

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. L'entropia di un sistema isolato	<p> ANIMAZIONE</p> <p>L'entropia di un sistema isolato</p> <p>Si dimostra che in un sistema isolato in cui avvengono soltanto trasformazioni reversibili la variazione di entropia è nulla.</p>	3
	<p> ANIMAZIONE</p> <p>L'entropia dell'Universo</p> <p>Può un frigorifero aumentare l'entropia dell'Universo? Come?</p>	1
6. Il secondo principio dal punto di vista molecolare	<p> ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>Ordine e disordine</p> <p>Gioca, misura, esercitati</p>	
MAPPA INTERATTIVA	<p> IN TRE MINUTI • L'entropia</p> <p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>	

VERSO IL CLIL

FORMULAE IN ENGLISH

AUDIO

Change in entropy

$$\Delta S = \left(\frac{Q}{T} \right)_R$$

The change in entropy for a system is the ratio of the heat flow Q into the system and the temperature T at which the change take place. The sub script R indicates that the change is reversible.

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

- Why is the entropy of an isolated system destined to either remain constant or increase?

Entropy is an extensive thermodynamic property, defined as the measure of a system's thermal energy per unit temperature that is unavailable for doing useful work. The second law of thermodynamics represented in terms of entropy states that the entropy in an isolated system always increases or remains constant. An isolated system is a thermodynamic system that has no interaction with the surroundings and for which changes in the system have no effect on the surroundings. The conservation law tells us that the total energy of an isolated system (the sum of the internal, kinetic, potential energies etc) remains constant over time and therefore the entropy – the thermal energy unavailable for useful work – of the system can only increase or, in the limit of a reversible process, remain constant.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 LA DISUGUAGLIANZA DI CLAUSIUS

- 2 Perché una quantità di calore scambiata con un basso dislivello di temperatura è meno utile della stessa quantità di calore scambiata con un dislivello di temperatura più alto?
- 3 In natura vale l'uguaglianza di Clausius?
- 4 **COSA SUCCEDERE SE** Cosa succede se la stessa macchina termica viene utilizzata all'equatore e al polo nord?

PROBLEMA MODELLO 1 POMPA DI CALORE SU UN CICLO DI CARNOT

Una pompa di calore che lavora su un ciclo di Carnot ha un coefficiente di guadagno di 10,3. Quando fa freddo, per mantenere in casa una temperatura di 21 °C, il motore della macchina termica assorbe 25,0 kW di energia elettrica ogni secondo.

- Calcola il calore scambiato con le sorgenti (atmosfera - sorgente fredda - e interno della casa - sorgente calda) ogni secondo.
- Calcola la temperatura esterna.

■ DATI

Temperatura interna:
 $T_2 = (273 + 21) \text{ K} = 294 \text{ K}$
 Potenza erogata: $P = 25,0 \text{ kW}$
 Coefficiente di guadagno: $K = 10,3$

■ INCOGNITE

Calore assorbito (positivo): $Q_1 = ?$
 Calore ceduto (negativo): $Q_2 = ?$
 Temperatura esterna: $T_1 = ?$

L'IDEA

La potenza elettrica assorbita dalla pompa di calore, moltiplicata per l'unità di tempo, corrisponde al lavoro necessario per far funzionare la macchina. Conoscendo il coefficiente di guadagno e il lavoro possiamo ricavare il calore ceduto alla sorgente calda e quello acquistato dalla sorgente fredda. Infine poiché si tratta di una macchina termica reversibile, nella disuguaglianza di Clausius vale il segno = anziché \leq .

LA SOLUZIONE

Calcolo il lavoro necessario per mantenere in funzione la pompa di calore ogni secondo.

$$P = 2,50 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{s}} \Rightarrow W = Pt = \left(2,50 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{s}}\right) \times (1 \text{ s}) = 2,50 \times 10^4 \text{ J}.$$

Calcolo i calori scambiati Q_1 e Q_2 sfruttando la definizione di coefficiente di guadagno.

Dalla definizione di coefficiente di guadagno ricavo direttamente il modulo del calore ceduto Q_2 :

$$K = \frac{|Q_2|}{W} \Rightarrow |Q_2| = WK = (2,50 \times 10^4 \text{ J}) \times 10,3 = 2,58 \times 10^5 \text{ J}.$$

Dal primo principio della termodinamica ottengo il calore assorbito Q_1 :

$$Q_1 = |Q_2| - |W| = (2,58 \times 10^5 - 2,5 \times 10^4) \text{ J} = 2,33 \times 10^5 \text{ J}.$$

Applico l'uguaglianza di Clausius e risolvo rispetto a T_1 .

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \Rightarrow T_1 = -T_2 \frac{Q_1}{Q_2} = -(294 \text{ K}) \times \frac{2,33 \times 10^5 \text{ J}}{-2,58 \times 10^5 \text{ J}} = 266 \text{ K} = -7,5 \text{ °C}.$$

PER NON SBAGLIARE

Fai attenzione alle convenzioni sui segni.

La pompa di calore assorbe calore dalla sorgente più fredda (l'atmosfera), cioè $Q_1 > 0$ e cede calore alla sorgente più calda (l'interno della casa) cioè $Q_2 < 0$.

