IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. Trasformazioni reali e trasformazioni quasistatiche	ANIMAZIONE **L'energia interna è una funzione di stato** Si può arrivare da uno stato termodinamico ad un altro attraverso trasformazioni diverse; come varia l'energia interna?	1,5
	ANIMAZIONE **Le trasformazioni reali** Seguiamo due volumetti di gas durante una trasformazione: cosa succede? Quale rappresentazione viene data sul piano *p-V*?	2
4. Il lavoro termodinamico	ANIMAZIONE **Il lavoro compiuto in una trasformazione** Si può ricavare da un grafico il lavoro compiuto da una trasformazione?	1,5
6. Applicazioni del primo principio	ESPERIMENTO VIRTUALE **Il diagramma pressione-volume** Gioca, misura, esercitati	
MAPPA INTERATTIVA	IN TRE MINUTI • Il primo principio della termodinamica 30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»	

VERSO IL CLIL

FORMULAE IN ENGLISH		AUDIO
Work done during an isobaric process	$W = p\Delta V$	The work done during an isobaric process equals the product of the pressure and the change in volume between the initial and final states.
Thermodynamics first law	$\Delta U = Q - W$	The change in internal energy of a closed thermodynamic system is equal to the difference between the heat supplied to the system Q and the amount of work done by the system W on its surroundings.
Internal energy variation in a generic isochoric process	$\Delta U = Q$	The change in internal energy during an isochoric process (a constant-volume process) equals the heat absorbed.
Total work in a cyclic transformation	$W = Q$	The total work done in a cyclic process is equal to the sum of the heat exchanged.

QUESTIONS AND ANSWERS AUDIO

▸ **What is thermodynamics and what does it deal with?**

Thermodynamics is the science – the systematic study – of the effects of work, heat and energy on macroscopic systems and between macroscopic systems. It deals with the large scale responses of these systems as opposed to the smaller scale, microscopic interactions, described by kinetic theory: thermal energy being a macro-scale representation of micro-scale mechanical energy. The scope of thermodynamics is extremely wide, it encompasses the study of power generation and conversions systems, phase transitions, chemical reactions, biochemistry, and many other fields of science and engineering; anywhere where transformations of energy on the macro-scale play a role.

▸ **Is there any difference between the First Law of Thermodynamics and the law of conservation of energy?**

The two laws are identical in that the first law is a restatement of the law of conservation of energy as applied to thermodynamic systems. More specifically, when discussing a system and its surroundings: the total energy of a system and its surroundings remains constant. For an isolated system: the total energy of an isolated system is constant despite internal changes. Or in the context of a process: for a system undergoing a process, the change in energy is equal to the heat added to the system minus the work done by the system. This is represented in equation form as: $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$, where U is referred to as the internal energy. The two laws are equivalent but the representation of the first law of thermodynamics depends on the context.

▸ **What is a thermodynamic system?**

In order to investigate the transfers of energy from one place to another, it is necessary to isolate a region of the universe, the system under examination, from the rest of the universe, commonly referred to as the surroundings, but also as the environment or the reservoir. The system and surroundings are separated by a boundary, a two-dimensional closed surface, which can be real or notional/imaginary. Systems can be: open, for which work, heat and mass can be exchanged between the system and the surroundings through the boundary; closed, for which only work and heat can be exchanged through the boundary; adiabatic, for which no heat can pass through the boundary but work can be done on the system; and isolated, for which no exchanges through the boundary are possible.

▸ **Explain the importance of a sign convention for heat and work flow with respect to the system and surroundings.**

When investigating transfers of heat into and out of a system, in addition to precisely defining the system and boundary, it is necessary to use and adhere to a universally recognised convention for the direction of heat and work transfers through the boundary. By convention, heat transferred into a system is positive, and heat transferred out of a system is negative. Work done on a system by the surroundings is positive and work done by the system on the surroundings is negative. The importance can be illustrated by the example of a combustion engine. In considering the fuel and its products as the system and the surroundings as the engine, the burning of the fuel releases heat – the system loses heat – and $Q < 0$; and the system does work on the surroundings, $W < 0$. The efficacy of the convention can be seen by reversing the choice of system and surroundings.

▸ **What are state functions?**

The work required to change the state of an otherwise isolated system depends solely upon the initial and final states involved and is independent of how the change was accomplished: the "how" being often referred to as the "path". A state function is a property of a system that depends only on the state of the system, not on how the system acquired that state. A state function is said to be path independent. Consider a glass of water resting on a table in the lab: its temperature is measured in the morning and the glass is left until the temperature of the water is measured later in the day. The amount of heat exchanged between the water and the surroundings in the interval between measurements depends on the room temperature, which may go up or down. The final temperature of the water in the bottle does not give us any information about this heat transfer history; it describes the state of the water at the time of measurement. Temperature, pressure and volume are functions of state (path independent) whist work and heat are process functions (path dependent).

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 GLI SCAMBI DI ENERGIA TRA UN SISTEMA E L'AMBIENTE

4 ★☆☆ In un diagramma pressione-volume, rappresenta con un punto lo stato di un gas corrispondente alla coppia di valori: V_A = 2,5 m³ e p_A = 30 kPa. Successivamente il volume aumenta del 10%, mentre la pressione diminuisce del 20%.

▸ Determina, nello stesso diagramma, il punto *B* corrispondente al nuovo stato del gas perfetto.

[V_B = 2,8 m³; p_B = 24 kPa]

5 ★★☆ Un cilindro chiuso da un pistone mobile contiene del gas perfetto alla temperatura di 273 K, alla pressione di 150 kPa e con un volume di 20,0 × 10⁻³ m³. Il pistone si solleva e il volume del gas raddoppia, mentre la temperatura rimane costante.

▸ Quale valore assume la pressione?

▸ Rappresenta in un grafico pressione-volume i due punti che rappresentano lo stato iniziale e quello finale del sistema che stiamo esaminando.

[75,0 kPa]

2 LE PROPRIETÀ DELL'ENERGIA INTERNA DI UN SISTEMA

PROBLEMA MODELLO 1 ESTRAZIONE DI MOLECOLE

Un recipiente di volume 2,5 dm³, contiene un gas perfetto biatomico alla temperatura di 15 °C e alla pressione di 1,2 atm. Con una pompa si estraggono delle molecole del gas, diminuendo la pressione iniziale del 30%. La temperatura si mantiene costante.

