

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

5 LE PARTICELLE-MATERIA FONDAMENTALI

PROBLEMA MODELLO 1 NUOVE PARTICELLE

In un anello di accelerazione vengono fatti collidere frontalmente elettroni e positoni. Durante l'urto, l'elettrone e il positone si annichilano e al loro posto vengono create nuove particelle. Nell'annichilazione di un positone e di un elettrone che hanno entrambi la stessa energia totale $E = 1,78 \text{ GeV}$ si può formare una coppia τ^+ e τ^- (ciascuno di massa a riposo pari a $1,78 \text{ GeV}$). I tauoni decadono in un tempo brevissimo secondo le reazioni: $\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau$ e $\tau^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$. Supponi che il positone e il muone prodotti abbiano insieme un'energia complessiva pari a un quarto dell'energia disponibile e considera trascurabile la massa dei neutrini prodotti.

- ▶ Calcola la quantità di moto totale del sistema immediatamente prima della collisione elettrone-positone.
- ▶ Calcola l'energia cinetica a disposizione di neutrini e antineutrini.

■ DATI

Energia totale di elettrone e positone iniziali:

$$E = E_{e^-} = E_{e^+} = 1,78 \text{ GeV}$$

Energia a riposo dei tauoni τ^\pm : $E_{0-\tau^\pm} = 1,78 \text{ GeV}$

Energia di muone e positone prodotti:

$$E_{e^+} + E_{\mu^-} = \frac{1}{4} E_{tot}$$

Decadimento 1: $\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau$

Decadimento 2: $\tau^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$

■ INCOGNITE

Quantità di moto totale iniziale del sistema:

$$p_{tot} = ?$$

Energia cinetica di neutrini e antineutrini:

$$K_{neutrini} = ?$$

L'IDEA

- L'energia a disposizione dopo l'annichilazione della coppia elettrone-positone è la somma delle energie iniziali. Questa energia è appena sufficiente a creare la coppia di tauoni i quali non avranno quindi energia cinetica. I tauoni decadono, e $\frac{1}{4}$ della loro energia è utilizzata per creare un positone e^+ e un muone μ^- . La rimanente energia è disponibile come energia cinetica di neutrini e antineutrini, che hanno energia a riposo trascurabile.

LA SOLUZIONE

Calcolo la quantità di moto iniziale del sistema.

La quantità di moto totale iniziale è nulla in quanto le due particelle (elettrone e positone che collidono frontalmente) hanno uguale massa e velocità uguali in modulo ma di verso opposto.

Calcolo l'energia totale della coppia iniziale elettrone-positone.

$$E_{tot} = 2 \times E = 2 \times 1,78 \text{ GeV} = 3,56 \text{ GeV}$$

Calcolo l'energia del positone e del muone prodotti nei decadimenti.

L'energia E_{tot} appena calcolata è disponibile per la creazione dei tauoni, che decadono creando un positone e un muone, di energia complessiva pari a $\frac{1}{4}$ dell'energia iniziale dei tauoni, cioè:

$$E_{e^+} + E_{\mu^-} = \frac{1}{4} E_{tot} = \frac{1}{4} \times 3,56 \text{ GeV} = 0,890 \text{ GeV}$$

Calcolo l'energia cinetica di neutrini e antineutrini.

$$K_{neutrini} = 3,56 \text{ GeV} - 0,890 \text{ GeV} = 2,67 \text{ GeV}$$

6 LE FORZE ELETTROMAGNETICA E FORTE

PROBLEMA MODELLO 2 ELETRONE CONTRO PROTONE

In una collisione fra un elettrone e un protone, è scambiato un fotone virtuale. Tutta l'energia del fotone virtuale è convertita in una coppia muone-antimuone. Ciascun muone ha un'energia cinetica $K = 124 \text{ MeV}$. L'energia a riposo di un muone vale $E_0 = 105,7 \text{ MeV}$.

- ▶ Calcola l'energia del fotone.
- ▶ Calcola la lunghezza d'onda del fotone.
- ▶ Per quanto tempo al massimo può esistere il fotone?

■ DATI

Energia cinetica di un muone: $K = 124 \text{ MeV}$
Energia a riposo di un muone: $E_0 = 105,7 \text{ MeV}$

■ INCOGNITE

Energia del fotone: $E_\gamma = ?$
Lunghezza d'onda del fotone: $\lambda = ?$
Durata massima della vita del fotone: $\Delta t = ?$

L'IDEA

- La massa dei muoni è creata a spese dell'energia del fotone. La parte restante dell'energia del fotone si converte in energia cinetica dei muoni.
- Per calcolare l'energia del fotone E_γ , occorre quindi sommare le due energie dei muoni: cinetica e a riposo.
- La lunghezza d'onda del fotone si calcola con la relazione di Planck $\lambda = \frac{hc}{E_\gamma}$.
- Il tempo massimo di esistenza del fotone virtuale è determinato applicando la seconda forma del principio di indeterminazione di Heisenberg, $\Delta t = \frac{\hbar}{2E_\gamma}$.

LA SOLUZIONE

Calcolo l'energia totale dei muoni.

Il muone e l'antimuone hanno la stessa massa, quindi la stessa energia a riposo. Perciò l'energia totale della coppia muone-antimuone è pari a:

$$E = 2 \times (E_0 + K) = 2 \times (105,7 \text{ MeV} + 124 \text{ MeV}) = 459 \text{ MeV} = (459 \times 10^6 \text{ eV}) \times (1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 7,34 \times 10^{-11} \text{ J}.$$

L'energia del fotone virtuale prodotto è pari all'energia totale della coppia muone-antimuone, cioè appunto 459 MeV o $7,34 \times 10^{-11} \text{ J}$.