- 9** ★★★ Una macchina termica assorbe 4,80 J da una sorgente a temperatura 800 K e cede 288 J a una sorgente a 300 K.
 ▶ Quanto vale l'espressione $\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i}$ per questa macchina?
 [−0,954 J/K]

- 10** ★★★ Ad ogni ciclo un frigorifero, per mantenere la sua temperatura di 4 °C, estrae 250 J di calore dal suo interno e cede 305 J di calore all'ambiente circostante a temperatura di 22 °C.
 ▶ Calcola il valore della disuguaglianza di Clausius.
 [−0,13 J/K]

- 11** ★★★ Una macchina termica irreversibile lavora tra le temperature di 10 °C e di 280 °C e il suo rendimento è di 0,350.
 Si sa inoltre che $\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i} = 0,253 \frac{\text{J}}{\text{K}}$.

- ▶ Calcola il calore ceduto alla sorgente fredda in ogni ciclo.
 ▶ Calcola il calore assorbito dalla sorgente calda in ogni ciclo.
 [337 J; 519 J]

- 12** ★★★ Una macchina termica lavora tra le temperature di 273 K e di 420 K e la quantità assorbita dalla sorgente calda è il 39,0 % superiore al calore ceduto che vale 295 J.
 ▶ Calcola quanto vale $\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i}$ per questa macchina termica.
 ▶ Si tratta di una macchina reversibile oppure irreversibile?
 [−0,104 J/K; irreversibile]

2 L'ENTROPIA

- 16** Quale trasformazione reversibile è isoentropica, cioè avviene senza variazione dell'entropia?
Suggerimento: pensa in quali modi una sommatoria può dare come risultato zero.

- 17** Se due cubetti di ghiaccio vengono gettati uno dopo l'altro in un recipiente d'acqua, come si calcola l'entropia?

- 18** L'entropia è una grandezza estensiva; ciò significa che lo sono anche la temperatura T e il calore Q che la definiscono?

- 21** ★★★ 18,5 kg di vapore acqueo condensano alla temperatura di 100 °C.
 Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua è $2,253 \times 10^6 \text{ J/kg}$.
 ▶ Calcola la variazione di entropia dovuta alla condensazione del vapore.
 [−1,12 × 10⁵ J/K]

- 22** ★★★ Durante una trasformazione isoterma reversibile 5,00 mol di un gas perfetto vengono compresse a un volume che è un quarto del volume iniziale.
 ▶ Calcola la variazione di entropia del sistema.
 ▶ Calcola la quantità di calore scambiata se la temperatura dell'isoterma è di 320 K.
 [−57,6 J/K; −1,84 × 10⁴ J]

- 23** ★★★ Un blocco di un certo materiale di massa 152 g fonde completamente alla pressione atmosferica normale e alla temperatura di 329 °C. La variazione di entropia nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido è di 5,81 J/K.
 ▶ Calcola il calore latente di fusione del blocco.
 ▶ Indica di che materiale si tratta.
 [$\lambda_f = 23,0 \times 10^3 \text{ J/kg}$; Piombo]

3 L'ENTROPIA DI UN SISTEMA ISOLATO

39 ★★★ Una casa ha una parete di legno spessa 20,0 cm e una superficie di 15,0 m². La temperatura interna della casa è di 300 K, mentre l'ambiente esterno si trova a una temperatura di 278 K.

(Coefficiente di conducibilità termica $\lambda_{\text{legno}} = 0,20 \text{ W/m} \cdot \text{K}$)

- ▶ Calcola la quantità di calore dispersa nell'ambiente in ogni secondo attraverso quella parete.
- ▶ Calcola l'aumento di entropia dovuto al passaggio di calore attraverso quella parete.

[330 J; $8,71 \times 10^{-2} \text{ J/K}$]

40 ★★★ Una serra è costituita da pannelli di vetro di spessore 5,00 ($\lambda_{\text{vetro}} = 0,93 \text{ W/m} \cdot \text{K}$). La differenza di tempe-

ratura tra l'interno della serra e l'ambiente esterno è di 12,0 K. Attraverso una parete si ha una dispersione di calore di $22,0 \times 10^3 \text{ J}$ ogni secondo.

- ▶ Calcola la superficie della parete
- ▶ Calcola l'aumento di entropia se all'interno del magazzino vi è una temperatura di 15,0 °C.

[9,86 m²; 3,32 J/K]

41 ★★★ Un sistema isolato è costituito da due sorgenti a temperature di 277 °C e di 52,0 °C. L'aumento di entropia è 2,85 J/K.

- ▶ Calcola il valore scambiato tra le due sorgenti se queste vengono poste a contatto per breve tempo.

[$2,26 \times 10^3 \text{ J}$]

4 IL QUARTO ENUNCIATO DEL SECONDO PRINCIPIO

47 **APPLICA I CONCETTI** Nelle trasformazioni reali (quelle che avvengono spontaneamente in natura) la variazione di entropia è negativa?

48 Perché la negazione dell'enunciato di Clausius del secondo principio della termodinamica implica la negazione del quarto enunciato?

Suggerimento: calcola la variazione di entropia che si avrebbe nel caso di una trasformazione che nega l'enunciato di Clausius.