▸ **Calcola il numero di molecole estratte con la pompa.**

▸ **Calcola la variazione di energia interna del sistema.**

DATI	INCOGNITE
Volume: $V = 2,5\ \text{dm}^3$	Numero di molecole estratte: $\boldsymbol{N} = ?$
Temperatura: $t = 15\ °\text{C}$	Variazione di energia interna: $\boldsymbol{\Delta U} = ?$
Pressione iniziale: $p_i = 1,2\ \text{atm}$	
Pressione finale: $p_f = p_i - 30\%\ p_i = 0,7\ p_i$	

L'IDEA

- Dall'equazione di stato dei gas perfetti, calcoliamo il numero di moli di gas prima e dopo l'estrazione delle molecole.
- Troviamo così il numero delle molecole iniziali e finali, $N = n \cdot N_A$, dove n è il numero di moli e N_A il numero di Avogadro.
- Infine calcoliamo l'energia interna del gas perfetto ricordando che è biatomico, cioè $U = \frac{5}{2} N k_B T$.

LA SOLUZIONE

Calcolo il numero di moli iniziale e finale contenute nel recipiente.

Il gas è a volume e temperatura costanti. Inoltre, dall'equazione di stato dei gas perfetti ricavo $n_i = \frac{p_i V}{RT}$, $n_f = \frac{p_f V}{RT}$. Quindi il numero di moli di gas allo stato iniziale è:

$$p_i V = n_i RT \Rightarrow n_i = \frac{p_i V}{RT} = \frac{1,2 \times 1,01 \times 10^5\ \text{Pa} \times 2,5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{8,315\ \text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 288,15\ \text{K}} = 0,13\ \text{mol}.$$

Il numero di moli di gas nello stato finale è:

$$n_f = \frac{p_f V}{RT} = \frac{0,7 p_i \cdot V}{RT} = \frac{0,7 \times 1,2 \times 1,01 \times 10^5\ \text{Pa} \times 2,5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{8,315\ \text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 288,15\ \text{K}} = 0,088\ \text{mol}.$$

Calcolo il numero di molecole estratte con la pompa.

Sappiamo che $N = n \cdot N_A$ quindi:

$$N_i = n_i \cdot N_A = 0,13 \ \text{mol} \times 6,02 \times 10^{23} \ (\text{mol})^{-1} = 0,78 \times 10^{23}$$

$$N_f = n_f \cdot N_A = 0,088 \ \text{mol} \times 6,02 \times 10^{23} \ (\text{mol})^{-1} = 0,53 \times 10^{23}$$

Il numero delle molecole estratte con la pompa è

$$N = N_i - N_f = (0,78 - 0,53) \times 10^{23} = 0,25 \times 10^{23}.$$

Calcolo la variazione di energia interna.

La variazione di energia interna è

$$N = N_i - N_f = (0,78 - 0,53) \times 10^{23} = 0,25 \times 10^{23}$$

cioè:

$$\Delta U = \frac{5}{2} k_B T \cdot (N_f - N_i) = \frac{5 \times 1,38 \times 10^{-23} \ \text{J/K} \times 288,15 \ \text{K}}{2} \times (- \ 0,25 \times 10^{23}) = -0,25 \ \text{kJ}.$$

13 In un dispositivo come il mulinello di Joule una massa di 50 kg, inizialmente ferma, scende da un'altezza di 15 m e arriva al termine del suo percorso con una velocità di 0,030 m/s. L'acqua del contenitore, agitata dalle palette in rotazione, acquista energia interna e cede, contemporaneamente, al dispositivo una quantità di calore pari a 0,030 Kcal.

- Calcola la variazione di energia interna dell'acqua.

[$7,2 \times 10^3$ J]

14 In un tubo chiuso di volume 1,00 dm^3 è contenuto un gas perfetto che, alla temperatura di 273 K, genera una pressione di $1,00 \times 10^{-4}$ mm Hg. Il gas viene poi riscaldato, mantenendo inalterato il volume, e la pressione esercitata dal gas raddoppia. Calcola:

- il numero di molecole presenti nel tubo;
- l'energia interna del gas allo stato finale.

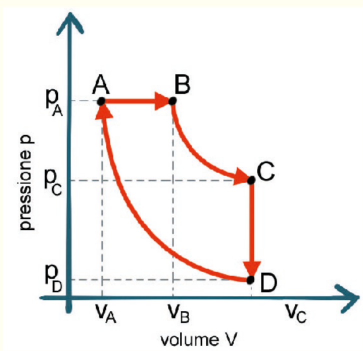
[$3,52 \times 10^{15}$; $3,98 \times 10^{-5}$ J]

3 TRASFORMAZIONI REALI E TRASFORMAZIONI QUASISTATICHE

PROBLEMA MODELLO 2 CALCOLO DELLE GRANDEZZE *p, V, T* DI UNA TRASFORMAZIONE CICLICA

Un gas perfetto contiene $13,75 \times 10^{23}$ molecole ed è sottoposto a una trasformazione ciclica composta da due isoterme (*BC* e *DA*), una isocòra (*CD*) e una isòbara (*AB*).

La pressione negli stati *A* e *C* è rispettivamente di $2,50 \times 10^5$ Pa e $1,20 \times 10^5$ Pa, il volume negli stati *A* e *C* è rispettivamente 10 dm^3 e 30 dm^3.



- **Calcola il valore del volume e della temperatura nello stato *B*.**
- **Calcola la temperatura a cui avviene la trasformazione isoterma *DA*.**
- **Calcola il valore della pressione nello stato *D*.**

DATI	INCOGNITE
Numero molecole: $N = 13,75 \times 10^{23}$	Temperatura nello stato *B*: $T_B = ?$
Pressione nello stato *A*: $p_A = 2,50 \times 10^5$ Pa	Temperatura *AD*: $T_A = T_D = ?$
Pressione nello stato *C*: $p_C = 1,20 \times 10^5$ Pa	Pressione nello stato *D*: $p_D = ?$
Volume nello stato *A*: $V_A = 10 \ dm^3$	
Volume nello stato *C*: $V_C = 30 \ dm^3$	

L'IDEA

- La trasformazione è ciclica ed è costituita da una isocòra (volume costante), una isòbara (pressione costante) e due trasformazioni isoterme (temperatura costante).
- Possiamo quindi ricavare i valori di pressione, volume e temperatura nei vari stati utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti.

LA SOLUZIONE

Trovo il volume e la temperatura nello stato *B*.

