Test F per il confronto fra varianze

Per confrontare la precisione di due metodi diversi oppure di uno stesso metodo applicato in situazioni diverse o, ancora, per confrontare la dispersione di due serie di dati, si fa riferimento alla **funzione F** di Fischer-Snedecor.

Ipotesi

$H_0 : s^2_A = s^2_B$ test a 2 code
$H_1 : s^2_A \neq s^2_B$

Funzione discriminante

Si sottopone a verifica il rapporto fra le varianze dei due metodi, calcolando il valore del parametro F in base alla seguente relazione:

$$F_c = \frac{s_A^2}{s_B^2}$$

Decisione

Nella tabella 31.9 si cerca il valore F_t secondo il livello di probabilità prescelto. Tale valore si colloca all'incrocio fra la colonna verticale che corrisponde ai gradi di libertà della serie con varianza più alta e la riga orizzontale che corrisponde ai gradi di libertà della serie con varianza più bassa. Se:

$$F_c \leq F_t$$

allora l'ipotesi nulla è da ritenersi valida, ovvero le due varianze possono essere considerate simili. Se invece:

$$F_c > F_t$$

le due varianze sono da ritenersi diverse.

ESEMPIO 13

Si è determinata l'alcalinità di un campione di acqua potabile sia con il metodo conduttimetrico sia con quello potenziometrico. 1 risultati di una serie di 20 determinazioni per ciascun metodo sono riportati nella seguente tabella. Verificare se i due metodi sono statisticamente equivalenti.

Determinazione conduttimetrica			Determinazione potenziometrica		
n	x (mg/L $CaCO_3$)	x^2	n	x (mg/L $CaCO_3$)	x^2
1	158,25	25 043,06	1	160,11	25 635,11
2	157,02	24 655,28	2	164,25	26 978,06
3	158,56	25 141,27	3	158,05	24 979,80
4	155,47	24 170,92	4	160,11	25 635,21
5	157,63	24 847,22	5	155,98	24 379,76
6	158,05	24 979,80	6	162,18	26 302,35
7	157,53	24 766,86	7	153,91	23 688,29
8	152,11	23 914,73	8	160,11	25 635,21
9	159,39	25 405,17	9	160,11	25 635,21
10	157,63	24 847,22	10	158,05	24 979,80
11	157,22	24 718,13	11	158,05	24 979,80
12	157,43	24 784,20	12	158,05	24 979,80
13	159,08	25 306,45	13	162,18	26 302,35
14	158,46	25 109,57	14	162,18	26 302,35
15	157,22	24 718,13	15	158,05	24 979,80
16	157,63	24 847,22	16	158,05	24 979,80
17	155,36	24 136,73	17	160,11	25 635,21
18	157,22	24 718,13	18	160,11	25 635,21
19	154,02	23 722,16	19	158,05	24 979,80
20	152,88	23 372,19	20	160,11	25 635,21
	$\sum x_i = 3138,16$	$\sum x_i^2 = 492\,476,10$		$\sum x_i = 3187,8$	$\sum x_i^2 = 508\,208,16$

- Determinazione conduttimetrica

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3138,16}{20} = 156,91$$

$$\nu = n - 1 = 19 \qquad D_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 492\,476,10 - \frac{(3138,16)^2}{20} = 73,72$$

$$s^2 = \frac{D_x}{n-1} = \frac{73,72}{20-1} = 3,88$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3,88} = 1,97$$

- Determinazione potenziometrica

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3187,8}{20} = 159,39$$

$$\nu = n - 1 = 19 \qquad D_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 508\,208,16 - \frac{(3187,8)^2}{20} = 104,49$$

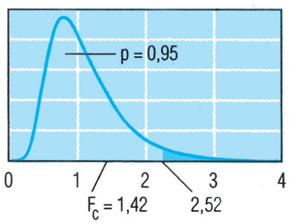
$$s^2 = \frac{D_x}{n-1} = \frac{104,69}{20-1} = 5,51$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{5,51} = 2,35$$

* La varianza del metodo potenziometrico (s^2_{pot}) va messa al numeratore perché è la più grande fra le due.

Per confrontare la precisione dei due metodi di analisi, prima si confrontano le varianze, calcolando F_c

$$F_c = \frac{s^2_{pot}}{s^2_{cond}} = \frac{5,51}{3,88} = 1,42$$



Il valore (tabulato in tab 31.9) F_t per $\alpha = 0,05$ e per 19 gradi di libertà (per entrambe le serie) è 2,52. Questo valore è interpolato fra 2,62 (valore F_t per $\nu = 15$) e 2,51 (valore F_t per $\nu = 20$).

Dato che F_c (1,42) è minore di F_t (2,52), si può concludere che le due varianze non sono significativamente diverse e differiscono fra loro solo per caso.