5 L'ENTROPIA DI UN SISTEMA NON ISOLATO

54 Un giovane studente ha appena terminato un'esercitazione di laboratorio di fisica. È incredulo perché ha svolto un esperimento in cui l'entropia è diminuita: cosa concludi?

55 **APPLICA I CONCETTI** La variazione di entropia nell'esperimento del quesito precedente è pari a $-0,65 \text{ J/K}$. Qual è la variazione minima dell'entropia dell'ambiente?

PROBLEMA MODELLO 5 L'ENTROPIA DI UN FRIGORIFERO

Un frigorifero di classe A++ ha un coefficiente di prestazione pari alla metà di quello di una macchina ideale nelle stesse condizioni e assorbe mediamente una potenza elettrica di 100 W. Nel comparto cibi la temperatura è mantenuta costante a 4,0 °C e il gas compresso nel condensatore esterno ha la temperatura di 32 °C.

- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'universo in un giorno.
- ▶ Determina l'espressione per l'entropia in funzione del COP.

■ DATI

Temperature delle due sorgenti:

$$T_1 = (273 + 4,0) \text{ K} = 277 \text{ K}$$

$$T_2 = (273 + 32) \text{ K} = 305 \text{ K}$$

Potenza elettrica assorbita: $P = 100 \text{ W} = 100 \text{ J/s}$.

Relazione tra coefficiente di prestazione reale e coefficiente di prestazione ideale:

$$\text{COP}_{\text{reale}} = \frac{\text{COP}_{\text{ideale}}}{2}$$

Intervallo di tempo: $\Delta t = 1 \text{ d} = 86400 \text{ s}$

■ INCOGNITE

Variazione di entropia dell'universo in un giorno $\Delta S = ?$

L'IDEA

- Poiché l'entropia è una funzione di stato, al completamento di ogni ciclo la variazione di entropia del sistema-frigorifero è nulla. Per calcolare l'entropia dell'universo, dobbiamo quindi calcolare la variazione di entropia dell'ambiente, cioè dovuta allo scambio di calore del frigorifero con le sorgenti: $S_{universo} = S_{frigorifero} + S_{ambiente} = 0 + S_{ambiente}$.
- Non sappiamo quanti cicli vengono compiuti in un secondo, ma conosciamo, attraverso la potenza, il lavoro compiuto dall'esterno ogni secondo.
- Una macchina termica frigorifera ideale ha un coefficiente di prestazione $COP = \frac{Q_1}{|W|} = \frac{Q_1}{|Q_2| - Q_1}$ che è maggiore di quello di un frigorifero reale: $Q_1 > 0$ è il calore sottratto alla sorgente fredda, W è il lavoro compiuto (il frigorifero compie lavoro negativo), $Q_2 < 0$ il calore ceduto all'ambiente in un ciclo. Ricordiamo dal capitolo precedente che il COP dà una misura del rendimento e, nel caso di una macchina ideale (reversibile), possiamo esprimerlo in funzione delle temperature delle sorgenti, cioè: $COP = \frac{1 - \eta}{\eta} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$.

LA SOLUZIONE

Determino il lavoro compiuto dal frigorifero e il suo COP reale.

Dalla potenza del frigorifero posso ricavare il lavoro che compie: $W = Pt = 100 \text{ J/s} \times 1 \text{ s} = 100 \text{ J}$.

Conoscendo le temperature tra cui lavora calcolo il COP che avrebbe se fosse una macchina ideale:

$$COP = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{277 \text{ K}}{(305 - 277) \text{ K}} = 9,89; \text{ sappiamo che il COP reale del frigorifero è } COP_{reale} = \frac{COP}{2} = 4,95.$$

Determino le quantità di calore scambiate con le sorgenti ogni secondo.

Il frigorifero preleva dal suo interno (sorgente fredda) una quantità di calore $Q_1 > 0$:

$$Q_1 = COP_{reale} |W| = 4,95 \times 100 \text{ J} = 495 \text{ J} \text{ (assorbito dal frigorifero, ceduto dall'interno)}$$

e cede all'esterno (sorgente calda) una quantità $Q_2 < 0$: $|Q_2| = Q_1 + |W| = (495 + 100) \text{ J} = 595 \text{ J}$ (ceduto dal frigorifero, assorbito dall'esterno).

Calcolo la variazione di entropia dell'ambiente.

La variazione di entropia dell'ambiente, e dunque dell'universo, è dovuta agli scambi di calore con le sorgenti per ogni secondo:

$$\Delta S_{ambiente} = \frac{-Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{-495 \text{ J}}{277 \text{ K}} + \frac{595 \text{ J}}{305 \text{ K}} = (-1,787 + 1,951) \text{ K} = 0,164 \text{ J/K}.$$

Quindi in un giorno la variazione di entropia sarà

$$\Delta S_{ambiente} = \Delta S_{universo} = 86400 \times (0,164 \text{ J/K}) = 1,42 \times 10^4 \text{ J/K}.$$

PER NON SBAGLIARE

Fai attenzione alle convenzioni dei segni:

- se consideri il frigorifero, il calore viene assorbito dalla sorgente fredda (interno) e ceduto a quella calda (esterno): $Q_1 > 0$ (assorbito), $Q_2 < 0$ (ceduto).
- Se consideri l'ambiente (formato cioè da interno+esterno), il calore viene ceduto dalla sorgente fredda (interno) e acquistato dalla sorgente calda (esterno): $Q_1 < 0$ (ceduto), $Q_2 > 0$ (assorbito).

