2 LA MISURA

JLR Photography/Shutterstock

4. L'ERRORE STATISTICO

Supponiamo di misurare 50 volte l'intervallo di tempo Δt impiegato da una pallina a scendere dal balcone del terzo piano. Il cronometro utilizzato ha una sensibilità di 0,01 s. I valori raccolti (espressi in secondi) sono elencati nella tabella.

TEMPI DI CADUTA (s)									
1,26	1,30	1,29	1,41	1,44	1,38	1,42	1,15	1,49	1,23
1,37	1,59	1,42	1,33	1,15	1,35	1,37	1,31	1,41	1,35
1,28	1,30	1,31	1,26	1,32	1,45	1,40	1,33	1,34	1,41
1,39	1,27	1,41	1,25	1,31	1,45	1,19	1,39	1,41	1,27
1,46	1,34	1,44	1,37	1,35	1,30	1,35	1,53	1,32	1,52

Puoi controllare che il valore medio dei dati sperimentali è $\bar{x} = 1,35$ s. Inoltre il valore massimo che compare nei dati è $x_{\text{max}} = 1{,}59$ s, mentre il valore minimo è $x_{\text{min}} = 1{,}15$ s. L'errore massimo sulla misura è quindi

$$e_m = \frac{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}{2} = \frac{1,59\ s - 1,15\ \text{s}}{2} = 0,22\ \text{s}\,.$$

Poiché l'errore massimo cade già sulla prima cifra dopo la virgola (2 decimi di secondo) non ha senso scrivere il valore medio del tempo calcolato con due cifre decimali. Perciò il valore medio del tempo, arrotondato a una cifra decimale, vale 1,4 s. Inoltre, dobbiamo approssimare anche il valore dell'errore ed esprimerlo con la stessa precisione con cui conosciamo il tempo medio.

Il risultato della misura si scrive in modo corretto come

$$\Delta t = (1{,}4 \pm 0{,}2)\ \mathrm{s}$$

e la precisione dell'esperimento è data dall'errore relativo

$$e_r = \frac{e_m}{\bar{x}} = \frac{0{,}2\ \mathrm{s}}{1{,}4\ \mathrm{s}} = 0{,}14.$$

Con questo metodo, il valore che abbiamo trovato per Δt ha un errore relativo percentuale del 14%.

Però, quando abbiamo a disposizione un numero abbastanza grande di dati sperimentali possiamo dare una valutazione dell'incertezza più precisa di quella che si ottiene indicando l'errore massimo; vediamo di cosa si tratta.

L'istogramma dei dati

Per visualizzare meglio i dati sperimentali, disegniamo un *istogramma*. Per prima cosa dividiamo i valori dei tempi in dieci intervalli di ampiezza 0,05 s, cominciando dal valore (arbitrario ma ragionevole, tenendo conto dei dati raccolti) di 1,12 s, e contiamo quanti valori contenuti nella tabella appartengono a ognuno degli intervalli così costruiti.

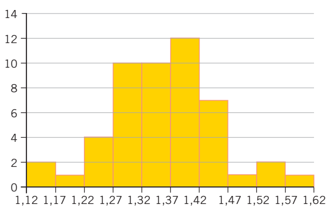
SUDDIVISIONE DEI DATI IN INTERVALLI

Intervallo	Numero di dati	Intervallo	Numero di dati
$1{,}12\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}17\ \mathrm{s}$	2	$1{,}37\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}42\ \mathrm{s}$	12
$1{,}17\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}22\ \mathrm{s}$	1	$1{,}42\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}47\ \mathrm{s}$	7
$1{,}22\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}27\ \mathrm{s}$	4	$1{,}47\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}52\ \mathrm{s}$	1
$1{,}27\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}32\ \mathrm{s}$	10	$1{,}52\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}57\ \mathrm{s}$	2
$1{,}32\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}37\ \mathrm{s}$	10	$1{,}57\ \mathrm{s} \le \Delta t < 1{,}62\ \mathrm{s}$	1

I valori numerici così ottenuti sono rappresentati nell'**istogramma** della figura, in cui l'altezza di ogni colonna disegnata su un intervallo di valori è proporzionale al numero di dati sperimentali che è compreso in tale intervallo.

VALUTARE GLI ERRORI CASUALI

Se abbiamo a disposizione una sola misura, non abbiamo alcun modo di sapere se essa è affetta da un errore casuale grande o piccolo. Soltanto ripetendo la misura molte volte possiamo farci un'idea di come gli errori casuali influiscono sui risultati.



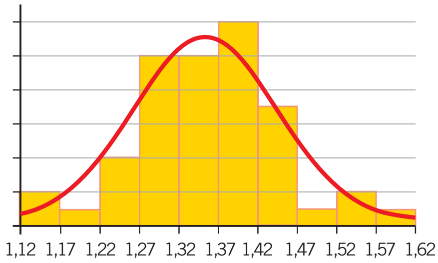
L'istogramma mostra in modo immediato che i dati sperimentali non sono distribuiti a caso tra il valore minimo e il valore massimo, ma tendono a essere molto più numerosi nella zona che circonda il valore medio. Ciò è dovuto agli errori casuali, che tendono sia ad aumentare che a diminuire il risultato della misura.

I dati sperimentali più significativi sono quelli rappresentati nel «picco» dell'istogramma. I valori che si trovano ai bordi sono meno significativi.

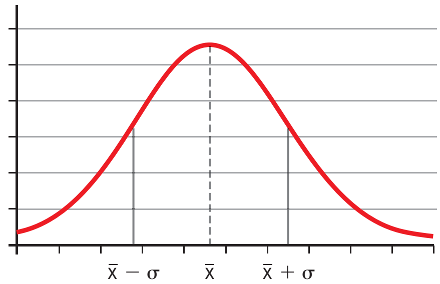
La curva di Gauss

Pensiamo ora di aumentare moltissimo sia il numero delle misure sia il numero degli intervalli dell'istogramma. Nella *teoria statistica* degli errori casuali si dimostra che, in tale condizione, praticamente tutte le distribuzioni di dati tendono ad assumere la stessa forma, data dalla curva a campana o curva di Gauss.

A La curva di Gauss relativa ai dati sperimentali della tabella è centrata attorno al valore medio $\bar{x}$ delle misure effettuate. La differenza tra il valore medio $\bar{x}$ e il valore x si chiama **scarto** di x.



B Il 68,3% delle misure effettuate è compreso tra i valori $\bar{x} - \sigma$ e $\bar{x} + \sigma$, dove σ è detta **scarto quadratico medio**.



Indicando con $x_1, x_2, \ldots, x_n$ gli n risultati sperimentali raccolti, il valore dello scarto quadratico medio si calcola con la formula

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \tag{5}$$

Quando le misure sono numerose, è possibile la trattazione statistica dei dati sperimentali e si sceglie come valore dell'incertezza lo scarto quadratico medio σ.

In pratica, con questa scelta si afferma che i dati sperimentali minori di $\bar{x} - \sigma$ o maggiori di $\bar{x} + \sigma$ sono soltanto un terzo del totale.

