical energy in the battery into an increase in electric potential energy within the capacitor: the energy being stored in the electric field. If the battery is disconnected, the charge separation remains in the capacitor and will be discharged if the plates are connected. For this reason caution is needed when dealing with circuits comprising capacitors: even when the power supply is disconnected a dangerous shock can be received from discharging a capacitor by touching both plates at the same time.

► **How much energy is stored in a capacitor?**

As the energy stored in the capacitor is independent of the actual charge transfer mechanism the energy stored is calculated as though work is done by mechanically transferring positive charge from the negative plate across the intervening space to the positive plate. A plot of potential difference V against charge q during the charging of a capacitor gives a straight line with slope $1/C$. As voltage has units of one joule of energy per one coulomb of charge, the area under the line equals the total work done in charging the capacitor to its fully charged value of q : i.e. $\frac{1}{2} qV$, or $\frac{1}{2} CV^2$. (Note the similarity between the expression and the kinetic energy of a moving body $\frac{1}{2} mv^2$).

► **What are the benefits of dielectrics in capacitor design?**

The principal benefits of dielectrics when used in capacitors can be summarised as: to prevent the conducting plates from coming into contact; to reduce plate separations and hence increase capacitances; to reduce the electric field strength and hence increase effective capacitances; and, decrease the possibility of dielectric breakdown – when the induced electric field in the dielectric is so strong that the dielectric begins to conduct.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO: LA DISTRIBUZIONE DELLA CARICA

2 Una sfera metallica ha una densità superficiale di carica
 *** pari a $-8,4 \text{ nC/m}^2$ e raggio 30 cm.

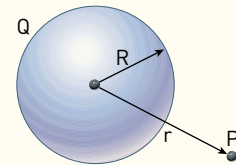
► Calcola la carica con cui è stata elettrizzata.

[$-9,5 \text{ nC}$]

2 CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO: IL CAMPO ELETTRICO E IL POTENZIALE

PROBLEMA MODELLO 1 CARICA PUNTIFORME O DISTRIBUITA CON SIMMETRIA SFERICA?

Una sfera conduttrice isolata di raggio R e posta nel vuoto è elettrizzata con una carica Q . Un punto P si trova a distanza r dal centro della sfera.



► Disegna il grafico del modulo del campo elettrico in P in funzione della distanza r .

■ DATI

Raggio della sfera: R
 Carica della sfera: Q

■ INCOGNITE

Modulo del campo elettrico: $E(r) = ?$

L'IDEA

- All'interno della sfera conduttrice carica in equilibrio elettrostatico il campo elettrico è nullo. La carica si dispone sulla superficie della sfera conduttrice isolata in modo uniforme e quindi con simmetria sferica.
- Per questo motivo, come è mostrato nel capitolo «Il campo elettrico», il campo all'esterno della sfera è lo stesso che si avrebbe se la carica Q fosse tutta concentrata nel centro della sfera, cioè lo stesso di una carica puntiforme Q localizzata in quel punto.

LA SOLUZIONE

Traccio il grafico per $0 \leq r < R$.

$$E(r) = 0 \text{ per } 0 \leq r < R$$

Quindi per questi valori di r la curva che descrive il valore del campo elettrico è sovrapposta all'asse delle ascisse.

Traccio il grafico per $r \geq R$.

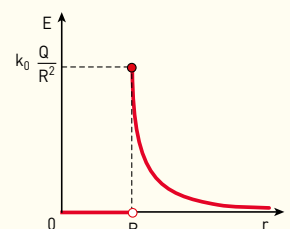
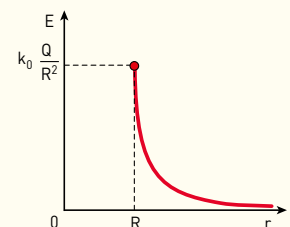
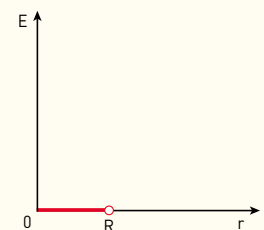
All'esterno della sfera e sulla sua superficie il valore del campo elettrico è dato dalla formula: $E(r) = k_0 \frac{Q}{r^2}$ che è illustrata nel grafico a lato.