59 ★★★ Una macchina di Carnot lavora tra le temperature di 28,0 °C e 360 °C e compie un lavoro di 389 J in ogni ciclo di funzionamento.

- ▶ Calcola la variazione di entropia della sorgente calda.
- ▶ Calcola la variazione di entropia della sorgente fredda.

[−1,18 J/K; 1,19 J/K]

60 ★★★ Una macchina termica reale fa aumentare l'entropia dell'universo di una quantità pari a 0,221 J/K a ogni ciclo di funzionamento, assorbendo dalla sorgente calda una quantità di calore di 440 J. La macchina lavora tra sorgenti a temperatura di 0 °C e 100 °C.

- ▶ Calcola il rendimento della macchina reale.

[0,131]

61 ★★★ Una macchina termica reale basata su un ciclo di Carnot lavora tra due sorgenti alle temperature di 520 K e 1300 K. Ha un rendimento pari a un quarto del rendimento ideale e a ogni ciclo preleva dalla sorgente calda 500 J.

- ▶ Calcola la variazione dell'entropia dell'ambiente a ogni ciclo.
- ▶ Calcola la variazione dell'entropia dell'universo a ogni ciclo.

[0,433 J/K; 0,433 J/K]

6 IL SECONDO PRINCIPIO DAL PUNTO DI VISTA MOLECOLARE

64 **CONFRONTA** Fai un confronto tra l'entropia delle molecole d'aria che si muovono per agitazione termica all'interno di un recipiente e quella del traffico stradale mattutino di una grande metropoli, dove gli abitanti si spostano per andare al lavoro. Quali sono analogie e differenze? C'è una differenza sostanziale, quale?

65 **APPLICA I CONCETTI.** Considera il funzionamento di un mulinello di Joule.

- ▶ Prova a descrivere, seguendo il suggerimento, attraverso quali passaggi l'energia del sistema, durante il funzionamento della macchina, passa da forme *più ordinate* a forme *meno ordinate*:

Energia potenziale gravitazionale → *energia cinetica dei pesetti* → ... → ...

67 ★★★ Un meteorite di 10,0 kg, che si muove con una velocità di 25,6 km/s, cade su un pianeta privo di atmosfera. Nell'urto anelastico il calore sviluppato viene completamente assorbito dal pianeta che non varia la sua tempe-

ratura. Assumi che la temperatura sia uguale a 4,00 K.

- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'Universo in seguito all'urto.

[8,19 × 10⁸ J/K]

68 ★★★ Un bambino di 31,0 kg scende 5 volte da uno scivolo, senza attrito, e si immerge nel mare con una velocità di 23,2 m/s. Nell'urto (anelastico) con il mare tutta l'energia cinetica viene assorbita dal mare che non varia la sua temperatura. La temperatura del mare è di 24,2 °C.

- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'Universo dopo le 5 immersioni del bambino.
- ▶ Calcola la variazione di entropia se, invece di un bambino ci fosse un uomo di 85,3 kg che usa lo scivolo una volta sola e si immerge con velocità di 38,1 m/s.
- ▶ In quale dei due casi la variazione di entropia dell'Universo è maggiore?

[141 J/K; 208 J/K; uomo]

7 STATI MACROSCOPICI E STATI MICROSCOPICI

73 Torniamo a esaminare il comportamento delle otto molecole nella scatola (tabella del paragrafo 7). Considera i seguenti due macrostati:

- B** metà delle molecole sono da una parte e metà dall'altra della scatola;
- C** tutte le molecole sono dalla stessa parte della scatola.
- ▶ Qual è la molteplicità del macrostato C?
- ▶ Di quante volte il macrostato B è più probabile del macrostato C?

74 Che legame sussiste tra l'ordine di un microstato e la probabilità che si realizzi spontaneamente?

78 ★★★ Nel problema n. 76, hai ricavato la relazione fra il numero di configurazioni C, il numero di molecole del sistema

N e il numero m di parti di volume (o stati) accessibili alle molecole libere di muoversi. Una stanza ha dimensioni 4,0 m × 3,5 m × 3,0 m e contiene molecole d'aria alla temperatura ambiente (300 K) e alla pressione atmosferica standard (1 atm).

- ▶ Calcola il numero di molecole d'aria presenti nella stanza.
- ▶ Determina la probabilità che le molecole d'aria presenti nella stanza si trovino tutte in una metà del volume disponibile (tutte a destra, tutte a sinistra, tutte in alto o tutte in basso).

Suggerimento: determina la probabilità come rapporto fra il numero di macrostati favorevoli e il numero di configurazioni possibili.