Se calcoliamo con la formula precedente il valore dello scarto quadratico medio per i 50 dati sperimentali che stiamo esaminando, otteniamo il valore $\sigma = 0{,}09$ s, che è meno della metà dell'errore massimo $e_m = 0{,}22$ s relativo agli stessi dati. Dopo questa analisi, il risultato della misura si può scrivere

$$\Delta t = (1{,}35 \pm 0{,}09)\,\mathrm{s}.$$

Con questo metodo, si trova uno scarto quadratico percentuale del 7% circa (infatti 0,09 s/1,35 s = 0,07).

ERRORE ASSOLUTO

Lo scarto quadratico medio e l'errore massimo sono esempi di **errori assoluti**, cioè incertezze espresse in modo da avere la stessa unità di misura della grandezza misurata. Invece, gli **errori relativi** sono espressi sotto forma di numeri puri (senza unità di misura).

6. DIMOSTRAZIONI DELLE FORMULE SULLE INCERTEZZE

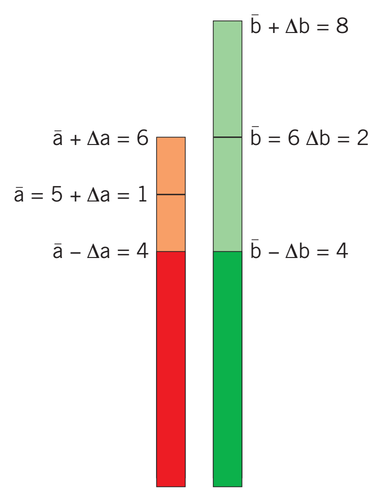
In questo paragrafo dimostriamo le formule **(6)** e **(7)** del paragrafo precedente.

Dimostrazione dell'incertezza sulla somma

Indichiamo con $\bar{a}$ e $\bar{b}$ i valori misurati per le grandezze a e b. Tenendo conto degli errori Δa e Δb, il valore sperimentale della grandezza a può variare tra $\bar{a} - \Delta a$ e $\bar{a} + \Delta a$, mentre quello di b è compreso tra $\bar{b} - \Delta b$ e $\bar{b} + \Delta b$.

Consideriamo ora la grandezza x, somma di a e di b: $x = a + b$. Il massimo valore di x, $x_{\max}$, si ottiene prendendo i valori più grandi di a e di b, cioè $\bar{a} + \Delta a$ e $\bar{b} + \Delta b$:

$$x_{\max} = \bar{a} + \Delta a + \bar{b} + \Delta b.$$



Il minimo valore di x, x_{min}, si ha scegliendo i valori più piccoli di a e di b, cioè $\bar{a} - \Delta a$ e $\bar{b} - \Delta b$:

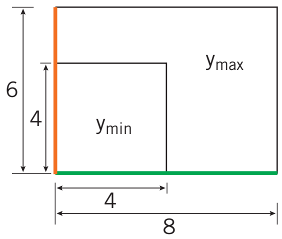
$$x_{min} = \bar{a} - \Delta a + \bar{b} - \Delta b.$$

L'errore massimo $\Delta(a + b)$ su x è allora dato dalla formula **(2)**:

$$\Delta(a+b) = \frac{x_{max} - x_{min}}{2} = \frac{\bar{a} + \Delta a + \bar{b} + \Delta b - (\bar{a} - \Delta a + \bar{b} - \Delta b)}{2} =$$
$$= \frac{\cancel{\bar{a}} + \cancel{\bar{b}} - \cancel{\bar{a}} - \cancel{\bar{b}} + \Delta a + \Delta b + \Delta a + \Delta b}{2} = \frac{2\Delta a + 2\Delta b}{2} = \Delta a + \Delta b.$$

Abbiamo così dimostrato che $\Delta(a + b) = \Delta a + \Delta b$. Con un procedimento analogo si dimostra anche la seconda delle formule **(6)**.

Dimostrazione dell'incertezza sul prodotto



Consideriamo una nuova grandezza y, prodotto di a e di b: $y = a \cdot b$. Il massimo valore di y, y_{max}, si ha scegliendo i valori più grandi di a e di b, cioè $\bar{a} + \Delta a$ e $\bar{b} + \Delta b$:

$$y_{max} = (\bar{a} + \Delta a) \cdot (\bar{b} + \Delta b).$$

Il minimo valore di y, y_{min}, si ha scegliendo i valori più piccoli di a e di b, cioè $\bar{a} - \Delta a$ e $\bar{b} - \Delta b$:

$$y_{min} = (\bar{b} - \Delta b) \cdot (\bar{b} - \Delta b).$$

Calcoliamo prima

$$y_{max} = (\bar{a} + \Delta a) \cdot (\bar{b} + \Delta b) = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a + \Delta a \cdot \Delta b \cong$$
$$\cong \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a.$$

Nella formula precedente abbiamo trascurato il termine $\Delta a \cdot \Delta b$: infatti, in generale gli errori Δa e Δb sono molto più piccoli dei valori misurati $\bar{a}$ e $\bar{b}$. Quindi il termine $\bar{a} \cdot \bar{b}$ è il più grande, seguito dai prodotti $\bar{a} \cdot \Delta b$ e $\bar{b} \cdot \Delta a$; infine, il prodotto $\Delta a \cdot \Delta b$ è ancora più piccolo e, quindi, trascurabile.
Con un procedimento analogo si ricava la formula

$$y_{min} \cong \bar{a} \cdot \bar{b} - \bar{a} \cdot \Delta b - \bar{b} \cdot \Delta a.$$

Siamo ora in grado di calcolare l'incertezza sul prodotto:

$$\Delta(a \cdot b) = \frac{y_{max} - y_{min}}{2} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a - (\bar{a} \cdot \bar{b} - \bar{a} \cdot \Delta b - \bar{b} \cdot \Delta a)}{2} =$$
$$= \frac{\bar{a} \cdot \bar{b} - \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a + \bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a}{2} = \frac{2\bar{a} \cdot \Delta b + 2\bar{b} \cdot \Delta a}{2} =$$
$$= \bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a.$$

Abbiamo così ottenuto il valore dell'incertezza sul prodotto di due valori:

$$\Delta(a \cdot b) = \bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a. \qquad \textbf{(9)}$$

Dividendo i due membri dell'equazione **(9)** per $\bar{a} \cdot \bar{b}$ otteniamo la formula **(7)** per il prodotto:

$$\frac{\Delta(a \cdot b)}{\bar{a} \cdot \bar{b}} = \frac{\bar{a} \cdot \Delta b + \bar{b} \cdot \Delta a}{\bar{a} \cdot \bar{b}} = \frac{\cancel{\bar{a}} \cdot \Delta b}{\cancel{\bar{a}} \cdot \bar{b}} + \frac{\cancel{\bar{b}} \cdot \Delta a}{\bar{a} \cdot \cancel{\bar{b}}} = \frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}}.$$

In modo simile, si dimostra anche la formula per il quoziente.

8. LE LEGGI SPERIMENTALI

Gli *esperimenti* permettono di controllare in modo concreto qual è la relazione che lega tra loro due o più grandezze fisiche.