La trasformazione *BC* è isoterma e quella *AB* è isòbara. Dalla legge di Boyle (equazione di stato dei gas perfetti per ***T*** costante) ricavo il volume in *B*:

$$p_B V_B = p_C V_C \text{ quindi } V_B = V_C \cdot \frac{p_C}{p_B}.$$

La trasformazione *AB* è isobara, quindi $p_B = p_A$. Il valore del volume nello stato *B* è:

$$V_B = V_C \cdot \frac{p_C}{p_B} = V_C \cdot \frac{p_C}{p_A} = 30 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \times \frac{1{,}20 \times 10^5\ \mathrm{Pa}}{2{,}50 \times 10^5\ \mathrm{Pa}} = 14 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 = 14\ \mathrm{dm}^3.$$

Calcolo il numero di moli di gas e poi la temperatura nello stato *B* con l'equazione dei gas perfetti:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{13{,}75 \times 10^{23}}{6{,}02 \times 10^{23} \times\ (\mathrm{mol})^{-1}} = 2{,}28\ \mathrm{mol};$$

$$p_B V_B = nRT_B \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{T_B} = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{2{,}50 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times 14{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3}{2{,}28\ \mathrm{mol} \times 8{,}315\ \mathrm{J/(mol \cdot K)}} = 184\ \mathrm{K}.$$

Calcolo la temperatura nello stato *A*.

La trasformazione *AB* è isobara, quindi:

$$p_A = p_B \Rightarrow \frac{T_A}{V_A} = \frac{T_B}{V_B} \Rightarrow T_A = T_B \cdot \frac{V_A}{V_B} = 185\ \mathrm{K} \times \frac{10{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3}{14{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3} = 132\ \mathrm{K}.$$

Calcolo la pressione nello stato *D*.

La trasformazione *CD* è isòcora, quindi $V_C = V_D$. Inoltre, $T_C = T_B$ e $T_D = T_A$.

$$V_C = V_D \quad \Rightarrow \quad \frac{T_C}{p_C} = \frac{T_D}{p_D} \text{ da cui } \boldsymbol{p_D} = p_C \cdot \frac{T_D}{T_C} = p_C \cdot \frac{T_A}{T_B} = 1{,}20 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times \frac{131\ \mathrm{K}}{184\ \mathrm{K}} = 0{,}85 \times 10^5\ \mathrm{Pa}.$$

22 Immagina di chiudere in modo ermetico le porte e le finestre della stanza in cui ti trovi. Come potresti fare, in linea di principio, per verificare se il sistema fisico «aria contenuta nella stanza» è in equilibrio termodinamico?

23 Una batteria di un'automobile è collegata a un caricabatteria e si trova in fase di carica. In questa situazione, la batteria può essere considerata in equilibrio termodinamico?

24 ★★★ Un gas perfetto è mantenuto a temperatura costante. Alla pressione di $1{,}0 \times 10^5$ Pa esso occupa un volume di $20 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$.

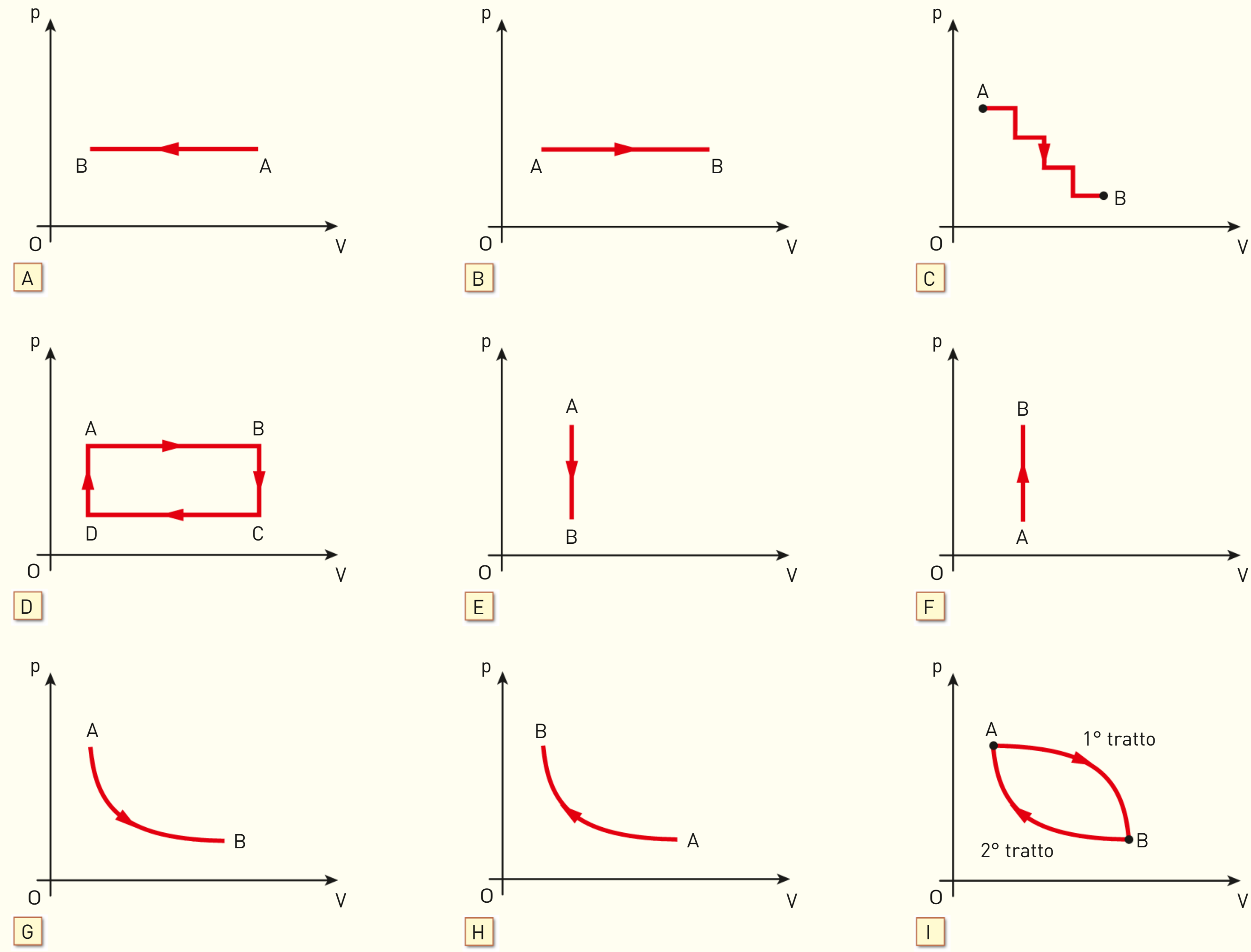
- Calcola i volumi occupati dal gas se la pressione aumenta a $2{,}0 \times 10^5$ Pa, $2{,}5 \times 10^5$ Pa, $4{,}0 \times 10^5$ Pa.
- Disegna prima in un grafico *V*-*p* e poi in un grafico *T*-*V* questa trasformazione.