[1,0 × 10²⁷; $\frac{4}{2^{10^{27}}}$]

79 **★★★** Cinque molecole possono muoversi liberamente in un recipiente. Considera tutti i possibili modi in cui si distribuiscono nella metà di sinistra e in quella di destra del contenitore. Aiutandoti con gli esempi riportati nel paragrafo:

- ▶ descrivi tutti i macrostati del sistema;
- ▶ calcola la molteplicità di ogni macrostato.

MACROSTATO	MOLTEPLICITÀ
$A_{5,0}$: 5 molecole a sinistra e 0 a destra	$W(A_{5,0}) = 1$

80 **★★★** Consulta la tabella del paragrafo 7 relativa ai possibili macrostati corrispondenti al sistema di otto molecole contenute in un recipiente. Considera i seguenti macrostati:

A: in una metà del contenitore ci sono da tre a cinque molecole;
 B: in una metà del contenitore ci sono tre oppure sei molecole.

- ▶ Qual è la molteplicità del macrostato A?
- ▶ Qual è la molteplicità del macrostato B?

$$\left[\frac{182}{256}, \frac{84}{256} \right]$$

81 **★★★** Costruisci una tabella delle molteplicità per sei molecole distinguibili che si possono muovere liberamente all'interno di un recipiente.

- ▶ Calcola la probabilità che in una qualunque metà del recipiente vi siano tre molecole.
- ▶ Calcola la probabilità che nella metà destra del recipiente *non* vi siano più di quattro molecole.
- ▶ Calcola la probabilità che nella metà sinistra del recipiente *non* vi siano meno di cinque molecole.

[20/64; 57/64; 7/64]

8 L'EQUAZIONE DI BOLTZMANN PER L'ENTROPIA

83 **APPLICA I CONCETTI** Perché possiamo affermare che l'entropia di un macrostato non può mai essere negativa?

84 Considera 4 molecole libere di muoversi in un recipiente

(consulta la tabella nel paragrafo 7). La variazione di entropia tra il macrostato $A_{3,1}$ in cui 3 molecole si trovano a sinistra e 1 a destra e il macrostato $A_{1,3}$ in cui 1 molecola si trova a sinistra e 3 a destra è nulla. Perché?

PROBLEMA MODELLO 6 VARIAZIONE DI ENTROPIA PER 8 MOLECOLE

Considera il sistema formato da 8 molecole distinguibili, le cui molteplicità sono elencate nella seconda tabella del paragrafo 7. Il macrostato $A_{7,1}$ è quello in cui 7 particelle sono a sinistra e 1 è a destra; il macrostato $A_{4,4}$ è quello simmetrico.

- ▶ Calcola la differenza di entropia tra lo stato $A_{4,4}$ (finale) e lo stato $A_{7,1}$ (iniziale).
- ▶ Calcola la variazione massima di entropia.

■ DATI

Molteplicità degli stati: vedi tabella del paragrafo 7
 $W(A_{7,1}) = 8 \dots$
 $W(A_{4,4}) = 70 \dots$

■ INCOGNITE

Variazione di entropia tra i due stati:
 $\Delta S = S(A_{4,4}) - S(A_{7,1}) = ?$
 Variazione di entropia massima $\Delta S_{\max} = ?$

L'IDEA

- Applichiamo la relazione $S(A) = k_B \ln W(A)$ tra l'entropia $S(A)$ di un macrostato A e la molteplicità W del macrostato A .

- Poiché calcoliamo la variazione di entropia da un macrostato meno probabile (7 molecole da una parte e solo una dall'altra) a uno più probabile (4 molecole per parte), ci aspettiamo che l'entropia aumenti e che quindi la variazione sia positiva (evoluzione spontanea).
- La variazione massima per l'entropia del sistema di 8 molecole si ha quando il sistema evolve dal macrostato più improbabile (tutte le molecole da una parte) al macrostato più probabile (quattro molecole per parte).

LA SOLUZIONE

Calcolo la variazione di entropia fra il macrostato $A_{7,1}$ e il macrostato $A_{4,4}$.

Scrivo la relazione $S(A) = k_B \ln W(A)$ per ognuno dei due macrostati e poi calcolo la differenza richiesta:

$$S(A_{4,4}) - S(A_{7,1}) = k_B \ln W(A_{4,4}) - k_B \ln W(A_{7,1}) = k_B \ln \frac{W(A_{4,4})}{W(A_{7,1})}$$

dove nell'ultimo passaggio ho applicato le proprietà dei logaritmi. Quindi risolvo e ottengo:

$$S(A_{4,4}) - S(A_{7,1}) = \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \times \ln \frac{70}{8} = 2,99 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Ripeto il calcolo nel caso del macrostato meno probabile $A_{8,0}$ che evolve in quello più probabile $A_{4,4}$.

Con un calcolo analogo a quello del passaggio precedente si ottiene

$$\Delta S_{MAX} = S(A_{4,4}) - S(A_{8,0}) = k_B \ln \frac{W(A_{4,4})}{W(A_{8,0})} = \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \times \ln \frac{70}{1} = 5,86 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

PER NON SBAGLIARE

In questo esercizio abbiamo considerato un gas irreali, formato da sole 8 molecole. L'esiguo numero di molecole fa sì che la probabilità di trovare quasi tutte le molecole da una parte non sia trascurabile.