Traccio il grafico complessivo.

Unendo le informazioni raccolte, il grafico accanto mostra l'andamento di E in funzione di r .

Usando il linguaggio dell'analisi matematica, il valore del campo elettrico appena studiato è descritto da una funzione $E = f(r)$ che ha come dominio i valori di r maggiori o uguali a zero.

Le considerazioni precedenti mostrano che tale funzione è continua per tutti i valori di r contenuti nel dominio, tranne $r = R$, in cui la funzione ha un punto di discontinuità di prima specie. Infatti si ha



$$\lim_{r \rightarrow R^-} f(r) = 0 \quad e \quad \lim_{r \rightarrow R^+} f(r) = k_0 \frac{Q}{R^2} \neq 0:$$

i limiti destro e sinistro della funzione per $r \rightarrow R$ esistono entrambi e sono entrambi finiti, ma sono diversi tra loro; questa è proprio la definizione di una discontinuità di prima specie.

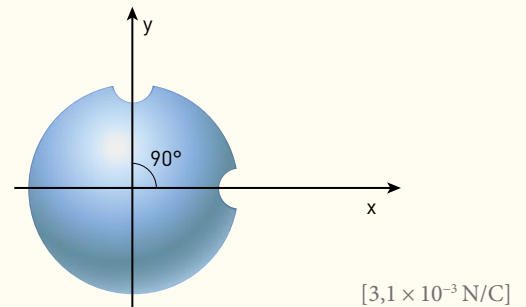
PER NON SBAGLIARE

- Se ci fossero altri conduttori o altre cariche nelle vicinanze della sfera la distribuzione della carica non avrebbe più una simmetria sferica a causa dell'induzione elettrostatica.

- 16** **★★★** Sulla superficie di una sfera conduttrice cava di raggio $R = 26$ cm, carica $Q = 0,50$ nC e spessore trascurabile vengono fatti due piccoli fori di diametro 3,0 mm che non modificano la distribuzione della carica Q . Le rette passanti per i centri dei due fori formano un angolo di 90° come mostrato nella figura.

- Calcola il modulo del campo elettrico nel centro della sfera e determinane la direzione e il verso.

Suggerimento: i due piccoli fori possono essere considerati come cariche puntiformi negative.



3 IL PROBLEMA GENERALE DELL'ELETTROSTATICA

- 21** **★★★** In prossimità di una superficie sferica conduttrice nel vuoto la densità di carica elettrica è $1,77 \times 10^{-9}$ C/m².

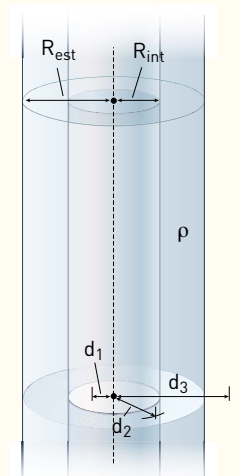
- Determina il vettore campo elettrico in prossimità della superficie.

[200 N/C]

- 22** **★★★** Nel guscio compreso tra i due raggi di base ($R_{int} = 10$ cm e $R_{est} = 20$ cm) di un cilindro cavo di altezza indefinita, è distribuita uniformemente una carica $\rho = 3,0 \times 10^{-9}$ C/m³. Il sistema è posto nel vuoto.

- Ricava l'andamento del campo elettrico nei seguenti punti a distanza d dall'asse di simmetria: 5 cm, 15 cm, 25 cm.

[0 V/m; 14 V/m; 20 V/m]

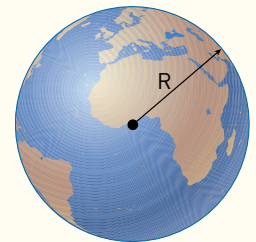


4 LA CAPACITÀ DI UN CONDUTTORE

PROBLEMA MODELLO 3 LA CAPACITÀ DELLA TERRA

Considera la Terra come un conduttore isolato di raggio $R = 6,37 \times 10^6$ m posto nel vuoto e con una carica totale $Q = -6,8 \times 10^5$ C distribuita sulla superficie.