[$10 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$; $8{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$; $5{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$]

4 IL LAVORO TERMODINAMICO

32 Un gas contenuto in un cilindro munito di un pistone libero di muoversi subisce prima una compressione e poi una dilatazione. Descrivi cosa succede alle molecole del gas in entrambi i casi.

33 Per ognuno dei seguenti grafici stabilisci se il lavoro è positivo, negativo o nullo e individua le trasformazioni isobare, isoterme, isocòre e cicliche.



34 Una quantità di gas perfetto monoatomico pari a 0,75 mol, inizialmente alla pressione atmosferica e a temperatura ambiente (pari a 20 °C), compie una compressione isoterma che fa aumentare la pressione del 5,0 %, quindi una trasformazione isòbara che fa aumentare il volume del 7,0 %. Calcola:

- il lavoro eseguito dal sistema sull'ambiente.
- la variazione di energia interna nel corso dell'intera trasformazione.

Suggerimento: nella fase di compressione isoterma, per calcolare il lavoro considera una pressione media fra gli stati *A* e *B*.

[34 J; $1{,}9 \times 10^2$ J]

35 Un recipiente di volume 5,0 dm^3 è occupato da 0,35 mol di gas perfetto biatomico che vengono compresse alla pressione costante di 170 kPa.

- Di quanti dm^3 viene compresso il gas se la temperatura si abbassa di 40°C?

Poi si aumenta la pressione di 100 kPa, mantenendo il volume costante.

- Disegna il grafico pressione-volume che rappresenta la trasformazione data.
- Calcola il lavoro svolto durante tutta la trasformazione.
- Calcola la variazione di energia interna del sistema.

[0,7 dm^3; –0,12 kJ]

5 L'ENUNCIATO DEL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

43 Un gas perfetto occupa un volume di 5,0 dm^3 ed è sottoposto a una pressione costante di 1,2 atm. Il gas assorbe dall'ambiente esterno 3,0 kcal e di conseguenza la sua energia interna aumenta di $7{,}6 \times 10^3$ J.

- Calcola il volume del gas al termine della trasformazione.

[$4{,}6 \times 10^{-2}$ m^3

44 Un cilindro chiuso da un pistone a tenuta e scorrevole contiene 5,00 mol di gas perfetto monoatomico. Il sistema inizialmente si trova alla pressione di 1,00 atm e alla temperatura di 300 K, quando un aumento di temperatura ne fa raddoppiare il volume. La trasformazione avviene a pressione costante. Calcola:

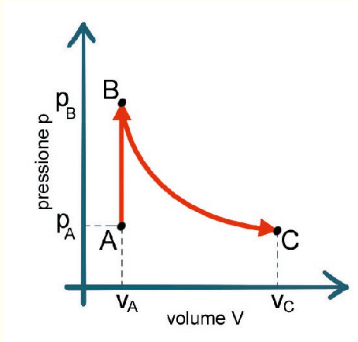
- il lavoro compiuto dal gas.
- la variazione di energia interna.
- il calore assorbito.

[12,4 kJ; 18,7 kJ; 31,1 kJ]

6 APPLICAZIONI DEL PRIMO PRINCIPIO

PROBLEMA MODELLO 5 UNA TRASFORMAZIONE ISOTERMA

Una quantità di ossigeno è sottoposta alla trasformazione rappresentata nella figura.
La trasformazione è composta da una trasformazione isocòra a volume costante uguale a 4,0 L e da una isoterma alla temperatura di 315 K.
Nello stato iniziale *A* e finale *C* il gas è sottoposto a una pressione di 1,2 atm.
Nello stato *B* la pressione è di 1,7 atm.



- **Calcola il lavoro svolto durante le trasformazioni *AB*, *BC* e *ABC*.**
- **Calcola la variazione totale di energia interna.**
- **Calcola il calore assorbito durante tutta la trasformazione.**

DATI	INCOGNITE
Volume della trasformazione isocòra: $V_A = V_B = 4{,}0\ \text{L}$	Lavoro *AB*: $W_{AB} = ?$
Temperatura della trasformazione *BC*: $T_B = T_C = 315\ \text{K}$	Lavoro *BC*: $W_{BC} = ?$
Pressione in *A* e in *C*: $p_A = p_C = 1{,}2\ \text{atm}$	Lavoro *ABC*: $W = ?$
Pressione in *B*: $p_B = 1{,}7\ \text{atm}$	Variazione di energia interna: $\Delta U = ?$
	Calore assorbito: $Q = ?$

L'IDEA

- Il lavoro svolto dal sistema durante le due trasformazioni si calcola usando le proprietà delle trasformazioni isocòre e isoterme.
- Calcoliamo la variazione di energia interna ricordando che l'ossigeno è biatomico.
- Infine troviamo il calore assorbito utilizzando il primo principio della termodinamica.

LA SOLUZIONE

Calcolo il lavoro totale analizzando separatamente le varie trasformazioni.
Il lavoro svolto durante la trasformazione *AB* è nullo, in quanto è una trasformazione isocòra e quindi non c'è variazione di volume: $W_{AB} = 0\ \text{J}$.

Calcolo il volume nello stato *C* sapendo che *BC* è una trasformazione isoterma:

$$T_B = T_C \Rightarrow p_B V_B = p_C V_C \text{ allora}$$

$$V_C = V_B \cdot \frac{p_C}{p_B} = 4{,}0 \times 10^{-3}\ m^3 \times \frac{1{,}7 \times 1{,}01 \times 10^5\ \text{Pa}}{1{,}2 \times 1{,}01 \times 10^5\ \text{Pa}} = 5{,}7 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 = 5{,}7\ \text{dm}^3.$$

Calcolo la temperatura nello stato *A*.

$$V_A = V_B \Rightarrow \frac{T_A}{p_A} = \frac{T_B}{p_B} \text{ allora } T_A = T_B \cdot \frac{p_A}{p_B} = 315\ \text{K} \times \frac{1{,}2 \times 1{,}01 \times 10^5\ \text{Pa}}{1{,}7 \times 1{,}01 \times 10^5\ \text{Pa}} = 222\ \text{K}.$$