In diversi casi l'esperimento ci fornisce le prime informazioni su fenomeni e leggi fisiche fino a quel momento sconosciute. Un esempio è dato dagli esperimenti condotti attorno al 1790 da Charles Augustin de Coulomb per studiare le caratteristiche della forza che si esercita tra cariche elettriche: tale esperimento ha fornito i dati di base, partendo dai quali (con il contributo di moltissimi altri esperimenti) si è costruita la complessa teoria dell'elettromagnetismo.

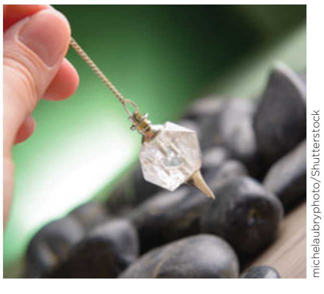
La legge di Coulomb, che fornisce il valore della forza che agisce tra due cariche elettriche puntiformi, è un esempio di **legge sperimentale**, cioè di una regolarità ricavata dallo sperimentatore e, al momento della sua scoperta, non deducibile da considerazioni teoriche.

In altri casi, all'opposto, l'esperimento è utilizzato per controllare la validità di una struttura teorica preesistente. L'esempio più complesso e più spettacolare in questo senso è stato, il 4 luglio 2012, l'annuncio dell'osservazione della particella di Higgs.

Tale particella era stata introdotta, su basi puramente teoriche, nel 1964 dal fisico britannico Peter Higgs e da altri. A distanza di 48 anni, la sua esistenza è stata provata al CERN (Organizzazione Europea per la Ricerca Nucleare) di Ginevra grazie agli esperimenti ATLAS e CMS. Essi coinvolgono migliaia di ricercatori e sfruttano tecnologie di avanguardia spesso messe a punto appositamente per essere utilizzate al CERN.

Un esempio: il pendolo

Un pendolo è essenzialmente un filo leggerissimo appeso a un punto fisso (per esempio a un gancetto) e a cui è appeso un oggetto massivo, come il dado di un bullone.


michelaubryphoto/Shutterstock

Anche un oggetto semplice come un pendolo può avere un ruolo importante nella fisica, per esempio perché permette di verificare la validità dei princìpi della dinamica, enunciati da Newton, che sono alla base di tutta la nostra conoscenza della meccanica.

Infatti (come si vede più avanti in questo corso), sulla base del secondo principio della dinamica e di considerazioni geometriche si dimostra che

> il periodo di oscillazione di un pendolo, cioè la durata di una sua oscillazione completa, è direttamente proporzionale alla radice quadrata della sua lunghezza.

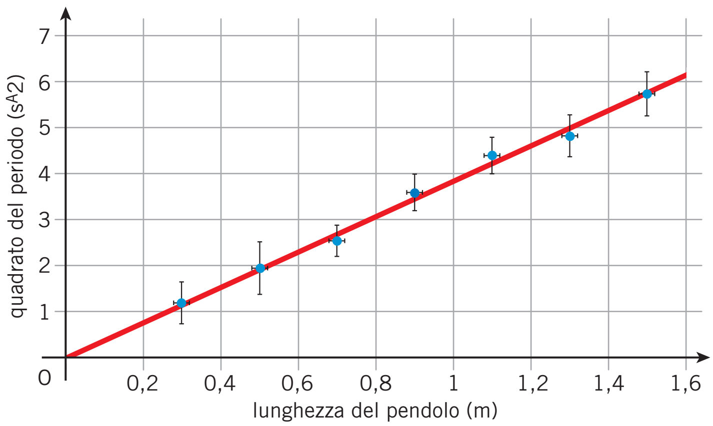
Se l'esperimento conferma questa legge, in modo indiretto è verificata anche la validità dei princìpi della dinamica, da cui la legge è dedotta. Il successo di moltissimi esperimenti, sulle tematiche più varie (dalla caduta degli oggetti al moto dei pianeti e delle sonde spaziali), è alla base della fiducia che i fisici hanno nella validità dei princìpi della dinamica.

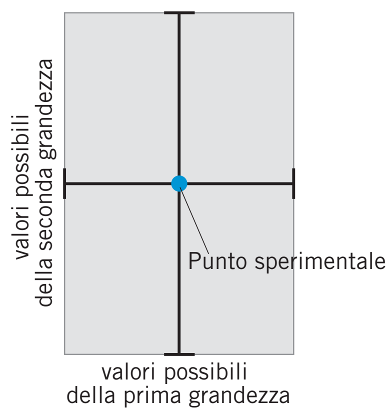
Per eseguire l'esperimento, misuriamo il periodo di un pendolo cambiando più volte la sua lunghezza e facendo per ogni lunghezza l dieci misure del periodo T. I risultati dell'esperimento sono contenuti nella tabella seguente.

DATI SPERIMENTALI			
N. prova	l (m)	T (s)	T^2 (s^2)
1	1,50 ± 0,02	2,4 ± 0,1	5,8 ± 0,5
2	1,30 ± 0,02	2,2 ± 0,1	4,8 ± 0,4
3	1,10 ± 0,02	2,1 ± 0,1	4,4 ± 0,4
4	0,90 ± 0,02	1,9 ± 0,1	3,6 ± 0,4
5	0,70 ± 0,02	1,6 ± 0,1	2,6 ± 0,3
6	0,50 ± 0,02	1,4 ± 0,2	2,0 ± 0,6
7	0,30 ± 0,02	1,1 ± 0,2	1,2 ± 0,4

Nell'ultima colonna della tabella compare T^2. L'errore su T^2 è calcolato nel modo illustrato nell'Esempio alla fine del paragrafo 5.

Questi dati sperimentali sono riportati nella figura seguente. Nel grafico le coppie di dati sperimentali sono rappresentate come punti che hanno per ascissa il valore di l e per ordinata quello di T^2.





La figura mostra anche le barre di errore, che indicano qual è il valore dell'incertezza sulla misura delle grandezze. Per esempio, la barra di errore verticale del primo punto in basso a sinistra è lunga 0,4 s^2 sia verso l'alto, sia verso il basso, perché questo è il valore dell'incertezza per tale dato. Questa barra mostra, quindi, che il primo valore di T^2 è compreso tra 0,8 s^2 e 1,6 s^2.

Allo stesso modo la barra di errore orizzontale dello stesso punto abbraccia tutti i valori di l compatibili con la precisione dei nostri dati, cioè quelli compresi tra 0,28 m e 0,32 m.

Quindi, mediante le barre di errore a ogni valore sperimentale corrisponde un rettangolo, che è centrato nel punto sperimentale trovato e comprende tutti i valori della coppia di grandezze (l, T^2) che sono compatibili con la misura effettuata.

Analisi del grafico sperimentale

Secondo la legge che dobbiamo verificare, la lunghezza l deve essere direttamente proporzionale a T^2. Sulla base di ciò, se non esistessero errori di misura, la linea che connette tutti i punti sperimentali dovrebbe essere una retta passante per l'origine.

Ma noi non sappiamo qual è il valore «vero» di l e di T^2; sappiamo solo che esso è compreso tra il valore medio meno l'incertezza e il valore medio più l'incertezza. Così, ciò che importa è che esista una retta che «taglia» tutti i rettangoli definiti dalle barre di errore.