- Qual è la sua capacità elettrostatica?
- Calcola il potenziale V_T della Terra, avendo posto uguale a zero quello a distanza infinita dalle cariche.



■ DATI

Raggio della Terra: $R = 6,37 \times 10^6$ m

Carica della Terra: $Q = -6,8 \times 10^5$ C

■ INCOGNITE

Capacità della Terra: $C = ?$

Potenziale della Terra: $V_T = ?$

L'IDEA

- La capacità dipende solo dalla geometria del conduttore (forma e dimensioni) e dal materiale in cui è immerso. Quindi, visto che il conduttore Terra è posto nel vuoto e ha raggio R , possiamo utilizzare la formula $C = 4\pi\epsilon_0 R$.
- Inoltre la capacità è definita come il rapporto tra la carica che si trova sul conduttore e il potenziale a cui esso si trova, cioè $C = \frac{Q}{V_T}$. Questo ci permette di ricavare il potenziale V_T .

LA SOLUZIONE

Calcolo la capacità della Terra.

$$C = 4\pi\epsilon_0 R = 4 \times 3,14 \times \left(8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}\right) \times (6,37 \times 10^6 \text{ m}) = 7,08 \times 10^{-4} \text{ F}.$$

La capacità elettrostatica di una sfera delle dimensioni della Terra è quindi minore di un millesimo di farad. Si vede allora che il farad è un'unità di misura troppo grande per poter essere di comodo uso con conduttori di dimensioni comuni (o anche eccezionali come la stessa Terra).

Nelle applicazioni tecnologiche si utilizzano comunemente capacità dell'ordine del picofarad ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$), del nanofarad ($1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$) e del microfarad ($1 \text{ }\mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$).

Calcolo il potenziale della Terra.

$$V_T = \frac{Q}{C} = \frac{-6,8 \times 10^5 \text{ C}}{7,08 \times 10^{-4} \text{ V/C}} = -9,6 \times 10^8 \text{ V}$$

Questo valore corrisponde a un campo elettrico sulla superficie di modulo $1,5 \times 10^2 \text{ V/m}$.

Dato che la Terra è un conduttore enorme, è possibile fornirle o sottrarle notevoli quantità di carica senza che il suo potenziale cambi significativamente.

- 36** **★★★** Due conduttori isolati nel vuoto, rispettivamente con capacità C_1 e $C_2 = 10 C_1$ sono tenuti ad una distanza tale che i campi elettrici prodotti non possano influenzare le rispettive cariche. Inizialmente, i due conduttori sono caricati positivamente: $Q'_1 = 2,0 \times 10^{-8} \text{ C}$, $Q'_2 = 9,0 \times 10^{-8} \text{ C}$.

I conduttori, in un secondo momento, vengono collegati con un filo di capacità trascurabile. Successivamente il filo viene tagliato.

- ▶ Calcola il valore finale (Q_1^F ; Q_2^F) della carica situata su ciascun conduttore.

$$[1,0 \times 10^{-8} \text{ C}; 1,0 \times 10^{-7} \text{ C}]$$

6 IL CONDENSATORE

- 47** **★★★** Un condensatore piano di capacità $6,6 \times 10^{-9} \text{ F}$ ha le armature, quadrate, poste a distanza $5,0 \times 10^{-4} \text{ m}$ e riempite con un materiale di costante dielettrica $\epsilon_r = 4,0$.

- ▶ Quanto misura il lato delle armature?

$$[31 \text{ cm}]$$

- 48** **★★★** Un condensatore ha l'armatura positiva a un potenziale di $+20 \text{ V}$ e l'armatura negativa a $+5 \text{ V}$. Questi valori sono riferiti al potenziale di terra. La sua capacità è di $3,0 \text{ nF}$.

- ▶ Determina la carica presente sulle due armature.

$$[45 \text{ nC}]$$

- 49** **★★★** Le misure eseguite su un condensatore hanno fornito i seguenti valori: $Q = -8,80 \text{ }\mu\text{C}$ depositata sull'armatura negativa e $\Delta V = 120 \text{ V}$.