Calcolo il prodotto *nR*, visto che non conosco il numero di moli di gas.

$$p_A V_A = nRT_A \Rightarrow nR = \frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{1{,}2 \times 1{,}01 \times 10^5\ \text{Pa} \times 4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{222\ \text{K}} = 2{,}2\ \text{J/K}.$$

Il lavoro svolto nella trasformazione isoterma BC è dunque:

$$\mathbf{W_{BC}} = nRT\ln\frac{V_C}{V_B} = 2,2\ \mathrm{J/K} \times 315\ \mathrm{K} \times \ln\frac{5,7\times10^{-3}\ \mathrm{m^3}}{4,0\times10^{-3}\ \mathrm{m^3}} = 0,25\ \mathrm{kJ}.$$

Infine, il lavoro svolto durante tutta la trasformazione ABC è:

$$\mathbf{W} = W_{AB} + W_{BC} = W_{BC} = 0,25\ \mathrm{kJ}.$$

Calcolo la variazione di energia interna.

Ricavo la variazione di energia interna dalla formula per i gas biatomici:

$$\mathbf{\Delta U} = \frac{5}{2}nR\cdot\Delta T = \frac{5}{2}nR\cdot(T_C - T_A) = \frac{5}{2}\times 2,2\ \mathrm{J/K}\times(315\ \mathrm{K} - 222\ \mathrm{K}) = 0,51\ \mathrm{kJ}$$

Calcolo il calore assorbito.

Applico il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - W \Rightarrow \mathbf{Q} = \Delta U + W = 0,51\ \mathrm{kJ} + 0,25\ \mathrm{kJ} = 0,76\ \mathrm{kJ}$$

55 ★★☆

Un cilindro contiene 0,30 moli di gas perfetto alla temperatura di 300 K. Il gas si espande isotermicamente da un volume iniziale di 0,20 m^3 a un volume finale di 0,35 m^3.

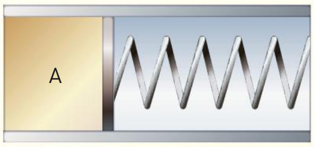
- Quanto calore deve essere fornito al gas per mantenere costante la temperatura?

[$4,2 \times 10^2$ J]

56 ★★★

OLIMPIADI DELLA FISICA Un cilindro orizzontale ha l'area di base S = 0,1 m^2 ed è diviso in due parti da un pistone perfettamente scorrevole e a tenuta. Il pistone è sottoposto, come in figura, all'azione di una molla che ha una costante di elasticità $k = 200\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Quando la molla è a riposo, il pistone è in contatto con la parete sinistra del cilindro (quindi la parte A ha volume nullo).

Nella parte A vengono introdotte 0,010 moli di elio e il tutto è portato a temperatura T = 300 K. Successivamente il gas viene riscaldato lentamente fino a raddoppiare il volume iniziale. Trascura la capacità termica del cilindro e del pistone e tutte le eventuali perdite di calore verso l'esterno e calcola:



- il volume V e la pressione p del gas.
- la quantità di calore necessaria per il riscaldamento.

(*Olimpiadi della fisica*, 2004, *gara di 2° livello*)

[$3,53\times 10^{-2}$ m^3; 706 Pa; 150 J]

57 ★★★

OLIMPIADI DELLA FISICA Un cilindro, chiuso nella parte superiore da un pistone mobile, contiene una certa quantità di elio. Con una trasformazione molto lenta, rappresentata nel piano V-p da una retta, l'elio viene portato allo stato A, caratterizzato da p_A = 40,0 kPa, V_A = 3,00 dm^3 e T_A = 300 K, allo stato B, caratterizzato da p_B = 150 kPa e V_B = 1,00 dm^3. Successivamente il gas viene riportato dallo stato B allo stato iniziale A mediante una trasformazione isocòra seguita da una trasformazione isòbara.

Calcola:

- la temperatura del gas nello stato B.
- il calore scambiato dal gas con l'ambiente esterno durante la trasforamzione dallo stato A allo stato B.
- il lavoro utile compiuto dal ciclo.

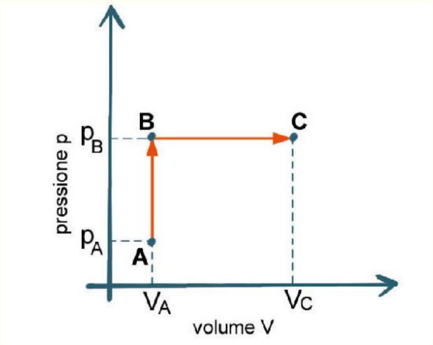
(*Modificato dalle Olimpiadi della fisica, gara regionale*, 1997)

[375 K; –145 J; –110 J]

7 I CALORI SPECIFICI DEL GAS PERFETTO

PROBLEMA MODELLO 7 CALCOLO DEL CALORE SPECIFICO DELL'ELIO A VOLUME E A PRESSIONE COSTANTE

Un recipiente cilindrico contiene 0,109 mol di elio, che compiono la trasformazione rappresentata in figura, costituita da una trasformazione isocòra AB e da una isòbara BC. I valori del volume, della pressione e della temperatura allo stato iniziale sono rispettivamente 2,00 L, 1,30 atm e 290 K. La pressione finale è uguale a 1,90 atm e la temperatura finale è di 640 K.



- **Calcola il calore specifico dell'elio a volume costante.**
- **Calcola il calore specifico dell'elio a pressione costante.**
- **Coi risultati trovati, verifica la relazione esistente tra c_p e c_V.**

DATI

Numero di moli: $n = 0,109$ mol
Volume nello stato A: $V_A = 2,00$ L
Pressione nello stato A: $p_A = 1,30$ atm
Temperatura nello stato A: $T_A = 290$ K
Pressione nello stato C: $p_C = 1,90$ atm
Temperatura nello stato C: $T_C = 640$ K

INCOGNITE

Calore specifico a volume costante: $c_V = ?$
Calore specifico a pressione costane: $c_p = ?$

L'IDEA

- La trasformazione complessiva è formata da una isocòra seguita da una isòbara.
- Per calcolare $c_V = \left(\frac{Q}{m \cdot \Delta T}\right)_{isocora}$ ricaviamo il calore assorbito durante la trasformazione AB dal primo principio della termodinamica: osserviamo che il lavoro nel caso della trasformazione isocora è nullo e che $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$, quindi $Q = \Delta U$.
- Per calcolare $c_p = \left(\frac{Q}{m \cdot \Delta T}\right)_{isobara}$, troviamo il calore assorbito durante la trasformazione BC, utilizzando il primo principio della termodinamica: osserviamo che $Q = \Delta U + W = \frac{3}{2} nR\Delta T + p \cdot \Delta V$.
- Per calcolare la massa m di elio contenuta nel recipiente, ricaviamo dalla tavola periodica che la massa di una mole è uguale a $\mathcal{M} = 4,00$ g/mol e ricordiamo che $m = n \cdot \mathcal{M}$.