Se esiste una retta che attraversa i rettangoli definiti dalle barre di errore l'esperimento conferma (entro gli errori di misura) la previsione teorica.

Nella figura precedente, la linea rossa è calcolata con un procedimento matematico che fornisce la retta che approssima al meglio possibile i dati sperimentali.

La previsione che stavamo indagando risulterebbe falsa se nel grafico comparissero uno o più punti sperimentali posti in modo tale che nessuna retta può intersecare tutti i rettangoli. In questo caso si controllano i dati per escludere errori banali e si possono ripetere le misure per escludere eventuali errori sperimentali. Ma se si conferma che nessuna retta è compatibile con i dati raccolti, la legge fisica proposta è dichiarata falsa dall'esperimento.

ESERCIZI

1. GLI STRUMENTI DI MISURA

DOMANDE SUI CONCETTI

1 In una località di montagna un altimetro rileva la quota di 1234 m.

▶ Qual è la sensibilità dello strumento?

2 In quale caso uno strumento di misura può rompersi se viene usato per misurare il valore di una grandezza?

3 Il contatore di consumi dell'energia elettrica che hai a casa è uno strumento analogico o digitale?

4 La precisione di uno strumento dipende dall'abilità dello sperimentatore?

ESERCIZI NUMERICI

5 ★ Indica la portata e la sensibilità del cilindro, tarato in centimetri cubi.

David J. Green – studio/Alamy

3. IL VALORE MEDIO E L'INCERTEZZA

DOMANDE SUI CONCETTI

17 Hai eseguito una serie di misure della lunghezza della tua scrivania. Hai scritto il risultato ottenuto accompagnato dalla sensibilità del metro utilizzato, e hai espresso la tua misura in cm.

▶ Qual è l'unità di misura della relativa incertezza percentuale?

18 È più precisa la misura (24,5 ± 0,5)cm o la misura (98 ± 1)cm?

ESERCIZI NUMERICI

25 ★★ Una montagna è alta 2150 m. La sua altezza è nota con un'incertezza di 5 m.

▶ Scrivi l'altezza della montagna con l'incertezza relativa.

▶ Un alpinista raggiunge la cima e vi pone una pila di sassi alta 0,5 m. Come si modifica la scrittura dell'altezza della montagna?

[invariata]

26 ★★ La medaglia d'oro olimpica a Londra 2012 per il salto in alto maschile è stata vinta da Ivan Ukhov, famoso per essersi presentato ubriaco al meeting di atletica di Losanna nel 2008, pare dopo un litigio con la fidanzata. La classifica dei 14 finalisti è stata:

1	I. Ukhov, Russia	2,38 metri
2	E. Kynard, Stati Uniti	2,33 metri
3	M. Barshim, Qatar	2,29 metri
4	D. Drouin, Canada	2,29 metri
5	R. Grabarz, Gran Bretagna	2,29 metri
6	J. Nieto, Stati Uniti	2,29 metri
7	B. Bondarenko, Ucraina	2,29 metri
8	M. Mason, Canada	2,29 metri
9	A. Protsenko, Ucraina	2,25 metri
10	J. Williams, Stati Uniti	2,25 metri
11	W. Miller, Colombia	2,25 metri
12	A. Silnov, Russia	2,25 metri
13	K. Ioannou, Cipro	2,20 metri
14	M. Hanany Francia	2,20 metri

▶ Quanto vale l'altezza media saltata durante questa finale olimpica?

▶ Scrivi il risultato con l'incertezza della misura.

[2,27 m; 0,01 m]

27 ★★ Vuoi imbiancare la tua stanza e hai chiesto al tuo migliore amico di aiutarti a misurare l'altezza del soffitto. Tu hai ottenuto 2,80 m e il tuo amico 2,81 m. Il metro a nastro utilizzato ha una sensibilità di 1 cm.

▶ Come scrivi il risultato della misura con l'incertezza associata?

[(2,805 ± 0,005) m]

28 ★★ Una bilancia analogica misura la massa con un'incertezza relativa percentuale del 15%. La massa complessiva di una cassetta colma di frutta misurata con questa bilancia è di 5,0 kg, mentre la tara è di 0,7 kg.

▶ Come si esprimono queste misure in modo corretto con la rispettiva incertezza?

▶ La bilancia viene letta da un altro osservatore che non si posiziona esattamente di fronte alla scala graduata. Il valore misurato per la massa della cassetta è diverso dal precedente, per difetto o per eccesso a seconda della sua posizione. Perché?

[(5,0 ± 0,8) kg; (0,7 ± 0,1) kg]

4. L'ERRORE STATISTICO

DOMANDE SUI CONCETTI

32 "In laboratorio, dopo aver effettuato due misure del diametro di un filo di rame, fai l'analisi statistica dei dati sperimentali e traccia la curva a campana di Gauss che ne fornisce la distribuzione." Cosa c'è di sbagliato in questa frase?

33 Come diventa lo scarto quadratico medio se i risultati di una misura sono molto lontani dal valore medio?

ESERCIZI NUMERICI

34 ★★☆ **PROBLEMA SVOLTO**

La massa del lingotto

Pics-xl/Shutterstock

Misuriamo, per 20 volte consecutive, la massa di un lingotto con una bilancia di sensibilità 0,1 g.

Ecco i valori ottenuti espressi in grammi:

200,5; 200,6; 200,3; 200,1; 200,5; 200,3; 200,6; 200,4; 200,4; 200,5; 200,4; 200,8; 200,5; 200,3; 200,4; 200,4; 200,5; 200,5; 200,4; 200,8.

- ▶ Suddividi le misure in classi di frequenza.
- ▶ Calcola lo scarto quadratico medio.
- ▶ Calcolare lo scarto quadratico percentuale.
- ▶ Calcolare l'errore massimo e confrontalo con lo scarto quadratico medio.
- ▶ Esprimi il risultato della misura in maniera corretta.

DATI E INCOGNITE

	GRANDEZZE	SIMBOLI	VALORI (g)
DATI	Massa	M	200,5; 200,6; 200,3; 200,1; 200,5; 200,3; 200,6; 200,4; 200,4; 200,5; 200,4; 200,8; 200,5; 200,3; 200,4; 200,4; 200,5; 200,5; 200,4; 200,8
	Numero delle misure	n	20
INCOGNITE	Scarto quadratico medio	σ	?
	Scarto quadratico percentuale	$\sigma\%$	?
	Errore massimo	e_m	?

RAGIONAMENTO

- Per affrontare il calcolo dello scarto quadratico medio è opportuno raggruppare le misure in classi di frequenza tramite una tabella.
- Successivamente, in un'altra tabella, calcoliamo per ogni misura, lo scarto s_i e lo scarto quadratico. Quindi lo scarto quadratico medio sarà: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i s_i^2}{n}}$.
- L'errore relativo sarà dunque: $\sigma\% = \frac{\sigma}{M_m}\%$, dove M_m indica la media delle misure.
- L'errore massimo è: $e_m = \frac{M_{max} - M_{min}}{2}$.
- Infine il risultato verrà espresso come: $M = M_m \pm \sigma$.