- ▶ Calcola la capacità del condensatore.

$$[7,33 \times 10^{-8} \text{ F}]$$

- 50** **★★★** Un condensatore piano è composto da due lastre di area S uniformemente cariche con densità superficiale di modulo σ . Le due lastre sono poste a distanza $d = 20 \text{ cm}$ nel vuoto. La differenza di potenziale è $\Delta V = 1,0 \times 10^3 \text{ V}$.

- ▶ Ricava il valore di σ .

Nel centro del condensatore, a uguale distanza tra le armature, viene posta una carica $q = 4,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ di massa $m = 2,0 \times 10^{-10} \text{ kg}$.

- ▶ In quanti secondi la carica raggiunge una delle due armature?

$$[4,4 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2; 4,5 \times 10^{-4} \text{ s}]$$

7 I CONDENSATORI IN PARALLELO E IN SERIE

64 **★★★** Due condensatori hanno capacità $C_1 = 1,60 \mu\text{F}$ e $C_2 = 2,40 \mu\text{F}$.

- ▶ Calcola la capacità equivalente quando i condensatori sono collegati in parallelo.
- ▶ Calcola la capacità equivalente quando i condensatori sono collegati in serie.

[4,00 μF ; 0,960 μF]

65 **★★★** Lo spazio tra le armature di un condensatore piano, che ha capacità 1,0 nF nel vuoto, è riempito per metà del suo spessore con un dielettrico di costante dielettrica relativa $\epsilon_{r1} = 4,9$; nell'altra metà, invece, è introdotto un dielettrico con $\epsilon_{r2} = 3,7$.

- ▶ La capacità del condensatore è aumentata o diminuita?

Suggerimento: puoi immaginare il condensatore come formato da due condensatori, uguali per dimensioni, riempiti con dielettrici diversi e collegati in serie.

[aumenta a 4,2 nF]

8 L'ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN CONDENSATORE

79 **★★★** Tra le armature di un condensatore piano (con dielettrico aria) vi è un campo elettrico uniforme di 880 V/m. Scaricandosi, il condensatore rilascia un'energia di $1,50 \times 10^{-8}$ J.

- ▶ Quanto misura il volume tra le armature?
- ▶ Quale sarebbe il volume se fosse riempito con un dielettrico avente $\epsilon_r = 80$ a parità di energia rilasciata?

[4,38 $\times 10^{-3}$ m³; 5,48 $\times 10^{-5}$ m³]

PROBLEMI GENERALI

8 **★★★** Un condensatore piano che ha le armature di superficie pari a 40 cm² distanti 2,0 mm viene caricato a una differenza di potenziale di 600 V. Mantenendo collegato il condensatore alla sorgente di carica che mantiene costante la differenza di potenziale, lo spazio tra le armature è riempito con olio ($\epsilon_r = 4,5$).

- ▶ Calcola il valore del campo elettrico tra le armature prima e dopo l'inserimento del dielettrico.
- ▶ Calcola la variazione di energia accumulata.
- ▶ Per inserire il dielettrico si è compiuto un lavoro positivo o negativo?

[3,0 $\times 10^5$ V/m; 11 $\times 10^{-6}$ J; positivo]

9 **★★★** Una sfera conduttrice di raggio $r_1 = 2,0$ cm possiede la carica $Q_1 = 10 \mu\text{C}$; essa è contenuta all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio $r_2 = 4,0$ cm e $r_3 = 6,0$ cm avente carica $Q_2 = -6 \mu\text{C}$ e concentrico con la sfera. Determinare il modulo del campo elettrico alle seguenti distanze dal centro:

- ▶ $d_1 = 1,0$ cm
- ▶ $d_2 = 3,0$ cm
- ▶ $d_3 = 5,0$ cm
- ▶ $d_4 = 10,0$ cm

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Farmacia, Università La Sapienza di Roma, 2009/2010)

[0 N/C; 1,0 $\times 10^8$ N/C; 0 N/C; 3,6 $\times 10^6$ N/C]