LA SOLUZIONE

Calcolo la massa di gas contenuta nel recipiente.
Conoscendo la massa di una mole ricaviamo: $m = n \cdot \mathcal{M} = 0,109 \text{ mol} \times 4,00 \text{ g/mol} = 0,436 \text{ g}$.

Calcolo il calore specifico dell'elio a volume costante.
Dall'equazione dei gas perfetti, calcolo la temperatura nello stato B sapendo che AB è una trasformazione isocora:

$$V_A = V_B \quad \Rightarrow \quad \frac{T_A}{p_A} = \frac{T_B}{p_B} \quad \text{allora} \quad T_B = T_A \cdot \frac{p_B}{p_A} = 290 \text{ K} \times \frac{1,90 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,30 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} = 424 \text{ K}.$$

Calcolo la variazione di energia interna durante la trasformazione *AB*.

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR \cdot \Delta T_{AB} = \frac{3}{2} nR \cdot (T_B - T_A) = \frac{3}{2} \times 0,109 \text{ mol} \times 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \times (424 \text{ K} - 290 \text{ K}) = 182 \text{ J}.$$

Dal primo principio della termodinamica per una trasformazione isocòra: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = \Delta U_{AB} = 182$ J; quindi:

$$c_V = \left(\frac{Q_{AB}}{m \cdot \Delta T_{AB}}\right)_{isocora} = \left(\frac{182 \text{ J}}{4,36 \times 10^{-4} \text{ kg} \times 134 \text{ K}}\right) = 3,12 \times 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}.$$

Calcolo il calore specifico dell'elio a pressione costante.
Calcolo il volume nello stato C, dove BC è una trasformazione isobara:

$$p_B = p_C \Rightarrow \frac{T_B}{V_B} = \frac{T_C}{V_C} \quad \text{allora} \quad V_C = V_B \cdot \frac{T_C}{T_B} = 2,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times \frac{640 \text{ K}}{424 \text{ K}} = 3,02 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 3,02 \text{ L}.$$

Calcolo la variazione di energia interna durante la trasformazione isobara:

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} n R \cdot \Delta T_{BC} = \frac{3}{2} n R \cdot (T_C - T_B) = \frac{3}{2} \times 0,109 \text{ mol} \times 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \times (640 \text{ K} - 424 \text{ K}) = 294 \text{ J}.$$

Il lavoro svolto da B a C è:

$$W_{BC} = p_C \cdot \Delta V_{BC} = p_C \cdot (V_C - V_B) = 1{,}90 \times 1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa} \times (3{,}02 - 2{,}00) \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 196 \text{ J}.$$

Calcolo il calore assorbito usando il primo principio della termodinamica:

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC} = 294 \text{ J} + 196 \text{ J} = 490 \text{ J}.$$

Quindi:

$$c_p = \left(\frac{Q_{BC}}{m \cdot \Delta T_{BC}}\right)_{isobara} = \left(\frac{490 \text{ J}}{4{,}36 \times 10^{-4} \text{ kg} \times 216 \text{ K}}\right) = 5{,}20 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}).$$

Calcolo il rapporto tra i due calori specifici.

Il rapporto tra i due valori trovati è

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{5{,}20 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})}{3{,}12 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})} = 1{,}67,$$

come ci si aspettava dal momento che l'elio è un gas monoatomico.

67 ★★★ Un recipiente cilindrico contiene del gas che subisce un abbassamento di temperatura di 33 °C. Durante la trasformazione a volume costante vengono ceduti all'ambiente esterno $4{,}0 \times 10^5$ J/mol.
Sai che $c_p = 0{,}63 \times 10^3$ J/(kg · K) e la massa molare è uguale a 30 kg/mol.

▸ Calcola la costante γ del gas.

[$\gamma = 1{,}6$]

68 ★★★ **OLIMPIADI DELLA FISICA** Una massa di 2,00 g di elio è racchiusa in un cilindro; il volume è di 2,00 litri e la temperatura di 0,0 °C. Il gas viene riscaldato in modo che p/V sia costante fino a quando il volume è raddoppiato. Poi il riscaldamento continua a pressione costante fino a raggiungere un volume di 5,00 litri. Successivamente la pressione è ridotta al valore iniziale, a volume costante, e infine il gas viene riportato nelle condizioni iniziali a pressione costante. Tutte le trasformazioni sono reversibili.

▸ Disegna il diagramma del ciclo, nel piano $(p\text{-}V)$.

▸ Calcola il valore di p, V e T ai vertici del ciclo.

▸ Determina il calore e il lavoro scambiato in ogni trasformazione, e il verso dello scambio.

▸ Quante volte il ciclo deve essere ripetuto per sollevare di 80 metri una massa di 650 kg?

[Vertice A: 273 K; $2{,}00 \times 10^{-3}$ m^3; 0,567 MPa
Vertice B: $1{,}09 \times 10^3$ K; $4{,}00 \times 10^{-3}$ m^3; 1,13 MPa
Vertice C: $1{,}37 \times 10^3$ K; $5{,}00 \times 10^{-3}$ m^3; 1,13 MPa
Vertice D: 682 K; $5{,}00 \times 10^{-3}$ m^3; 0,567 MPa
Trasformazione AB: $W = 1{,}70$ kJ; $Q = 6{,}80$ kJ
Trasformazione BC: $W = 1{,}13$ kJ; $Q = 2{,}84$ kJ
Trasformazione CD: $W = 0$; $Q = -4{,}26$ kJ
Trasformazione DA: W = −1,70 kJ; $Q = -4{,}25$ kJ
$N = 4{,}5 \times 10^2$ cicli]

(*Modificato dalle Olimpiadi italiane della fisica*, 1990. *Selezione regionale*)

8 LE TRASFORMAZIONI ADIABATICHE

PROBLEMA MODELLO 8 L'EQUAZIONE DELLE ADIABATICHE QUASISTATICHE

Un gas perfetto monoatomico si trova alla temperatura di 350 K e occupa un volume di $4{,}38 \times 10^{-3}$ m^3. Poi un'espansione adiabatica quasistatica porta il gas a occupare un volume di $7{,}05 \times 10^{-3}$ m^3.

