



1729

...che cosa ha di speciale un numero così?

Il numero 1729 è al centro di un aneddoto che vide protagonisti due matematici del secolo scorso, l'indiano Srinivasa Ramanujan e l'inglese Godfrey Hardy. Un giorno del 1917 Hardy fece visita all'amico, ricoverato per malattia all'ospedale londinese di Putney. Gli raccontò di aver preso il taxi 1729, un numero che suonava piuttosto insulso alle sue orecchie. Era forse di cattivo augurio? Ramanujan tranquillizzò il collega, replicando: «Ma no, Hardy! È un numero molto interessante. È il più piccolo numero intero esprimibile in due modi diversi come somma di due cubi positivi».

Ramanujan faceva riferimento alla seguente uguaglianza:

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3.$$

Non sappiamo come il matematico l'abbia scoperta, ma noi, al suo posto, avremmo potuto utilizzare la scomposizione della somma di due cubi:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2).$$

Sapendo che gli unici fattori di 1729 sono 7, 13, 19 (ovvero: $1729 = 7 \cdot 13 \cdot 19$), il problema si traduce in:

$$\begin{aligned} 1729 &= x^3 + y^3 = \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) = \\ &= 7 \cdot 13 \cdot 19. \end{aligned}$$

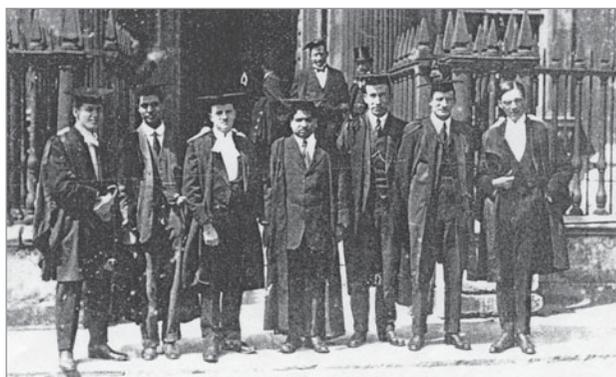
Si tratta di trovare due numeri naturali x e y tali che:

$(x + y)$ sia uguale a 7, 13 o 19 e $(x^2 - xy + y^2)$ al prodotto dei due numeri rimanenti. Le possi-

bili scelte di x e y tali che il primo fattore $(x + y)$ sia uguale al numero 7 sono: $(6 + 1)$, $(5 + 2)$, $(4 + 3)$. Nessuna di queste coppie dà come somma di cubi 1729. Passiamo al numero 13. Le possibilità di esprimere il 13 come somma di due numeri naturali sono: $(12 + 1)$, $(11 + 2)$, $(10 + 3)$, $(9 + 4)$, $(8 + 5)$, $(7 + 6)$. Elevando al cubo e sommando i termini, si può vedere che solo per la coppia 12 e 1 la somma dei cubi è 1729. Ecco la prima soluzione. Analogamente si procede per il numero 19, scoprendo, dopo un po' di calcoli, che 9 e 10 sono la seconda soluzione del problema.

Ma Ramanujan ha detto qualcosa in più: 1729 è il più piccolo numero intero esprimibile come somma di due cubi positivi in due modi diversi. Esiste una dimostrazione di questa affer-

mazione, ma è decisamente laboriosa. E probabilmente il giovane matematico non ne era a conoscenza. Era infatti praticamente privo di formazione universitaria. Nato in un piccolo villaggio indiano nel 1887 da una famiglia molto povera, aveva dimostrato fin da bambino uno straordinario talento per i numeri ed era arrivato a «intuire» da autodidatta risultati complessi, pur non possedendo il formalismo per dimostrarli. Grazie all'interessamento del matematico Hardy, che riconobbe le sue intrinseche abilità, Ramanujan riuscì a ottenere la laurea all'Università di Cambridge senza dare alcun esame. La scoperta delle proprietà del numero 1729 è solo un esempio delle sue eccezionali capacità di calcolo. Purtroppo morì molto giovane, stroncato dalla tubercolosi a soli 32 anni.



▲ Srinivasa Ramanujan (al centro) e G.H. Hardy (all'estrema destra), con altri colleghi, al Trinity College, Cambridge.

CITAZIONI FAMOSE

Il numero 1729 compare in diversi episodi della serie televisiva *Futurama*, ideata da Matt Groening, padre dei *Simpson*. In un episodio, per esempio, 1729 è il numero della navicella spaziale *Nimbus*; in un altro, il messaggio di una cartolina natalizia inviata al robot *Bender*. Un riferimento al numero 1729 è presente anche nel film *Proof*, dove Anthony Hopkins interpreta la parte di un genio matematico ai limiti della follia.