RISOLUZIONE

TABELLA DELLE CLASSI DI FREQUENZA

CLASSE	1	2	3	4	5	6
VALORE	200,1 g	200,3 g	200,4 g	200,5 g	200,6 g	200,8 g
FREQUENZA	1	3	6	6	2	2

Calcolo del valore medio: $M_m = \dfrac{\sum_i^n M_i}{n} = 200,5\ \mathrm{g}$

TABELLA DEGLI SCARTI

M_i (g)	f	$M_i \times f$ (g)	s_i (g)	s_i^2 (g^2)	$f \times s_i^2$ (g^2)
200,1	1	200,1	0,3	0,09	0,09
200,3	3	600,9	0,1	0,01	0,03
200,4	6	1202,4	0	0	0
200,5	6	1203,0	0,1	0,01	0,06
200,6	2	401,2	0,2	0,04	0,08
200,8	2	401,6	0,4	0,16	0,32
TOTALE	20				0,58

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,58\ \mathrm{g}^2}{20}} = 0,2\ \mathrm{g}$$

$$e_m = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{2} = \frac{(200,8 - 200,1)\ \mathrm{g}}{2} = 0,4\ \mathrm{g}$$

$$\sigma\% = \frac{\sigma}{M_m} = \frac{0,2\ \mathrm{g}}{200,5\ \mathrm{g}} = 0,1\%$$

$$M = M_m \pm \sigma = (200,5 \pm 0,2)\mathrm{g}.$$

CONTROLLO DEL RISULTATO

Abbiamo ottenuto che $e_m > \sigma$. Quando abbiamo un insieme abbastanza esteso di dati sperimentali, lo scarto quadratico medio ci fornisce infatti una valutazione dell'incertezza più precisa rispetto all'errore massimo.

35 ★★☆ Con un cronometro di sensibilità 0,01 s, si misura il periodo di un pendolo. La misura è stata ripetuta 15 volte e si sono ottenuti i seguenti valori:

MISURA	VALORE (s)
1	1,90
2	1,87
3	1,85
4	1,92
5	1,88
6	1,85
7	1,91
8	1,89
9	1,93
10	1,86
11	1,92
12	1,86
13	1,90
14	1,91
15	1,84

- Calcola il valore medio del periodo del pendolo.
- Calcola lo scarto quadratico medio.
- Esprimi correttamente il risultato della misura.

[1,89 s; 0,03 s; (1,89 ± 0,03) s]

36 ★★☆ Con un distanziometro si misura la lunghezza di un'asta metallica. Nella tabella sono riportati (in m) i risultati ottenuti:

MISURA	VALORE (m)
1	5,10
2	4,99
3	5,02
4	4,98
5	5,08
6	5,05
7	4,82
8	5,05

- Calcola lo scarto quadratico medio.
- Esprimi correttamente il risultato della misura.
- L'incertezza percentuale corrispondente allo scarto quadratico medio è maggiore o minore del 5%?

[0,08 m; (5,01 ± 0,08) m; < 5%]

37 ★★☆ I chiodi dello stesso tipo comprati dal ferramenta hanno davvero la stessa lunghezza? Per provare a stabilirlo con un esperimento, un gruppo di studenti ha eseguito il controllo della lunghezza di 20 chiodi lunghi 3 cm secondo le dichiarazioni del fabbricante. I ragazzi hanno usato una riga con sensibilità 1 mm e un calibro centesimale con sensibilità 1/20 mm.

NUMERO DELLA MISURA	L (cm) RIGA	L (cm) CALIBRO
1	3,0	3,000
2	3,1	3,005
3	3,1	3,110
4	3,1	3,110
5	3,0	3,115
6	3,2	3,120
7	3,1	3,110
8	3,0	2,960
9	2,9	2,980
10	3,2	3,110
11	2,9	3,120
12	2,8	3,120
13	3,0	3,140
14	3,1	3,180
15	3,1	2,960
16	2,9	3,110
17	3,1	3,120
18	3,1	3,115
19	3,1	3,110
20	3,0	3,125

- Calcola il valore medio della lunghezza dei chiodi, sia con la riga che con il calibro.
- Per ogni serie di misure, calcola lo scarto quadratico medio.
- Esprimi correttamente i risultati delle due serie di misure.
- Le differenze nella lunghezza dei chiodi secondo te a cosa si possono attribuire? A errori sperimentali commessi dai ragazzi o a errori di fabbricazione dei chiodi?
- Rappresenta le due serie di dati mediante due istogrammi, per rendere più facile il confronto.

[3,0 cm, 3,086 cm; (3,0 ± 0,1) cm; (3,09 ± 0,06) cm]

38 ★★☆ Si misura, per venti volte consecutive, lo spessore di un blocco, ottenendo i seguenti valori:

5,4 cm; 5,6 cm; 5,3 cm; 5,3 cm; 5,4 cm; 5,7 cm; 5,5 cm; 5,5 cm; 5,4 cm; 5,5 cm; 5,8 cm; 5,3 cm; 5,4 cm; 5,4 cm; 5,3 cm; 5,6 cm; 5,5 cm; 5,2 cm; 5,3 cm; 5,4 cm.

- Costruisci con un foglio di calcolo l'istogramma che rappresenta la distribuzione dei valori.
- Calcola il valore medio dello spessore del blocco.
- Calcola lo scarto quadratico medio ed esprimi correttamente il risultato della serie di misure effettuata.

[(5,4 ± 0,2) cm]

39 PROVA AUTENTICA per le competenze

Una misura di lunghezza è stata ripetuta 100 volte, con uno strumento che misura i centimetri (sensibilità uguale a 0,01 m).
I dati sono raccolti in colonna nel file GaussAutentico.xls.
L'unità di misura utilizzata è il metro.
Puoi aprire il file con un foglio di calcolo come Excel, LibroOffice Calc, OpenOffice Calc o Gnumeric. Questi ultimi 3 programmi sono scaricabili gratuitamente.

ANALISI DEI DATI

a. Utilizzando il foglio di calcolo ordina i numeri trovati dal più piccolo al più grande; in questo modo è facile determinare il valore minimo e quello massimo, e poi calcolare l'errore massimo sui dati.
b. Ricava il valore medio dei dati ottenuti. Invece di farlo tu stesso, puoi trovare il modo di determinarlo con il foglio di calcolo.
c. Dividi l'intervallo tra il valore minimo e quello massimo in una decina di intervalli

(per esempio tra 8,1 e 8,2, tra 8,2 e 8,3 e così via). Con i dati ordinati dal più piccolo al più grande, conta quanti ce ne sono in ognuno degli intervalli che hai individuato.

d. Costruisci una tabella come quella presentata nel paragrafo precedente e un istogramma.

e. Utilizzando la formula **(5)** o l'apposita funzione nel foglio di calcolo (DEV.ST.POP), calcola lo scarto quadratico medio dei dati.

COMUNICAZIONE DEI RISULTATI OTTENUTI

Scrivi in modo corretto il risultato della «misura» effettuata, esprimendolo sia con l'errore massimo, sia con lo scarto quadratico medio.