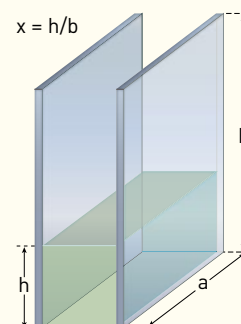
10 **★★★** Un condensatore piano è costituito da 2 armature di superficie $S = 12$ cm² distanti $d = 3,0$ mm. Alle armature è applicata una differenza di potenziale 10 V. Determinare:

- ▶ la capacità del condensatore.
- ▶ il campo elettrico al suo interno.
- ▶ la densità di carica su ciascuna armatura.

(Esame di fisica, Corso di laurea in Farmacia, Università La Sapienza di Roma, 2009/2010)

[3,5 pF; 3,3 $\times 10^3$ V/m; 2,9 $\times 10^{-8}$ C/m²]

11 **★★★** Un condensatore, caricato a 100 V ed elettricamente isolato, è costituito da due armature rettangolari di base 10 cm, altezza 20 cm e distanti tra loro 1,0 cm. Le armature sono poste in posizione verticale all'interno di un recipiente di materiale isolante come nella figura sotto. Una certa quantità di olio isolante ($\epsilon_r = 4,5$) è versata nel recipiente in modo che le armature siano immerse per una frazione x della loro altezza ($0 \leq x \leq 1$).



- ▶ Ricava la funzione $C(x)$ che descrive l'andamento della capacità del condensatore in funzione del livello crescente x dell'olio nel recipiente.
- ▶ Rappresenta la funzione in un grafico.

(Adattato dalla seconda prova di maturità scientifica sperimentale, 1994)

$$[C(x) = [1 + (\epsilon_r - 1)x] \times 18 \text{ pF}]$$

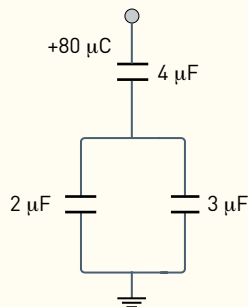
- 12** ★★★ Nel vuoto un condensatore a facce parallele quadrate di lato $L = 20 \text{ cm}$ e distanza fra le armature $d = 1,0 \text{ cm}$ è parzialmente riempito con un dielettrico $\epsilon_r = 2,0$ per un tratto $l = 5,0 \text{ cm}$. La carica che si dispone sull'armatura superiore che si affaccia al dielettrico è $Q_d = 5,0 \times 10^{-7} \text{ C}$.
- ▶ Calcola la carica totale Q sull'armatura superiore del condensatore.

$$[1,3 \times 10^{-6} \text{ C}]$$

TEST

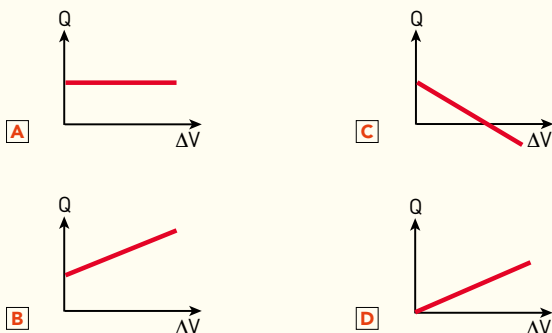
- 11** In the given circuit, a charge of $+80 \mu\text{C}$ is given to the upper plate of the $4 \mu\text{F}$ capacitor. Then in the steady state, the charge on the upper plate of the $3 \mu\text{F}$ capacitor is:

- A** $+32 \mu\text{C}$ **C** $+48 \mu\text{C}$
B $+40 \mu\text{C}$ **D** $+80 \mu\text{C}$