Nella realtà, con numeri di molecole molto più grandi, dell'ordine del numero di Avogadro, le probabilità dei macrostati più improbabili tendono a zero.

88 **★★★** L'entropia di una mole di ossigeno gassoso, a pressione atmosferica e alla temperatura di 25,0 °C, è pari a 205 J / (mol · K). Considera 1,00 g di ossigeno nelle stesse condizioni.

- ▶ Determina il numero di microstati del sistema.

Suggerimento: ricorda che la massa molare dell'ossigeno è 0,032 kg/mol.

$$[e^{4,64 \times 10^{23}}]$$

89 **★★★** Cinque moli di Ne si espandono isotericamente e reversibilmente da un volume di 2,30 L a uno di 4,15 L alla temperatura di 24,5 °C.

- ▶ Calcola il rapporto fra la molteplicità del macrostato finale e la molteplicità del macrostato iniziale relativi al sistema.

- ▶ La temperatura iniziale diventa 32,0 °C: calcola di nuovo il rapporto fra le molteplicità.
- ▶ Calcola il rapporto fra le molteplicità se le moli iniziali che subiscono la trasformazione isoterma vengono raddoppiate.

$$[e^{1,78 \times 10^{24}}; e^{1,78 \times 10^{24}}; e^{3,55 \times 10^{24}}]$$

90 **★★★** In una trasformazione il numero di microstati possibili di un sistema termodinamico triplica.

- ▶ Calcola la variazione di entropia del sistema.
- ▶ Calcola l'aumento del numero di microstati necessari per avere una variazione di entropia che sia il 20% in più rispetto a quanto calcolato precedentemente.

$$[1,52 \times 10^{-23} \text{ J/K}; e^{1,32}]$$

9 IL TERZO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

PROBLEMA MODELLO 7 CICLI PER LO ZERO ASSOLUTO

- Quanti cicli sono necessari per raffreddare un corpo da $T_i = 300$ K (temperatura ambiente) a $T_f = 1,00$ K facendo funzionare in senso inverso una macchina termica reversibile che ha il rendimento $\eta = 1,500$?

■ DATI

Temperature iniziale e finale e rendimento della macchina termica:

$$T_i = 300 \text{ K}$$

$$T_f = 1,00 \text{ K}$$

$$\eta = 0,500$$

■ INCOGNITE

Numero di cicli necessari a portare la temperatura a 1,00 K: $n = ?$

L'IDEA

- Conoscendo il rendimento della macchina termica reversibile, possiamo ricavare il rapporto dei calori scambiati con le sorgenti e quindi anche il rapporto delle temperature a ogni ciclo.
- Una volta nota la diminuzione di temperatura ottenuta in un ciclo, possiamo calcolare quanti cicli sono necessari per raggiungere la temperatura finale desiderata.

LA SOLUZIONE

Scrivo la relazione che lega il rendimento di una macchina termica alle quantità di calore scambiate.

Dai dati del problema ricavo $\eta = 1 - \left| \frac{Q_1^R}{Q_2^R} \right| = 0,500$ pertanto $\left| \frac{Q_1^R}{Q_2^R} \right| = 0,500$

Esprimo il rendimento di una macchina di Carnot in funzione delle temperature delle due sorgenti.

Esprimo la quantità calcolata in funzione delle temperature delle sorgenti fredda e calda: $\left| \frac{Q_1^R}{Q_2^R} \right| = \frac{T_f}{T_i}$ quindi

$$\frac{T_f}{T_i} = 1 - \eta \Rightarrow T_f = 0,500T_i,$$

cioè in un ciclo la temperatura del frigorifero si dimezza.

Dopo n cicli deve quindi valere l'equazione:

$$\frac{T_f}{T_i} = (0,500)^n \Rightarrow \log_{10} \frac{T_f}{T_i} = \log_{10} (0,500)^n$$

Risolve nell'incognita n (numero di cicli).

Applicando le proprietà dei logaritmi ottengo:

$$n = \frac{\log_{10} \frac{T_f}{T_i}}{\log_{10} 0,500} = \frac{\log_{10} \frac{1,00 \text{ K}}{300 \text{ K}}}{\log_{10} 0,500} = \frac{-2,477}{-0,3012} = 8,23.$$

PER NON SBAGLIARE

Come potevamo aspettarci, il risultato che abbiamo ottenuto non è un numero intero: dopo 8 cicli completi la temperatura raggiunta dal frigorifero è $(300 \text{ K}) \times 0,500^8 = 1,17 \text{ K}$. Dopo 9 cicli la temperatura si dimezza ulteriormente.

PROBLEMI GENERALI

5 **IN LABORATORIO** In un esperimento, un secchio pieno di sabbia di massa 2,0 kg viene sospeso avvolgendo un filo di nylon a un perno e legandone l'estremità al secchio. Il secchio è poi fatto cadere da 0,70 m dal suolo a velocità costante regolando l'attrito fra il filo e il perno su cui è avvolto. A causa dell'attrito il perno si riscalda; dopo un certo tempo dalla fine della caduta del secchio, il perno torna alla temperatura ambiente di 20 °C causando un aumento di entropia dell'ambiente.

- ▶ Calcola l'aumento di entropia dell'ambiente.