▸ **Calcola la temperatura del gas al termine dell'espansione.**

DATI

Temperatura iniziale: $T_0 = 350$ K
Volume iniziale: $V_0 = 4{,}38 \times 10^{-3}$ m^3
Volume finale: $V = 7{,}05 \times 10^{-3}$ m^3

INCOGNITE

Temperatura finale: $T = ?$

L'IDEA

Il gas contenuto nel recipiente è perfetto e monoatomico e l'espansione è adiabatica: dunque possiamo usare l'equazione che lega temperatura e volume per ricavare la temperatura finale.

LA SOLUZIONE

Impongo l'equazione delle adiabatiche quasistatiche.

Il gas perfetto monoatomico ha $\gamma = \frac{5}{3}$. L'equazione che mette in relazione temperatura e volume è quindi

$$TV^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad TV^{\frac{5}{3}-1} = T_i V_i^{\frac{5}{3}-1} \qquad \text{allora } TV^{\frac{2}{3}} = T_i V_i^{\frac{2}{3}}$$

Ricavo la temperatura T.

$$T = \frac{T_i V_i^{\frac{2}{3}}}{V^{\frac{2}{3}}} = T_i \left(\frac{V_i}{V}\right)^{\frac{2}{3}} = T_i \sqrt[3]{\left(\frac{V_i}{V}\right)^2} = 350\ \text{K} \times \sqrt[3]{\left(\frac{4,38 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{7,05 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}\right)^2} = 255\ \text{K}$$

PER NON SBAGLIARE

La temperatura iniziale era 350 K e quella finale risulta 255 K. Durante l'espansione adiabatica la temperatura è diminuita, come previsto dal primo principio della termodinamica, e la diminuzione di temperatura è stata di 95 K.

77 ★★★ 2,00 moli di gas perfetto monoatomico sono contenute in un cilindro con un volume iniziale di $5,25 \times 10^{-2}$ m³. Il gas si trova alla temperatura di 310 K e viene compresso adiabaticamente fino a raggiungere il volume di $2,50 \times 10^{-2}$ m³.
Determina:
- la pressione iniziale del gas;
- la temperatura finale del gas;
- la pressione finale del gas.

[$9,82 \times 10^4$ Pa; 508 K; $3,38 \times 10^5$ Pa]

78 ★★★ Un recipiente chiuso da un pistone a tenuta costante contiene un gas perfetto monoatomico. Con una trasformazione quasistatica viene dimezzato il volume iniziale. Durante il processo la variazione di temperatura è la metà di quella che si avrebbe se il processo fosse adiabatico.
- Calcola di quanto è variata percentualmente la temperatura assoluta del sistema alla fine del processo quasisatico.

[30%]

PROBLEMI GENERALI

12 ★★★ 0,50 moli di un gas perfetto si trovano in uno stato termodinamico caratterizzato da una pressione p_A = 2,0 kPa e da un volume V_A = 1,3 m³. Il gas subisce prima una trasformazione isocòra che ne varia la pressione da p_A a p_B = 0,70 kPa e successivamente una trasformazione isòbara che ne porta la temperatura a un valore T_C = 600 K.
- Determina per ciascuno degli stati *A*, *B*, *C* i valori delle tre variabili termodinamiche.
- Disegna in un riferimento *p*-*V* i grafici che rappresentano le due trasformazioni.
- Calcola il lavoro totale compiuto dal gas durante le due trasformazioni.

[$T_A = 6,3 \times 10^2$ K; $T_B = 2,2 \times 10^2$ K; $V_C = 3,6$ m³; $1,6 \times 10^3$ J]

13 ★★★ Un gas perfetto è contenuto in un recipiente ermeticamente chiuso. Il gas occupa inizialmente il volume del recipiente alla pressione di 10^5 Pa e alla temperatura di 300 K. Il gas subisce una trasformazione a volume costante passando da stati successivi in cui la pressione vale $2,0 \times 10^5$ Pa, $3,0 \times 10^5$ Pa, $4,0 \times 10^5$ Pa.
- Calcola la temperatura del gas in questi tre stati.
- Disegna prima in un grafico *V*-*p* e poi in un grafico *T*-*V* questa trasformazione.

[$6,0 \times 10^2$ K; $9,0 \times 10^2$ K; $1,2 \times 10^3$ K]

14 ★★★ Una quantità di acqua di 1,00 kg, che occupa un volume di $1,25 \times 10^{-2}$ m³, si trova alla temperatura di 100 °C e inizia a bollire alla pressione di $1,01 \times 10^5$ Pa. Il volume occupato dal vapore dopo che tutta l'acqua si è trasformata a pressione costante è di 1,75 m^3. Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua a 100 °C è: $\gamma = 2{,}26 \times 10^6$ J/kg. Determina:

- il calore che viene fornito al sistema;
- il lavoro compiuto dal sistema;
- la variazione di energia interna del sistema.

[$2{,}26 \times 10^6$ J; $1{,}77 \times 10^5$ J; $2{,}08 \times 10^6$ J]

15 ★★★ Nei cilindri dei motori diesel avvengono continue trasformazioni adiabatiche. Infatti l'aria viene compressa velocemente in modo da provocare un improvviso aumento della temperatura; così si ottiene l'accensione del combustibile senza bisogno di candele. Immagina che il pistone comprima l'aria nel cilindro a tal punto da ridurne il volume fino a 1/10 del suo valore iniziale. Allo stato iniziale i valori della temperatura e della pressione sono: $T_0 = 25$ °C e $p_0 = 1{,}00$ atm. Considera l'aria contenuta nei cilindri come un gas perfetto.

- Calcola i valori finali della pressione p e della temperatura T.

Suggerimento: l'aria nei cilindri è costituita essenzialmente da N_2 e O_2.

[$2{,}54 \times 10^6$ Pa; 749 K]

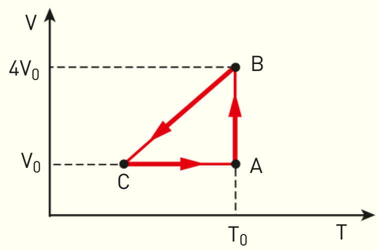
TEST

9 Un recipiente di 40 L è diviso in due parti uguali da una membrana di gomma. Una parte del recipiente contiene 1,5 moli di un gas ideale monoatomico a una temperatura di 250 K, mentre nell'altra c'è il vuoto. Il recipiente è ben isolato, per cui non c'è scambio di calore con l'ambiente circostante. La membrana si rompe e, alla fine, il gas raggiunge una nuova situazione di equilibrio, occupando l'intero volume. Qual è la temperatura finale del gas?