5. L'INCERTEZZA NELLE MISURE INDIRETTE

DOMANDE SUI CONCETTI

40 L'incertezza sulla somma di due misure sperimentali è maggiore, minore o uguale a quella sui singoli valori?

41 Lo spigolo di un cubo di lato 10 cm è noto con un errore relativo percentuale dell'1%. Come si può scrivere il suo volume?

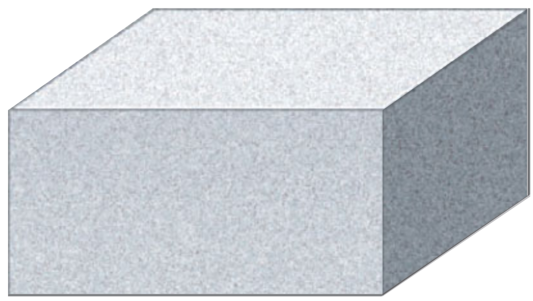
[$(1{,}00 \pm 0{,}03) \times 10^3$ cm^3]

42 La misura dei lati di un rettangolo ha fornito i risultati (5,2 ± 0,3) cm e (7,5 ± 0,3) cm. Quindi la differenza tra i due lati è (2,3 ± 0,2), semiperimetro del rettangolo è (12,7 ± 0,6) cm e l'area del rettangolo è (39 ± 4) cm^2. Vero o falso?

ESERCIZI NUMERICI

53 ★★ **PROBLEMA SVOLTO**

Incertezza su un quoziente



Per calcolare la densità di un blocchetto di granito misuriamo la sua massa, che risulta m = (2,35 ± 0,03) kg, e il suo volume, che risulta $V = (8{,}62 \pm 0{,}07) \times 10^{-4}$ m^3.

▶ Calcola il valore sperimentale $\bar{d}$ della densità così ottenuto.

▶ Calcola l'incertezza Δd su tale valore.

▶ Esprimi il risultato della misura in maniera corretta.

DATI E INCOGNITE

	GRANDEZZE	SIMBOLI	VALORI	COMMENTI
DATI	Massa	m	2,35 kg	
	Incertezza sulla massa	Δm	0,03 kg	
	Volume	V	$8{,}62 \times 10^{-4}$ m^3	
	Incertezza sul volume	ΔV	$0{,}07 \times 10^{-4}$ m^3	
INCOGNITE	Densità	$\bar{d}$	?	Valore sperimentale
	Incertezza sulla densità	Δd	?	

RAGIONAMENTO

- La densità è data dalla formula $d = m/V$.
- La densità è un quoziente tra due valori. Quindi si calcola prima l'incertezza relativa su d con la formula

$$\frac{\Delta(a/b)}{\bar{a}/\bar{b}} = \frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}}$$ e da questo si ricava l'incertezza Δd.

RISOLUZIONE

Il valore sperimentale della densità è dato dalla formula $d = m/V$:

$$\bar{d} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} = \frac{2{,}35\ \text{kg}}{8{,}62 \times 10^{-4}\ \text{m}^3} = 2{,}726 \times 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

L'incertezza relativa per la densità si calcola con la formula precedente con $a = m$ e $b = V$:

$$\frac{\Delta d}{\bar{d}} = \frac{\Delta m}{\bar{m}} + \frac{\Delta V}{\bar{V}} = \frac{0{,}03\ \text{kg}}{2{,}35\ \text{kg}} + \frac{0{,}07 \times 10^{-4}\ \text{m}^3}{8{,}62 \times 10^{-4}\ \text{m}^3} = 0{,}013 + 0{,}008 = 0{,}021.$$

Per isolare Δd si moltiplicano il primo e l'ultimo passaggio del calcolo precedente per $\bar{d}$:

$$\Delta d = 0{,}021 \times \bar{d} = 0{,}021 \times \left(2{,}726 \times 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) = 0{,}057 \times 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

CONTROLLO DEL RISULTATO

Visto che l'incertezza cade già sulla seconda cifra dopo la virgola, non ha senso scrivere il risultato dell'esperimento con tre decimali. La maniera corretta per esprimere il risultato ottenuto è:

$$d = (2{,}73 \pm 0{,}06) \times 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

54 ★★☆ Un cubetto di alluminio viene utilizzato per costruire un dado da incastro. La lunghezza del lato del dado è (3,05 ± 0,05) cm. La densità dell'alluminio vale (2960 ± 60) kg/m^3.

- ▶ Calcola il valore della massa del dado.
- ▶ Calcola la sua incertezza.
- ▶ Esprimi correttamente il risultato ottenuto.

[84 ×10^{-3} kg; 6 ×10^{-3} kg; (84 ± 6) × 10^{-3} kg]

55 ★★☆ Le dimensioni esterne di un armadio sono: larghezza (3,75 ± 0,02) m, altezza (2,55 ± 0,02) m e profondità (0,65 ± 0,01) m.

- ▶ Calcola il volume esterno con la relativa incertezza di misura e con il corretto numero di cifre significative.
- ▶ Calcola il perimetro con la relativa incertezza della faccia dell'armadio che è appoggiata al pavimento.

[(6,2 ± 0,2) m^3; (8,80 ± 0,06) m]

7. LE CIFRE SIGNIFICATIVE

DOMANDE SUI CONCETTI

56 Il tuo compagno di banco scrive come risultato di una misura di massa in laboratorio (18,25 ± 0,5) g.

- ▶ Perché il risultato della misura scritto in questo modo non è corretto?

57 Quanto vale, espressa con il corretto numero di cifre significative, l'area di una fettuccia di lati 1,953 m e 1,1 cm?

58 Come si scrive il numero 10,049 arrotondato a 3 cifre significative?

59 Con una bilancia di sensibilità 10 g controlli la massa di una confezione da un kilogrammo di zucchero.

- ▶ Come scrivi il risultato con il numero corretto di cifre significative?

60 Una superficie di 40 m^2 viene divisa in 1000 parti uguali. Quanto vale l'area di ogni parte?

ESERCIZI NUMERICI

68 ★★☆ Il numero di Nepero o numero di Eulero, indicato con la lettera *e*, è una costante matematica molto importante, collegata a una funzione conosciuta come funzione esponenziale. Considera come suo valore il numero 2,718 281 828 459.

- ▶ Riscrivilo con sette, cinque, tre, due e una cifra significativa.

69 ★★☆ The side of a square measures 0.135 m.

- ▶ Find the length of its diagonal with the correct number of significant digits.

[0.191 m]

8. LE LEGGI SPERIMENTALI

DOMANDE SUI CONCETTI

72 La curva ottenuta riportando in un grafico cartesiano i valori del periodo di oscillazione di un pendolo e della sua lunghezza è un arco di parabola.

- ▶ Che tipo di proporzionalità esiste tra l e T?

[Proporzionalità quadratica]

73 Quale delle seguenti osservazioni non è verificata ogni volta che si ripete la prova sperimentale?

a. Se esco quando piove, mi bagno.

b. Il vento muove le foglie.

c. Tutte le volte che arrivo in stazione in ritardo, il treno è invece puntuale.

d. Bisogna sempre tornare a spolverare i mobili.