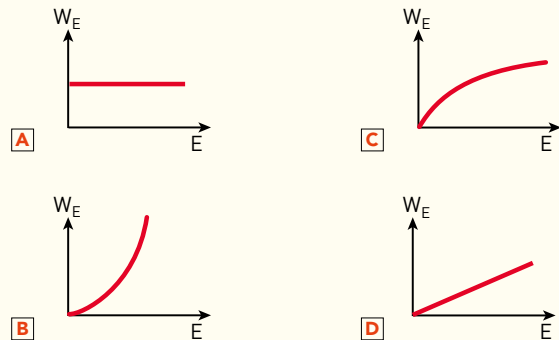


Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2012

- 12** Per quale motivo un oggetto metallico carico positivamente diventa neutro (cioè si scarica) quando qualcuno lo tocca?
- A** Degli elettroni fluiscono fuori dall'oggetto.
B Degli elettroni scorrono verso l'oggetto.
C Dei protoni fluiscono fuori dall'oggetto.
D Dei protoni scorrono verso l'oggetto.
- 13** Il grafico che rappresenta come varia la carica Q presente sulle armature di un condensatore al variare della differenza di potenziale tra le sue armature è:



- 14** Il grafico che rappresenta come varia la densità di energia immagazzinata in un condensatore piano se si modifica l'intensità del campo elettrico al suo interno è:



- 15** Una sola tra le seguenti affermazioni è errata. Quale?
- A** Più condensatori collegati in parallelo sono sottoposti alla stessa tensione.
B Se dei condensatori sono collegati in serie, hanno tutti la stessa carica sulle armature indipendentemente dalla loro capacità.
C La capacità equivalente di più condensatori collegati in parallelo è più grande del valore di ogni singola capacità.
D La capacità equivalente di più condensatori uguali collegati in parallelo si ottiene calcolando il valor medio delle capacità di tutti i condensatori.
- 16** Che cosa avviene quando una pallina conduttrice elettrizzata con una carica $+Q$ viene inserita in una sfera cava conduttrice inizialmente scarica fino a toccarne la superficie interna?
- A** Sulla superficie esterna della sfera cava compare una carica $+Q$.
B Sulla superficie esterna della sfera cava compare una carica $-Q$.
C La superficie esterna della sfera cava rimane neutra perché funziona come pozzo di Faraday.

D Sulla superficie esterna della sfera cava compare solo una frazione della carica $+Q$ perché la carica si è ridistribuita tra i due conduttori.

17 Un condensatore ha l'armatura positiva «messa a massa» e la differenza di potenziale ΔV tra le armature è 20 V. Il dispositivo si trova su un veicolo il cui potenziale, rispetto alla Terra, è di -100 V. Rispetto al potenziale di terra l'armatura non connessa a massa si trova a:

- A** $+80$ V **C** $+120$ V
B -80 V **D** -120 V

18 W_0 è l'energia immagazzinata in un condensatore caricato nel vuoto fino a quando la differenza di potenziale è ΔV . W è l'energia immagazzinata dallo stesso condensatore quando tra le armature è presente un dielettrico di costante dielettrica relativa ϵ_r e la differenza di potenziale è ΔV .

La quantità $\frac{W - W_0}{W_0}$ vale:

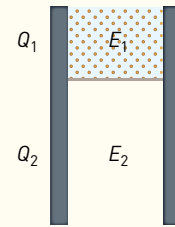
- A** ϵ_r **C** $\epsilon_r + 1$
B $\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}$ **D** $\epsilon_r - 1$

19 Two capacitors C_1 and C_2 are charged to 120 V and 200 V respectively. It is found that by connecting them together the potential on each one can be made zero. Then:

- A** $3C_1 = 5C_2$
B $3C_1 + 5C_2 = 0$
C $9C_1 = 4C_2$
D $5C_1 = 3C_2$

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2014

20 A parallel plate capacitor has a dielectric slab of dielectric constant K between its plates that covers $1/3$ of the area of its plates, as shown in the figure. The total capacitance of the capacitor is C while that of the portion with dielectric in between is C_1 . When the capacitor is charged, the plate area covered by the dielectric gets charge Q_1 and the rest of the area gets charge Q_2 . The electric field in the dielectric is E_1 and that in the other portion is E_2 . Choose the correct option/options, ignoring edge effects.



- A** $\frac{E_1}{E_2} = 1$ **C** $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{K}$
B $\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{K}$ **D** $\frac{C}{C_1} = \frac{2+K}{K}$

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2014