



Calcolatrici

...come si può calcolare a mente 63^2 ?

Un modo rapido per fare le operazioni a mente è ricorrere al calcolo polinomiale e alle sue proprietà. Per poter calcolare per esempio 63^2 si può interpretare il numero 63 come $60 + 3$, ovvero come un binomio.

L'operazione da effettuare diventa allora $(60 + 3)^2$, che si può facilmente calcolare utilizzando lo sviluppo del quadrato di un binomio.

Valendo in generale

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

nel nostro caso avremo:

$$\begin{aligned} 63^2 &= (60 + 3)^2 = \\ &= 60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 3 + 3^2 = \\ &= 3600 + 360 + 9 = 3969. \end{aligned}$$

Ovviamente questo funziona per qualsiasi coppia di numeri la cui somma sia 63, come per esempio 37 e 26. Infatti:

$$\begin{aligned} 63^2 &= (37 + 26)^2 = \\ &= 37^2 + 2 \cdot 37 \cdot 26 + 26^2 = \\ &= 1369 + 1924 + 676 = \\ &= 3969. \end{aligned}$$

Nulla vieta quindi di utilizzare questa o altre scomposizioni, se non il fatto che il calcolo che ne deriva è più impegnativo da eseguire a mente rispetto all'operazione di partenza $(60 + 3)^2$.

L'efficacia del metodo sta pertanto nel trovare il binomio più opportuno con cui esprimere la base.

Utilizziamo una tecnica simile per il calcolo rapido di 38^2 .

Scriviamo 38 come $40 - 2$ e applichiamo di nuovo il prodotto notevole del quadrato di un binomio:

$$\begin{aligned} 38^2 &= (40 - 2)^2 = \\ &= 40^2 - 2 \cdot 40 \cdot 2 + 2^2 = \\ &= 1600 - 160 + 4 = 1444. \end{aligned}$$

Il calcolo rapido del quadrato di un numero non è la sola operazione per la quale si rivelano utili i prodotti notevoli. Per esempio, determiniamo a mente il risultato della moltiplicazione $18 \cdot 22$.

Scomponiamo il prodotto nel seguente modo:

$$18 \cdot 22 = (20 - 2)(20 + 2).$$

Ricordando la regola della somma per la differenza tra due monomi,

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2,$$

risolviamo:

$$\begin{aligned} 18 \cdot 22 &= (20 - 2)(20 + 2) = \\ &= 400 - 4 = 396. \end{aligned}$$

In maniera simile ricaviamo con un calcolo rapido il valore di 12^3 . Scriviamo 12 come $10 + 2$ e ricorriamo allo sviluppo del cubo di un binomio,

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3:$$

$$\begin{aligned} 12^3 &= (10 + 2)^3 = \\ &= 10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 2 + \\ &\quad + 3 \cdot 10 \cdot 2^2 + 2^3 = \\ &= 1000 + 600 + 120 + 8 = \\ &= 1728. \end{aligned}$$

Prova a calcolare rapidamente il valore di 1005^3 .

L'ABACO

Una questione che interessò gli uomini fin dall'antichità fu quella di compiere i calcoli nel modo più semplice e rapido possibile. Benché la sua origine sia incerta, si può considerare l'abaco come la prima macchina calcolatrice costruita dall'uomo. Esso, in diverse varianti, appare in antiche civiltà, come quella babilonese, egiziana, greca, romana, cinese, e in alcune civiltà precolombiane del Centro America. Tale strumento permetteva di eseguire le operazioni sui numeri rappresentandoli con oggetti (sassolini o noccioli di frutta forati) che scorrevano lungo dei bastoncini fissati a un supporto. Ancora oggi questa semplice calcolatrice è utilizzata dai commercianti nei mercati rurali della Russia e della Cina.



▲ La cassiera di un ristorante del villaggio di Yichang, in Cina, utilizza l'abaco per fare i conti (anni '80).