A 125 K
B 157 K
C 180 K
D 250 K

Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2008/2009

10 One mole of an ideal gas in initial state A undergoes a cyclic process $ABCA$, as shown in the figure.



Its pressure in A is P_0. Choose the correct option(s) from the following:

A internal energies at A and B are the same.
B work done by the gas in the process AB is $p_0 V_0 \ln 4$
C pressure at C is $p_0/4$
D temperature at C is $T_0/4$.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2010

11 In termodinamica lo stato di un sistema costituito da un gas perfetto è definito:

A dalla sua posizione.
B solo dalla temperatura.
C da pressione, volume e temperatura.
D in modo sempre approssimativo.

12 L'energia interna è una funzione di stato?

A Dipende dallo stato del sistema.
B Sì.
C No.
D Dipende dal tipo di trasformazione che subisce.

13 Il principio zero della termodinamica:

A è valido solo se le variabili termodinamiche sono tutte nulle.
B è una legge puramente astratta.
C permette di stabilire se i corpi hanno temperatura nulla.
D implica una condizione di equilibrio termico fra più corpi e una relazione di transitività.

14 Considera tre sistemi termodinamici A, B e C. Quali delle seguenti affermazioni costituiscono applicazioni corrette del principio zero della termodinamica e della definizione di equilibrio termodinamico?

A Se A e B sono in equilibrio termodinamico con C, sono anche in equilibrio termico fra loro.
B Se A e B sono in equilibrio termico con C, sono anche in equilibrio termodinamico fra loro.
C Se A e B sono in equilibrio chimico con C, sono anche in equilibrio termodinamico fra loro.
D Se A e B sono in equilibrio termodinamico con C, sono anche in equilibrio chimico fra loro.

15 Comprimendo un gas perfetto in un cilindro isolato termicamente:

A l'energia interna del gas aumenta.

B l'energia interna del gas diminuisce.

C l'energia interna del gas rimane invariata.

D non è possibile stabilire di che segno è la variazione di energia interna.

16 In un grafico *pressione-volume* una trasformazione isocòra di un gas perfetto è rappresentata da :

A una retta.

B una retta parallela all'asse p delle pressioni.

C un ramo di iperbole equilatera.

D un ramo di iperbole.

17 Un gas perfetto viene riscaldato a volume costante. Quale delle affermazioni seguenti è corretta?

A Il calore fornito al gas durante la trasformazione provoca un aumento della sua energia interna.

B Il calore acquistato dal gas durante la trasformazione provoca una diminuzione della sua energia interna.

C L'energia interna del gas rimane costante, come il volume.

D Il lavoro prodotto dal gas provoca una diminuzione della sua energia interna.

18 In una trasformazione ciclica, quale grandezza assume lo stesso valore del calore scambiato complessivamente?

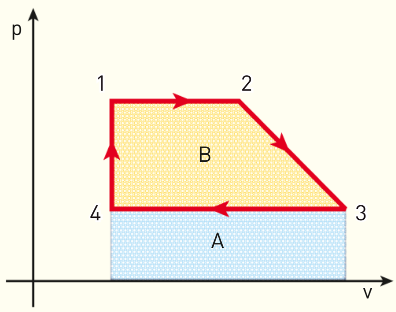
A La variazione di temperatura.

B La variazione di energia interna.

C Il lavoro svolto dal sistema.

D Il lavoro delle forze esterne al sistema.

19 Nella trasformazione ciclica 1-2-3-4-1 di un gas perfetto rappresentata nella figura che segue, il lavoro svolto dal gas sull'ambiente è rappresentato dall'area:



A *A*.

B *B*.

C *A* + *B*.

D *A* – *B*.

20 È possibile comprimere adiabaticamente un gas perfetto a temperatura costante?

A Sì e il lavoro compiuto dal gas sarà positivo.

B Sì e il lavoro compiuto dal gas sarà negativo.

C Sì e il lavoro compiuto dal gas sarà nullo.

D No, non è possibile.

21 Prova ad aprire e poi richiudere lo sportello del freezer. Vedrai che la guarnizione dello sportello del freezer appare un po' compressa dallo sportello. Perché?

A Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione isocòra che riduce la pressione.

B Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione isòbara che mantiene costante le pressione.

C Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione adiabatica che riduce la pressione.

D Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione isoterma che riduce la pressione.

22 Il rapporto fra il calore specifico a volume costante e il calore specifico a pressione costante per un gas perfetto, espresso in funzione del numero l di gradi di libertà del gas, vale:

A $\frac{l+2}{l}$

C $\frac{l}{l+2}$

B $\frac{l+2}{2}$

D $\frac{2}{l+2}$

23 Il lavoro necessario per comprimere una mole di gas perfetto ben isolato termicamente:

A non è mai nullo.

B è nullo perché non c'è scambio di calore con l'esterno.

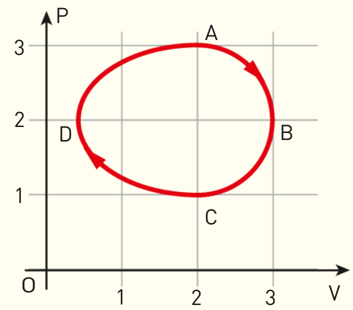
C viene fornito dallo stesso gas.

D non può essere espresso in Joule ma in Pascal.

E non dipende dal valore del volume finale a cui si giunge.

Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina Veterinaria, 2008/2009

24 The figure shows the *P*-*V* plot of an ideal gas taken through a cycle ABCDA. The part ABC is a semi-circle and CDA is half of an ellipse. Then,



A the process during the path A → B is isothermal.

B heat flows out of the gas during the path B → C → D.

C work done during the path A → B → C is zero.

D positive work is done by the gas in the cycle ABCDA.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2009/2010

25 C_V and C_p denote the molar specific heat capacities of a gas at constant volume and constant presasure, respectively. Then:

A $C_p - C_V$ is larger for a diatomici deal gas than for monoatomici deal gas

B $C_p + C_V$ is larger for a diatomici deal gas than for monoatomici deal gas

C C_p / C_V is larger for a diatomici deal gas than for monoatomici deal gas

D $C_p \cdot C_V$ is larger for a diatomici deal gas than for monoatomici deal gas

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2009