[$4,7 \times 10^{-2}$ J/K]

6 Due forni elettrici, uno alla temperatura di 400 °C e il secondo alla temperatura di 450 °C sono separati da una lastra di ferro. Poiché il ferro è un cattivo isolante termico, 2,05 kJ di calore fluiscono dalla sorgente più calda a quella più fredda.

- ▶ Calcola la variazione di entropia delle due sorgenti.
- ▶ Calcola la variazione di entropia della lastra di ferro.
- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'universo.

[3,05 J/K; -2,84 J/K; 0 J/K; 0,21 J/K]

7 Immagina di giocare a «testa o croce» con 4 monete.

- ▶ Quanti e quali sono i macrostati del sistema?
- ▶ Quanti microstati possono esistere?
- ▶ Consulta la tabella delle molteplicità di pagina 495, e definisci il macrostato più probabile e la sua probabilità.
- ▶ Calcola la variazione di entropia tra lo stato più probabile e il meno probabile.

[5; 16; 0,375; $2,47 \times 10^{-23}$ J/K]

8 In un processo termodinamico a temperatura costante un sistema sviluppa un lavoro di 87,5 J e la sua entropia aumenta di 0,25 J/K. La temperatura si mantiene costante a 350 K. (considera il sistema come un gas perfetto.)

- ▶ Determina la variazione di energia interna del sistema.

[0 J]

9 Il pistone di una siringa viene spinto in modo da comprimere l'aria contenuta evitandone la fuoriuscita. Se si agisce molto lentamente la temperatura dell'aria durante la compressione resta sostanzialmente costante e pari a 300 K, quella dell'ambiente circostante. L'entropia del gas nel processo è variata di $-1,1 \times 10^{-4}$ J/K.

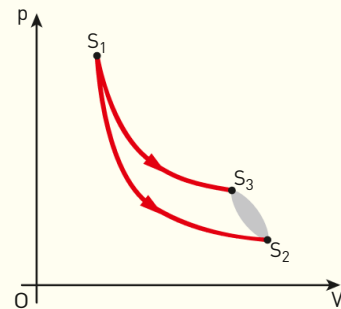
- ▶ Calcola il lavoro fatto per spingere il pistone.

[$3,3 \times 10^{-2}$ J]

10 Una certa quantità di elio è sottoposta a un ciclo di Carnot tra le temperature 200 K e 300 K. Il gas assorbe dal termostato più caldo 50 J di calore. Il valore numerico dell'entropia del gas durante la compressione adiabatica è 1,75 J/K.

- ▶ Rappresenta il ciclo di un diagramma della temperatura in funzione dell'entropia.

11 Un sistema costituito da una certa quantità di gas perfetto passa dallo stato di equilibrio termodinamico S_1 allo stato di equilibrio S_2 con una trasformazione adiabatica reversibile. In un'altra trasformazione, con gli stessi stati iniziale e finale, il sistema viene prima sottoposto a una trasformazione isoterma reversibile a seguito della quale esso passa dallo stato termodinamico S_1 allo stato di equilibrio S_3 . La trasformazione ha luogo a 290 K e il gas sviluppa un lavoro verso l'ambiente esterno di 5,8 J. Successivamente lo stato finale S_2 è raggiunto con una trasformazione irreversibile. Le due trasformazioni sono riportate nella figura.



- ▶ Qual è la variazione di entropia nel passaggio dallo stato S_3 allo stato S_2 ?

[$-2,0 \times 10^{-2}$ J/K]

12 Per riscaldare una sostanza si fornisce energia dall'esterno: l'energia interna della sostanza aumenta e si distribuisce fra le sue molecole. Le molecole hanno più possibilità di scambiare energia fra loro e aumenta il numero di microstati possibili; in tal modo aumenta, quindi, anche l'entropia. 1,0 L d'acqua viene scaldato alla temperatura ambiente di 300 K. La sua temperatura sale di 10 °C e l'entropia aumenta di $137 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Indichiamo con W il numero di microstati delle molecole dell'acqua nello stato iniziale.

- ▶ Quanti sono diventati i microstati possibili nello stato finale, dopo il riscaldamento?

[$W(e^{9,9 \times 10^{24}})$]

TEST

7 Dati due macrostati A e B dello stesso sistema termodinamico, si osserva che l'entropia di B è uguale al doppio dell'entropia di A . Che relazione deve esistere tra le molteplicità W_A e W_B dei due macrostati?

- A** $W_B = (W_A)^2$.
- B** $W_B = 2 \times (W_A)$.
- C** $W_B = 2 \times \ln(W_A)$.
- D** $W_B = (W_A) \times \ln(2)$.

8 Un oggetto si riscalda scambiando calore con una sorgente a temperatura T . Puoi dire senz'altro che:

- A** l'entropia del sistema (oggetto + sorgente) è costante.
- B** l'entropia del corpo diminuisce.
- C** l'entropia della sorgente aumenta.
- D** l'entropia della sorgente diminuisce.

9 Nella trasformazione di ghiaccio in acqua l'entropia del sistema acqua-ghiaccio:

- A** aumenta.
- B** tende a zero.
- C** rimane invariata.
- D** è inferiore a 0 J.
- E** diminuisce.