ESERCIZI NUMERICI

74 ★★☆ Una molla sospesa a un estremo si allunga quando all'altro estremo vengono applicati dei pesi. Facciamo un esperimento: all'estremo libero della molla applichiamo in successione pesetti da 20 g, 40 g, 60 g, 80 g. Nella tabella seguente sono riportate le masse dei pesetti attaccati e i corrispondenti allungamenti della molla.

MASSA APPLICATA (g)	ALLUNGAMENTO DELLA MOLLA (cm)
0	0
20	2
40	4
60	6
80	8

▶ Riporta in un grafico l'allungamento della molla in funzione della massa applicata e disegna le barre di errore.

▶ Scrivi la relazione matematica tra le due grandezze.

▶ Definisci il tipo di proporzionalità che le lega.

[$D_l = p/10$; proporzionalità diretta]

75 ★★☆ Nella tabella seguente sono riportati i valori del lato e della corrispondente area di alcune piastrelle quadrate.

LATO (cm)	AREA (cm²)
12	144
14	196
16	256
18	324

▶ Rappresenta in un grafico l'area di una piastrella in funzione del lato.

▶ Scrivi la relazione matematica tra il lato del quadrato e la sua area.

▶ Individua il tipo di proporzionalità che li lega.

[$l = \sqrt{A}$; proporzionalità quadratica]

76 ★★☆ Riferisciti alla tabella di dati del problema n. 74.

▶ Riporta in un grafico cartesiano l'allungamento Δl (in ordinata) in funzione della massa m (in ascissa), scegliendo opportunamente la scala su entrambi gli assi cartesiani per ottenere un grafico proporzionato.

▶ Disegna le barre di errore.

PROBLEMI GENERALI

6 ★★☆ Un gruppo di studenti misura otto volte l'intervallo di tempo impiegato da un pendolo per compiere un'oscillazione completa. Il cronometro utilizzato ha una sensibilità di 0,1 s. Le misure ottenute sono:

MISURA	VALORE (s)
1	25,8
2	24,0
3	21,0
4	23,2
5	23,8
6	23,0
7	20,2
8	20,8

▶ Calcola il valore medio e l'errore massimo delle misure.

▶ Esprimi il risultato della misura con il corretto numero di cifre significative.

▶ Calcola l'errore percentuale.

▶ Se i valori ottenuti fossero stati tutti uguali, l'incertezza associata al valore medio sarebbe stata nulla?

[22,7 s; 2,8 s; (23 ± 3) s; 12%]

7 ★★☆ Durante un rilievo topografico, la misura del lato maggiore di un appezzamento di terra rettangolare ha fornito il valore (90,8 ± 0,3) m. Il fossato che corre lungo due lati consecutivi del lotto di terreno è lungo (150,2 ± 0,5) m.

▶ Calcola il valore più plausibile per la lunghezza del lato minore e l'incertezza corrispondente.

▶ Calcola l'area dell'appezzamento.

▶ Calcola l'incertezza relativa percentuale associata all'area.

[(59,4 ± 0,8) m; $5,39 \times 10^3$ m²; 1,7%]

8 ★★☆ Il raggio del pianeta Giove è $7,14 \times 10^7$ m e la sua massa vale $1,900 \times 10^{27}$ kg.

▶ Calcola l'area della superficie di Giove, considerandolo di forma sferica.

▶ Calcola la densità di Giove, considerandolo di forma sferica.

▶ Esprimi i risultati con il corretto numero di cifre significative.

[$6{,}41 \times 10^{16}$ m²; $1{,}25 \times 10^{3}$ kg/m³]

9 ★★ In the picture you can see a food label.

▶ How many significant digits do kcal, protein, carbohydrate, sugar have?

10 ★★ La figura mostra l'etichetta di un prodotto alimentare straniero.

Nutrition Facts

Serving Size 14 g
Serving per Container 30

Amount Per Serving

Calories 45	Calories From Fat 45	
	% Daily Value *	
Total Fat	5 g	8%
Saturated Fat	1 g	5%
Polyunsaturated	2.5 g	
Monounsaturated	1 g	
Cholesterol	0 mg	0%
Sodium	90 mg	4%
Total Carbonhydrate	0 g	0%
Protein	0 g	0%
Vitamin A 10%		

Not a significant source of dietary fiber, sugar, vitamin C, calcium and iron

*Percent Daily Values are based on a 2,000 calorie diet. Your daily values may be higher or lower depending on your calorie needs.

NET WT 15 OZ (425 g)

▶ Sull'etichetta in basso si legge "NET WT 15 OZ (425 g)". OZ è l'abbreviazione di oncia, un'unità di misura della massa che non appartiene al Sistema Internazionale e che vale 1/16 di libbra, cioè 28,35 g.

▶ È corretta l'equivalenza indicata da once a grammi?

▶ Il produttore di cibo in scatola usa le cifre significative in modo corretto? Se no, scrivi l'equivalenza con il corretto numero di cifre significative.

[Sì, $4{,}2 \times 10^{2}$ g]

11 ★★ La sigla "fl oz" indica l'oncia fluida, un'unità di misura di volume che non appartiene al Sistema Internazionale e che si usa per etichettare gli alimenti negli Stati Uniti, ed equivale a 30 mL.

Derek Hatfield / Shutterstock

▶ È corretta l'equivalenza indicata da once fluide a mL?

▶ Il produttore di cibo in scatola usa le cifre significative in modo corretto? Se no, scrivi l'equivalenza con il corretto numero di cifre significative.

12 ★★★ **ARTE Gli azulejos**

Gli *azulejos* sono piastrelle decorative molto usate in Portogallo per rivestire le pareti degli edifici. Supponiamo di dover ricoprire una superficie di 24 m² con *azulejos* di forma quadrata. La misura del lato di una piastrella fornisce il valore 15,0 ± 0,5 cm.

▶ Calcola il numero minimo e il numero massimo di piastrelle necessarie per rivestire la parete considerando l'incertezza sperimentale.

[$1{,}00 \times 10^{3}$; $1{,}14 \times 10^{3}$]

18 **LA FISICA DEL CITTADINO Proiezioni elettorali**

In un Paese si sono svolte le elezioni politiche, in cui si fronteggiavano due coalizioni: la coalizione Bianca è formata dai partiti B_1, B_2 e B_3, mentre quella Gialla è formata dai partiti G_1, G_2, G_3 e G_4.

Quattro ore dopo la chiusura dei seggi sono disponibili i primi risultati che provengono da un certo numero di località situate in diverse zone del Paese. Questi risultati prevedono di fare una prima previsione, che è soggetta a errore perché non è detto che tutti gli elettori del Paese abbiano votato come quelli delle sezioni scrutinate per prime.

Le previsioni per il risultato del voto (con le corrispondenti incertezze) sono le seguenti:

PARTITO	COALIZIONE	PERCENTUALE DI VOTI OTTENUTI SECONDO I PRIMI RISULTATI
B_1	Bianca	15% ± 2%
B_2	Bianca	21% ± 3%
B_3	Bianca	17% ± 2%
G_1	Gialla	8% ± 1%
G_2	Gialla	25% ± 3%
G_3	Gialla	12% ± 2%
G_4	Gialla	2% ± 1%

Domanda 1:

Esamina le prime tre righe della tabella precedente.