Calcolo la lunghezza d'onda del fotone.

$$\lambda = \frac{hc}{E_\gamma} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times (3,00 \times 10^8 \text{ m/s})}{7,34 \times 10^{-11} \text{ J}} = 2,71 \times 10^{-15} \text{ m}$$

Calcolo il tempo di esistenza del fotone virtuale.

$$\Delta t = \frac{\hbar}{2E_\gamma} = \frac{1,06 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2 \times (7,34 \times 10^{-11} \text{ J})} = 7,22 \times 10^{-25} \text{ s}$$

Si tratta di un tempo brevissimo, non rivelabile da alcuno strumento di misura.

12 L'ACCOPIAMENTO E I RAGGI D'AZIONE DELLE TRE FORZE

PROBLEMA MODELLO 3 PARTICELLA CONTRO ANTIPARTICELLA

Un positone di energia $E_{e^+} = 5,0 \text{ GeV}$ collide con un elettrone fermo e a seguito della annichilazione vengono prodotti un muone e un antimuone, entrambi a un angolo di 25° rispetto alla direzione iniziale del positone e con la stessa energia.

► Calcola il modulo della quantità di moto dei due muoni.

Nell'evento si può produrre come mediatore un astenone neutro virtuale o un fotone virtuale.

► Calcola il raggio di azione della forza nel caso in cui sia emesso un fotone virtuale.

■ DATI

Energia iniziale del positone: $E_{e^+} = 5,0 \text{ GeV}$

Angolo di emissione per ciascun muone: $\theta = 25^\circ$

■ INCOGNITE

Modulo della quantità di moto dei due muoni:

$p_{\mu^-} = ?$ $p_{\mu^+} = ?$

Raggio di azione: $R_\gamma = ?$

L'IDEA

- Nelle collisioni ad alta energia, la relazione che lega il modulo dell'impulso di una particella alla sua energia è: $E = cp$.
- Nella collisione si conservano l'energia totale e il vettore quantità di moto. Imponendo la conservazione della quantità di moto nella direzione in cui viaggia il positone, possiamo ricavare i moduli delle quantità di moto dei muoni.
- I raggi di azione delle forze elettromagnetica e debole sono uguali alla distanza massima che può percorrere il mediatore secondo la formula [7] cioè $R_\gamma \approx \frac{0,2 \text{ fm GeV}}{E}$. Nel caso del mediatore Z^0 , invece, si dovrebbe considerare che esso ha una massa molto grande.

LA SOLUZIONE

Applico la legge di conservazione della quantità di moto nella direzione del positone.

Poiché i due muoni hanno la stessa energia, hanno anche una quantità di moto che ha lo stesso modulo, cioè $p_{\mu^-} = p_{\mu^+} = p_\mu$, quindi:

$$p_{e^+} = p_{\mu^+} \cos \theta + p_{\mu^-} \cos \theta = 2p_\mu \cos \theta$$

Ricavo la quantità di moto dei muoni.

Dalla relazione $E_{e^+} = cp_{e^+}$:

$$p_\mu = \frac{p_{e^+}}{2 \cos \theta} = \frac{E_{e^+}}{2c \cos \theta} = \frac{5,0}{2 \times \cos(25^\circ)} \frac{\text{GeV}}{c} = 2,8 \frac{\text{GeV}}{c}$$

Calcolo il raggio di azione nel caso in cui il mediatore sia un fotone.

$$R_\gamma \approx \frac{0,2 \text{ fm GeV}}{5,0 \text{ GeV}} = 4 \times 10^{-2} \text{ fm}$$

PER NON SBAGLIARE

L'energia totale di una particella di massa m e quantità di moto \vec{p} vale $E = \sqrt{(cp)^2 + (mc^2)^2}$. Nel caso in esame, l'energia a riposo $m_{e^+}c^2$ è molto piccola rispetto al termine cinetico cp , quindi è trascurabile e la formula si approssima come $E = cp$.

TEST

- 1** Una particella e la sua antiparticella hanno massa a riposo di $106 \text{ MeV}/c^2$. L'energia minima che si libera quando si annichilano vale:
- A 0 J
 - B $1,7 \times 10^{-11} \text{ J}$
 - C $3,4 \times 10^{-11} \text{ J}$
 - D $1,1 \times 10^8 \text{ J}$
- 2** La carica elettrica di un quark u , in unità di carica elementare e , risulta:
- A $-2/3$
 - B $-1/3$
 - C $+1/3$
 - D $+2/3$
- 3** Dal quale combinazione di quark è composto un protone?
- A u u d
 - B u d d
 - C u u u
 - D d d d
- 4** L'energia di riposo del protone è di circa:
- A 1 GeV
 - B 0,5 GeV
 - C 1 MeV
 - D 0,5 MeV
- 5** Secondo il Modello Standard, le particelle-materia fondamentali sono in tutto:
- A tre.
 - B sei.
 - C dodici.
 - D ventiquattro.
- 6** Le particelle-forza che mediano la forza nucleare forte sono dette:
- A fotoni.
 - B bosoni.
 - C gravitoni.
 - D gluoni.
- 7** L'interazione elettromagnetica e l'interazione debole differiscono sostanzialmente dal punto di vista (più di una risposta è esatta):
- A dell'accoppiamento.
 - B della raggio di azione.
 - C della massa dei mediatori.
 - D della presenza di particelle virtuali.
- 8** Se una particella virtuale ha energia pari a 20 GeV, la sua possibile influenza si estende fino a una distanza dalla particella sorgente di:
- A 0,01 fm
 - B 0,02 fm
 - C 0,1 fm
 - D 1 fm