Test ammissione Professioni Sanitarie, 2013/2014

10 In un sistema isolato la variazione di entropia in una trasformazione:

- A** è sempre maggiore o uguale a zero.
- B** è sempre uguale a zero.
- C** rimane costante solo nelle trasformazioni cicliche irreversibili.
- D** rimane costante solo nelle trasformazioni isoterme.
- E** può essere maggiore, minore o uguale zero, dipendendo dalla trasformazione.

Prova di ammissione al corso di laurea delle Professioni Sanitarie, 2003/2004

11 «L'entropia può essere considerata una misura del disordine di un sistema. In generale si osserva che i sistemi tendono ad assumere spontaneamente le disposizioni più probabili, e quindi meno ordinate». Quale delle seguenti affermazioni può essere dedotta dalla lettura del brano precedente?

- A** L'entropia di un sistema tende spontaneamente ad aumentare.
- B** È più probabile una disposizione ordinata rispetto a una disordinata.

C L'entropia di un sistema deve comunque rimanere costante.

D L'entropia di un sistema tende spontaneamente a diminuire.

E Tutti i sistemi sono estremamente disordinati.

Prova di ammissione al corso di laurea in Odontoiatria e Protesi dentaria, 2003/2004

12 In una trasformazione ciclica vengono scambiate n quantità di calore DQ_i , ciascuna alla temperatura T_i . Come si può scrivere in questo caso la disuguaglianza di Clausius?

A $\sum_{i=1}^n \frac{\Delta Q_i}{T_i} \leq 0$

B $\sum_{i=1}^n \frac{\Delta Q_i}{\Delta T_i} \leq 0$

C $\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\Delta T_i} \leq 0$

D $\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$

13 L'entropia:

A aumenta sempre.

B è una grandezza scalare.

C è una proprietà dei gas.

D non varia mai in un sistema isolato.

14 L'unità di misura dell'entropia nel S.I. è:

A $J \times K$.

B K/J .

C J/K .

D $J/^\circ C$.

15 Secondo i principi della termodinamica, per un sistema non isolato l'entropia:

A può solo aumentare nel tempo.

B può solo diminuire nel tempo.

C resta costante nel tempo.

D può sia aumentare che diminuire nel tempo.

16 Per definizione, l'entropia di un sistema che si trova nello stato scelto come stato di riferimento:

A non è definita.

B è comunque nulla.

C è comunque positiva.

D è comunque negativa.

- 17** Un sistema termodinamico compie una serie di trasformazioni al termine delle quali ritorna allo stato iniziale. La variazione di entropia è:
- A** uguale a zero se le trasformazioni sono tutte reversibili.
 - B** uguale a zero se il sistema è un gas perfetto.
 - C** in ogni caso uguale a zero.
 - D** uguale a zero se il sistema è isolato.
- 18** Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
- A** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spesso da situazioni di disordine a situazioni di ordine.
 - B** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spontaneamente da situazioni di disordine a situazioni di ordine.
 - C** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spesso da situazioni di ordine a situazioni di disordine.
 - D** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spontaneamente da situazioni di ordine a situazioni di disordine.
- 19** Nel seguente elenco, che si riferisce alle parti di un'automobile in moto, quali sono le forme disordinate di energia? Più di una risposta è corretta.
- A** L'energia cinetica dei pistoni in movimento nel motore.
 - B** L'energia cinetica delle molecole dell'abitacolo nel sistema di riferimento dell'abitacolo.
 - C** L'energia cinetica di vibrazione delle molecole dei tessuti della tappezzeria.
 - D** L'energia cinetica di vibrazione delle molecole dell'antenna della radio sollecitata dal vento della corsa.
- 20** Un sistema isolato è costituito da tre moli di un gas perfetto. Il gas subisce un'espansione isoterma reversibile fino a raddoppiare il suo volume. La variazione di entropia ΔS :
- A** è zero perché la trasformazione avviene senza scambi di calore.
 - B** non si può calcolare perché non si conosce la temperatura del gas.
 - C** è positiva e uguale a $2 \times R \times \ln(3)$.
 - D** è positiva e uguale a $3 \times R \times \ln(2)$.
- 21** Un sistema isolato evolve spontaneamente fino a raggiungere uno stato di equilibrio a cui corrisponde:
- A** il minimo aumento dell'entropia.
 - B** il massimo aumento dell'entropia.
 - C** la massima diminuzione dell'entropia.
 - D** la minima diminuzione dell'entropia.
- 22** Metti una bottiglia d'acqua nel congelatore e dopo un po' osservi che l'acqua si è trasformata in ghiaccio. L'entropia dell'Universo è:
- A** aumentata.
 - B** diminuita.
 - C** rimasta la stessa.
 - D** diventata negativa.
- 23** Il secondo principio della termodinamica è in accordo con l'esperienza perché:
- A** i fenomeni che lo violano sono estremamente improbabili.
 - B** i fenomeni che lo violano sono impossibili per le leggi della dinamica.
 - C** i fenomeni che lo violano evolvono verso stati con molteplicità maggiore dello stato iniziale.
 - D** i fenomeni che lo violano sono impossibili per il primo principio della termodinamica.