▶ Sulla base dei dati forniti, qual è il valore più plausibile per la percentuale totale di voti ottenuti dalla coalizione Bianca? Quali sono, rispettivamente, la massima e la minima percentuale che la coalizione Bianca può ottenere sulla base di tale previsione?

Domanda 2:

Esamina le ultime quattro righe della tabella precedente.

▶ Sulla base dei dati forniti, qual è il valore più plausibile per la percentuale totale di voti ottenuti dalla coalizione Gialla? Quali sono, rispettivamente, la minima e la massima percentuale che la coalizione Gialla può ottenere sulla base di tale previsione?

Domanda 3:

Considera i risultati che hai ottenuto finora.

▶ Sulla base di essi, puoi individuare una coalizione di partiti che *certamente* avrà la maggioranza dei voti in queste elezioni?

[53%, 60%, 46%; 47%, 40%, 54%]

GIOCHI DI ANACLETO

1 In un esperimento si lascia cadere una biglia da una determinata altezza e si misura il tempo impiegato dalla biglia per toccare il pavimento. In tre misure successive si sono trovati i valori seguenti: 0,95 s; 0,96 s; 0,99 s.

▶ Assumendo come misura del tempo di caduta della biglia il valore medio dei tre tempi misurati, quale dei seguenti valori è più corretto scegliere?

a. 0,96 s.

b. 0,966 s.

c. 0,967 s.

d. 0,97 s.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 2013)

2 Quattro gruppi di studenti hanno misurato la durata di 10 oscillazioni di uno stesso pendolo. Ciascun gruppo ha raccolto i valori riportati nella tabella seguente:

GRUPPO A	7,25 s	7,75 s	8,25 s
GRUPPO B	7,2 s	7,25 s	7,3 s
GRUPPO C	8,25 s	8,75 s	9,25 s
GRUPPO D	8,2 s	8,3 s	8,9 s

▶ Dello stesso pendolo si possiede anche una misura attendibile che dà, per dieci oscillazioni, una durata di 8,25 s. In riferimento a questa, quale gruppo ha ottenuto una serie di misure più affidabile, e perciò più accurata?

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 2011)

3 Quale dei seguenti numeri rappresenta correttamente il risultato dell'addizione

$1{,}101 \times 10^{-4} + 2{,}7392 \times 10^{-6}$?

a. $3{,}8402 \times 10^{-10}$.

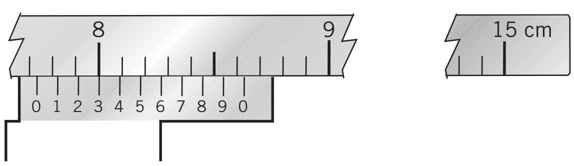
b. $1{,}128392 \times 10^{-4}$.

c. $1{,}1284 \times 10^{-2}$.

d. $1{,}128 \times 10^{-4}$.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 2010)

4 Per misurare accuratamente il diametro esterno di un tubo metallico si è usato un calibro dotato di nonio. Nella figura si vede la posizione delle varie parti del calibro in questa misura.



▶ Il diametro del tubo è

a. 7,73 cm.

b. 8,03 cm.

c. 8,30 cm.

d. 8,63 cm.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 2008)

5 Una certa quantità di sostanza da utilizzare in un esperimento è stata pesata ripetutamente trovando i seguenti risultati:

MASSA (g)
40,75
40,60
40,70
40,25
40,70
40,80
40,65

▶ Quale delle seguenti coppie di valori meglio esprime la massa di quella sostanza e l'incertezza nella sua misura?

	VALORE MEDIO DELLA MASSA IN GRAMMI	INCERTEZZA DEL VALORE MEDIO IN GRAMMI
A	40,64	0,01
B	40,6	0,3
C	40,7	0,3
D	40,70	0,01

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 2007)

6 A quale dei seguenti ordini di grandezza si avvicina di più lo spessore di un foglio di carta?

a. 10^{-4} m.

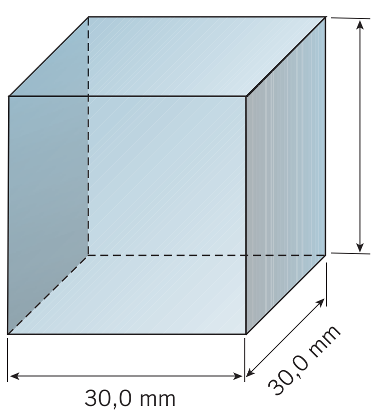
b. 10^{-2} m.

c. 10^{0} m.

d. 10^{2} m.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 2004)

7 Le lunghezze di tre spigoli di un cubo sono state misurate usando un calibro. Il calibro usato permette letture con un'incertezza di ± 0,1 mm.



▶ Quali dei seguenti valori indica meglio l'incertezza con cui può essere calcolato il volume del cubo?

a. $\frac{1}{27}$%.

b. $\frac{3}{10}$%.

c. $\frac{1}{3}$%.

d. 1%.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 1999)

8 Per determinare la capacità di un recipiente di forma cubica si sono seguiti due procedimenti.
Nel primo caso sono stati misurati gli spigoli interni del recipiente trovando per tutti il valore $l = (0,200 \pm 0,002)$m, poi è stato calcolato il volume del cubo $V = l^3$.
Nel secondo caso il recipiente è stato pesato prima vuoto e poi colmo d'acqua trovando che la massa d'acqua è $m = (8,000 \pm 0,008)$kg. Conoscendo la densità dell'acqua con una precisione del 0,2%, $d = 1,000 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, si è calcolato il volume, $V = m/d$.
La precisione della misura del volume è

a. migliore nel primo caso perché l'incertezza assoluta delle misure di l è più piccola di quella della misura della massa.

b. migliore nel secondo caso perché l'incertezza relativa delle misure è più piccola.

c. uguale nei due casi perché il volume è lo stesso.

d. non confrontabile perché si sono seguiti procedimenti diversi.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 1998)

9 Uno studente vuole misurare il diametro di una moneta. Per farlo usa una riga millimetrata per misurare quattro monete uguali messe una accanto all'altra, come nella seguente figura.

Lo studente ha stimato che gli estremi X e Y si trovano, sulla riga, nelle seguenti posizioni:
$X = (1,0 \pm 0,2)$ cm, $Y = (5,0 \pm 0,2)$ cm.

▶ Qual è, tra le seguenti, la misura del diametro di una moneta con l'incertezza della misura?

a. (1,0 ± 0,05) cm.

b. (1,0 ± 0,1) cm.

c. (1,0 ± 0,2) cm.

d. (1,0 ± 0,4) cm.

e. (1,0 ± 0,8) cm.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 1997)

10 In una relazione di laboratorio si trova scritto "d = 12,25 mm *con errore percentuale pari allo* 0,5%". L'incertezza di questa misura vale:

a. 0,5 mm.

b. 0,01 mm.

c. 0,04 mm.

d. 0,06 mm.

e. 0,005 mm.

(Tratto dai *Giochi di Anacleto*, anno 1997)